

Gestion de données - notion : Pourcentages

1. Définitions

a) Les proportions

Une proportion est une écriture exprimant une égalité entre au moins deux quotients.

Une proportion implique donc au moins quatre termes.

L'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion, avec a , b , c et d non nuls.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $a \times d = b \times c$ (en effectuant les produits en croix).

b) Les pourcentages

Les pourcentages sont utilisés dans des situations très variées :

- diminution et augmentation de prix,
- taux de remise,
- part d'un ensemble dans une autre,
- etc. ...

2. Calcul de pourcentages

a) Déterminer un pourcentage simple

Calculer $t\%$ d'un nombre A revient à le multiplier par $\frac{t}{100}$, pour obtenir $A \times \frac{t}{100}$.

Si un nombre B est égal à $t\%$ d'un nombre A , alors $B = A \times \frac{t}{100}$.

Exemple : Si dans une classe de 20 élèves, il y a 12 filles, quel est le pourcentage de filles ?

Résolution :

On pose l'égalité $12 = \frac{t}{100} \times 20$, donc $\frac{t}{100} = \frac{12}{20} = 0,6$; d'où $t = 60\%$

Il y a donc 60% de filles dans cette classe.

b) Déterminer un pourcentage d'évolution

On parle de pourcentage d'évolution pour quantifier l'augmentation ou la diminution d'une valeur.

Ce pourcentage se détermine en faisant le produit suivant :

$$\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$$

c) Déterminer la valeur d'une quantité après évolution

1. Pourcentage d'augmentation

Si une quantité augmente de $t\%$, quelle sera alors sa valeur finale B ?

$$\text{On a : } B = A + \frac{t}{100} \times A$$

valeur initiale augmentation

Exemple :

Une augmentation de 15% de A peut s'écrire :

$$A + \frac{15}{100} \times A = \left(1 + \frac{15}{100}\right) \times A = 1,15 \times A$$

2. Pourcentage de diminution :

$$\text{On a : } B = A - \frac{t}{100} \times A$$

valeur initiale diminution

Exemple :

Une diminution de 15% de A peut s'écrire : $0,85 \times A$.

3. Pourcentage d'évolution moyen

Pour une augmentation

Soit t le pourcentage d'augmentation moyen

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^{\text{nombre d'années d'évolution}} = 1 + \frac{\% \text{ d'évolution}}{100}$$

Pour une diminution

Soit t le pourcentage de diminution moyen

$$\left(1 - \frac{t}{100}\right)^{\text{nombre d'années d'évolution}} = 1 - \frac{\% \text{ d'évolution}}{100}$$

4. Déterminer un pourcentage instantané

Le pourcentage instantané représente une fraction d'un groupe, le rapport entre une partie et un tout.

Exemple :

Le lycée Voltaire compte 1200 élèves dont 900 étudient l'anglais. Quelle est la proportion d'élèves étudiant l'anglais ?

Résolution :

En faisant le rapport entre l'ensemble des élèves étudiant l'anglais et l'ensemble des élèves du lycée, on calcule le pourcentage instantané d'élèves étudiant l'anglais :

$$\frac{900}{1200} \times 100 = 75 \%$$