

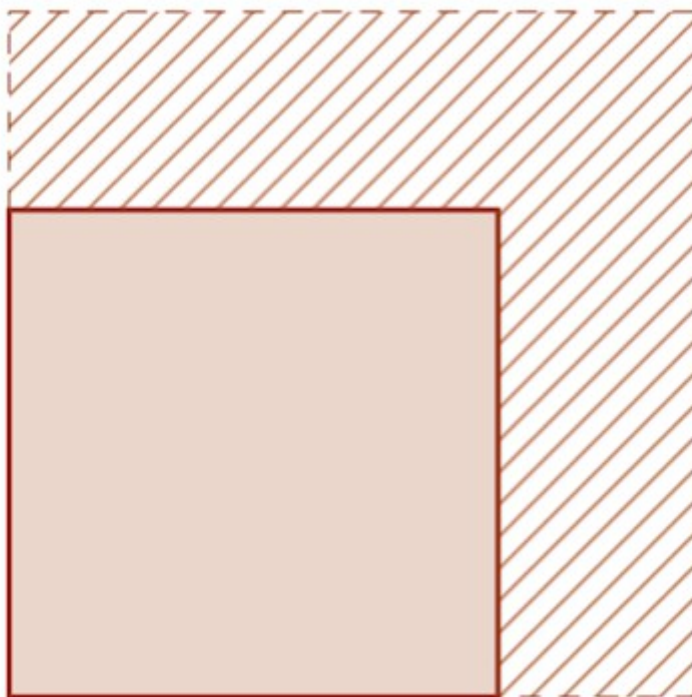
Scénario pédagogique : le carré mystérieux

Présentation de l'activité	Lorsqu'on augmente de 5 cm le côté d'un carré son aire augmente de 111 cm ² . On se demande s'il est possible de retrouver les dimensions du carré de départ.
Public	élèves de 4e ou de 3e.
Objectifs	<ul style="list-style-type: none"> • Expérimenter au tableur autour d'une situation géométrique. • Mettre un problème en équation, la résoudre algébriquement. • Réinvestir la double distributivité (4e) et éventuellement découvrir deux identités remarquables (3e)
Pré-requis	<ul style="list-style-type: none"> • Résolution algébrique d'une équation du premier degré • Double distributivité • Insérer une formule dans une feuille de calculs.

Déroulement de l'activité

Présentation	On envisage d'abord une autre façon de procéder : <u>une technique expérimentale</u> . Pour autant, on ne rejettera pas d'autres méthodes si elles sont envisagées par les élèves. On les laissera aller à leurs termes, avant de ramener ces élèves vers le travail du reste de la classe.																																																																																																						
Temps de recherche	<p>On pourra encourager les élèves à rechercher les dimensions de ce carré par tâtonnement.</p> <p>Cela permet à chacun de bien s'approprier le problème et notamment que les 111 cm² résultent de la différence entre deux aires.</p> <p>Si un élève atteint la solution, on relance son travail en lui demandant s'il pourrait exister une autre solution.</p> <p>La répétition de procédures de calcul identiques justifie l'utilisation d'un tableur.</p>																																																																																																						
Bilan intermédiaire	<p>On revient sur l'utilisation du tableur et on apporte une solution au problème.</p> <p>On relance le travail : "Pourriez vous créer une feuille de calcul ne mettant en jeu que les deux grandeurs essentielles dans ce problème : le côté du carré initial et l'écart entre les deux aires ?" Ce travail permet de préparer la mise en équation du problème.</p>																																																																																																						
Temps de recherche	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> </tr> <tr> <th></th> <th>Côté du carré initial</th> <th>Aire du carré initial</th> <th>Côté du carré agrandi</th> <th>Aire du carré agrandi</th> <th>Ecart entre les deux aires</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td>=A2*A2</td> <td>=A2+5</td> <td>=C2*C2</td> <td>=D2-B2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>49</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>8</td> <td>64</td> <td>55</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> <td>16</td> <td>9</td> <td>81</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>8</td> <td>64</td> <td>13</td> <td>169</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>8,1</td> <td>65,61</td> <td>13,1</td> <td>171,61</td> <td>106</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>8,2</td> <td>67,24</td> <td>13,2</td> <td>174,24</td> <td>107</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>8,3</td> <td>68,89</td> <td>13,3</td> <td>176,89</td> <td>108</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>8,4</td> <td>70,56</td> <td>13,4</td> <td>179,56</td> <td>109</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>8,5</td> <td>72,25</td> <td>13,5</td> <td>182,25</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>8,6</td> <td>73,96</td> <td>13,6</td> <td>184,96</td> <td>111</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>8,7</td> <td>75,69</td> <td>13,7</td> <td>187,69</td> <td>112</td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>8,8</td> <td>77,44</td> <td>13,8</td> <td>190,44</td> <td>113</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>8,9</td> <td>79,21</td> <td>13,9</td> <td>193,21</td> <td>114</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E		Côté du carré initial	Aire du carré initial	Côté du carré agrandi	Aire du carré agrandi	Ecart entre les deux aires	1		=A2*A2	=A2+5	=C2*C2	=D2-B2	2	1					3	2	4	7	49	45	4	3	9	8	64	55	5	4	16	9	81	65	6	8	64	13	169	105	7	8,1	65,61	13,1	171,61	106	8	8,2	67,24	13,2	174,24	107	9	8,3	68,89	13,3	176,89	108	10	8,4	70,56	13,4	179,56	109	11	8,5	72,25	13,5	182,25	110	12	8,6	73,96	13,6	184,96	111	13	8,7	75,69	13,7	187,69	112	14	8,8	77,44	13,8	190,44	113	15	8,9	79,21	13,9	193,21	114
	A	B	C	D	E																																																																																																		
	Côté du carré initial	Aire du carré initial	Côté du carré agrandi	Aire du carré agrandi	Ecart entre les deux aires																																																																																																		
1		=A2*A2	=A2+5	=C2*C2	=D2-B2																																																																																																		
2	1																																																																																																						
3	2	4	7	49	45																																																																																																		
4	3	9	8	64	55																																																																																																		
5	4	16	9	81	65																																																																																																		
6	8	64	13	169	105																																																																																																		
7	8,1	65,61	13,1	171,61	106																																																																																																		
8	8,2	67,24	13,2	174,24	107																																																																																																		
9	8,3	68,89	13,3	176,89	108																																																																																																		
10	8,4	70,56	13,4	179,56	109																																																																																																		
11	8,5	72,25	13,5	182,25	110																																																																																																		
12	8,6	73,96	13,6	184,96	111																																																																																																		
13	8,7	75,69	13,7	187,69	112																																																																																																		
14	8,8	77,44	13,8	190,44	113																																																																																																		
15	8,9	79,21	13,9	193,21	114																																																																																																		
Bilan intermédiaire	<p>On revient sur l'utilisation du tableur et sur le programme de calcul mis en jeu : $(x + 5)^2 - x^2$</p> <p>On demande enfin : "Comment sans tableur et sans tâtonnement aurait-on pu savoir que 8,6 était le seul nombre qui choisi dans ce programme allait donner 111 ?" C'est à dire : "Comment établir le résultat obtenu précédemment en utilisant les connaissances disponibles ?"</p> <p>Les élèves sont ainsi amenés à résoudre l'équation $(x + 5)^2 - x^2 = 111$.</p>																																																																																																						

Temps de recherche	<p>Durant ce temps de recherche, on rappellera au cas par cas les différentes étapes de la résolution d'une équation.</p> <table border="1" data-bbox="571 203 940 651"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Côté du carré initial</td> <td>Ecart entre les deux aires</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>55</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>8</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>8,1</td> <td>106</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>8,2</td> <td>107</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>8,3</td> <td>108</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>8,4</td> <td>109</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>8,5</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>8,6</td> <td>111</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>8,7</td> <td>112</td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>8,8</td> <td>113</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>8,9</td> <td>114</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	1	Côté du carré initial	Ecart entre les deux aires	2	1	35	3	2	45	4	3	55	5	4	65	6	8	105	7	8,1	106	8	8,2	107	9	8,3	108	10	8,4	109	11	8,5	110	12	8,6	111	13	8,7	112	14	8,8	113	15	8,9	114
	A	B																																															
1	Côté du carré initial	Ecart entre les deux aires																																															
2	1	35																																															
3	2	45																																															
4	3	55																																															
5	4	65																																															
6	8	105																																															
7	8,1	106																																															
8	8,2	107																																															
9	8,3	108																																															
10	8,4	109																																															
11	8,5	110																																															
12	8,6	111																																															
13	8,7	112																																															
14	8,8	113																																															
15	8,9	114																																															
Bilan final	<p>On revient sur la résolution algébrique de l'équation et en particulier sur le développement de $(x + 5)^2$.</p> <p>En classe de 3e, tout en s'appuyant sur la double distributivité, on peut profiter de la situation pour introduire l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.</p>																																																
Prolongements possibles	<ul style="list-style-type: none"> • Un problème du même type (mais sans solution) pour réinvestir ce qui vient d'être travaillé et montrer à nouveau l'efficacité du calcul littéral : <i>Lorsqu'on augmente de 4 cm le côté d'un carré, son aire augmente de 12 cm².</i> Est-il possible de retrouver les dimensions de ce carré ? • Un problème similaire pour travailler le développement d'un programme du type $(x - a)(x - a)$ et éventuellement découvrir l'identité remarquable $(a - b)^2$: <i>Lorsqu'on diminue de 2 cm le côté d'un carré, son aire diminue de 67 cm².</i> Est-il possible de retrouver les dimensions de ce carré ? 																																																



Lorsqu'on augmente de 5 cm le côté d'un carré son aire augmente de 111 cm².

Est-il possible de retrouver les dimensions du carré de départ ?