PROGRAMMES DES LYCÉES

PROGRAMME DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN CLASSE TERMINALE DE LA SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE

A. du 20-7-2001. JO du 4-8-2001
NOR : MENE0101661A
RLR : 524-7
MEN - DESCO A4

Vu code de l'éducation, not. art. L. 311-1 à L. 311-3 et L. 311-5 ; D. n° 90-179 du 23-2-1990 ; A. du 18-3-1999 mod. ; avis du CNP du 26-6-2001 ; avis du CSE des 5 et 6-7-2001

Article 1 - Le programme de l'enseignement obligatoire et de spécialité des mathématiques en classe terminale de la série économique et sociale est déterminé par les dispositions annexées au présent arrêté.
Article 2 - Le directeur de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait à Paris, le 20 juillet 2001
Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur de l'enseignement scolaire
Jean-Paul de GAUDEMAR

ANNEXE

MATHÉMATIQUES
CLASSE TERMINALE DE LA SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE

I - INTRODUCTION

Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques pour la série ES ont été présentés dans le programme de 1ère ES (B.O. hors-série n° 8 du 31 août 2000, volume 6) : entraînement à la lecture active de l'information et à son traitement, initiation à la pratique d'une démarche scientifique globale (dans laquelle l'étude expérimentale - par les élèves - de situations suffisamment riches précède et conditionne la mise en place des nouveaux concepts), cohérence dans les choix faits pour la formation des élèves.
Pour l'enseignement obligatoire, on a repris ici l'essentiel de ce qui constituait l'ancien programme. Une première partie est consacrée au traitement de l'information chiffrée, à la statistique et aux probabilités. Une seconde partie est consacrée aux fonctions numériques et au calcul intégral : les fonctions classiques (ou de référence) à la fin de ce cycle sont les polynômes de faible degré, des quotients de tels polynômes ou des produits par une fonction exponentielle, logarithme et les racines d'un polynôme de faible degré. Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'étude d'une fonction se limitera à un intervalle.
Pour l'enseignement de spécialité, le programme est résolument novateur. Cet aspect novateur garde toutefois une dimension raisonnable, eu égard à l'horaire en jeu ; il valorise par ailleurs la série ES qui aborde ainsi des objets mathématiques originaux. Ce programme de spécialité se situe dans le prolongement de celui de l'option de première ES ; les élèves voulant choisir la spécialité "mathématiques" en terminale ES auront donc tout intérêt à suivre l'option "mathématiques" en première, sauf à rattraper quelques notions, en particulier le calcul matriciel.
Dans ce programme, certains théorèmes sont admis : dans ce cas, il convient de les rendre vraisemblables en montrant comment ils s'appliquent, et en démontrant éventuellement des cas particuliers.
Plusieurs propriétés sont mentionnées comme devant être utilisées comme règles opératoires (par exemple, la limite en un point de la somme de deux fonctions est la somme de leurs limites). Dire qu'une propriété est utilisée comme règle opératoire signifie que l'élève peut l'utiliser dans un calcul ou une démonstration sans y faire référence explicitement.
L'enseignant reste libre de l'ordre dans lequel il traite les diverses parties du programme ci-dessous.

II - ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

À titre indicatif, la répartition horaire entre les différents chapitres peut être : 60 % pour l'analyse (18 semaines) ; 40 % pour la statistique et les probabilités (12 semaines).

(voir tableau page suivante)

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Fonctions numériques		
Langage de la continuité.	On se limitera à une approche intuitive et on admettra que les fonctions usuelles sont continues par intervalle. On examinera graphiquement, à titre de contre-exemple, la fonction partie entière.	La propriété des valeurs intermédiaires sera présentée graphiquement ; on conviendra, dans les tableaux de variation, que les flèches obliques de variation traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. On allégera ainsi la rédaction des problèmes de recherche de solution approchée des équations du type : $f(x)=\lambda$.
Limites : opérations, composition, comparaison.	On interprétera des inégalités du type : $f(x) \geq g(x)$ ou $u(x) \leq v(x)$ lorsque les limites de g, u et v permettent d'en déduire la limite de f. Pour les limites à l'infini des fonctions polynômes et rationnelles, on énoncera et on utilisera les règles opératoires sur les termes de plus haut degré.	On complétera les résultats énoncés en classe de première et on en restera à une justification intuitive.
Primitives d'une fonction sur un intervalle. Définition. Théorème : “deux primitives d'une fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante”.	On déterminera les primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.	On ne soulèvera aucune difficulté sur l'existence des primitives des fonctions usuelles.
Fonctions logarithme népérien et exponentielle. Propriétés caractéristiques. Dérivée. Comportement asymptotique. Représentation graphique.	On utilisera les notations habituelles : $\ln x$, nombre e, notation e^x. On pourra mentionner la fonction logarithme décimal. On fera le lien avec les suites géométriques, caractérisées par une croissance relative constante.	Le mode d'introduction de ces fonctions n'est pas imposé. L'existence et la dérivabilité sont admises. Dans le cadre de résolutions de problèmes liés à l'économie, on introduira l'accroissement moyen $(f(b)\text{-}f(a))/(b\text{-}a)$ de f entre a et b et l'accroissement relatif $(f(b)\text{-}f(a))/f(a)$.
Définition de a^b (a>0 et b réel).	On s'intéressera au cas $b=1/n$, avec $n \in \mathbb{N}^*$, et à des problèmes menant au calcul de la moyenne géométrique de nombres réels positifs.	
Fonctions : $x \mapsto a^x$.	On fera le lien avec les suites géométriques étudiées en classe de première et on expliquera ainsi l'expression “croissance ou décroissance exponentielle”. On s'appuiera sur des représentations graphiques pour illustrer les rapidités de croissance.	On pourra, pour certaines suites ou fonctions tendant vers $+\infty$ ou 0 , illustrer la rapidité de la croissance ou de la convergence par le temps de doublement ou de diminution de moitié.
Croissances comparées.	On positionnera, à l'aide d'un grapheur, les courbes représentatives $x \mapsto e^x$ et de $x \mapsto \ln x$ par rapport à celles des fonctions $x \mapsto x^n$. On établira la limite en $+\infty$ de e^x/x et de $\ln x/x$; on en déduira la limite en $-\infty$ de xe^x. On aboutira aux règles opératoires : *“à l'infini, l'exponentielle de x l'emporte sur toute puissance de x”* et *“les puissances de x l'emportent sur le logarithme de x”*.	On pourra aborder lors de l'étude de problèmes des fonctions du type $x \mapsto x^\alpha$ (avec α réel) ; l'étude générale de ces fonctions est hors programme.
Composition des fonctions.	On reconnaîtra la composée de fonctions dans des cas simples et, lorsque les fonctions mobilisées sont monotones, on en déduira le sens de variation.	Les exemples vus en première seront enrichis avec l'utilisation des fonctions exponentielle et logarithme népérien.
Dérivation de la composée de deux fonctions. Formule $(\varphi(u))' = \varphi'(u)u'$	On illustrera avec les exemples suivants : $\ln u$, $\exp u$, u^n.	Lors de résolutions de problèmes en lien avec l'économie, on introduira la notion de coût total et de coût marginal.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Calcul intégral		
Aire sous la courbe représentative d’une fonction positive. Définition de l’intégrale à partir d’une primitive de la fonction.	On approchera la notion d’intégrale par l’aire sous une courbe en escalier puis, sur des exemples simples, on conjecturera le lien entre l’aire sous la courbe et les primitives de la fonction. On proposera des situations où l’intégrale est une grandeur, un coût (impôts, etc.).	On ne soulèvera aucune difficulté sur les hypothèses de continuité et on s’appuiera sur une conception intuitive de la notion d’aire dans des situations “régulières”. En lien avec l’économie, on mentionnera le problème des unités : si x et y sont deux grandeurs liées par une relation $y=f(x)$, l’intégrale $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ est une grandeur homogène au produit des grandeurs xy tandis que la valeur moyenne est homogène à y.
Valeur moyenne d’une fonction sur un intervalle.		
Propriétés de l’intégrale : linéarité, positivité, ordre, relation de Chasles.	Il convient d’interpréter les différentes propriétés en terme d’aire sous la courbe pour les fonctions positives.	
Statistique et probabilités		
Nuage de points associé à une série statistique à deux variables numériques. Point moyen.	On proposera aussi des exemples où la représentation directe en $(x\,;y)$ n’est pas possible et où il convient par exemple de représenter $(x\,;\ln y)$ ou $(\ln x\,;y)$ et on fera le lien avec des repères semi-logarithmiques.	
Ajustement affine par moindres carrés.	On fera percevoir le sens de l’expression “moindres carrés” par le calcul sur tableur, pour un exemple simple, de la somme : $\Sigma\,(y_i - ax_i - b)^2$. On évoquera sur des exemples l’intérêt éventuel et l’effet d’une transformation affine des données sur les paramètres a et b. On étudiera avec des simulations la sensibilité des paramètres aux valeurs extrêmes. On proposera des exemples où une transformation des données conduit à proposer un ajustement affine sur les données transformées.	L’objectif est de faire des interpolations ou des extrapolations. On admettra les formules donnant les paramètres de la droite des moindres carrés : coefficient directeur et ordonnée à l’origine. On traitera essentiellement des cas où, pour une valeur de x, on observe une seule valeur de y (par exemple les séries chronologiques). Le coefficient de corrélation linéaire est hors programme (son interprétation est délicate, notamment pour juger de la qualité d’un ajustement affine).
	On proposera un ou deux exemples où les points $(x_i\,;y_i)$ du nuage sont “presque” alignés et où cet alignement peut s’expliquer par la dépendance “presque” affine à une troisième variable.	On verra ainsi que pouvoir prédire y à partir de x ne prouve pas qu’il y ait un lien de causalité entre x et y.
Simulation.	On étudiera un exemple traitant de l’adéquation de données expérimentales à une loi équirépartie.	L’élève devra être capable de poser le problème de l’adéquation à une loi équirépartie et de se reporter aux résultats de simulation qu’on lui fournira. Le vocabulaire des tests (hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.
Conditionnement et indépendance.	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes…. efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements.		
Formule des probabilités totales.	On appliquera entre autre cette formule à la problématique des tests de dépistage.	Les élèves doivent savoir appliquer la formule des probabilités totales sans aide dans des cas simples.
Modélisation d'expériences indépendantes. Cas de la répétition d'expériences identiques et indépendantes.	On retravaillera les expériences de références vues en seconde et première (dés, pièces, urnes…).	On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.
Lois de probabilités discrètes.		Les situations abordées à ce niveau ne nécessitent pas le langage formalisé des variables aléatoires ; ces dernières ne figurent pas au programme.
Espérance et variance d'une loi numérique.	À l'aide de simulations et de la loi des grands nombres, on fera le lien avec moyenne et variance d'une série de données.	
Expériences et lois de Bernoulli. Lois binomiales.	On se limitera pour les calculs sur ces lois à des petites valeurs de n ($n<5$) ; on pourra utiliser des arbres.	On donnera des exemples variés où interviennent des lois de Bernoulli et des lois binomiales.

III - ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Trois domaines sont abordés dans l'enseignement de spécialité : deux d'entre eux (suites et géométrie dans l'espace) prolongent directement le travail commencé en classe de première ; les paragraphes qui suivent expliquent le choix du troisième domaine et de la méthode de travail proposée.

Une ouverture sur la théorie des graphes

Ce choix est cohérent tant avec le programme de la classe antérieure qu'avec les exigences de formation ultérieure : on trouve en effet ici quelques applications intéressantes du calcul matriciel développé dans l'option de première ES ; par ailleurs, les problèmes résolus constituent une première approche, volontairement modeste, de situations complexes (d'ordonnancement, d'optimisation de flux, de recherche de fichiers informatiques, d'études de migrations de populations…) auxquelles de nombreux élèves seront par la suite confrontés, notamment en gestion ou en informatique. Ce thème sensibilise naturellement à l'algorithmique et, en montrant la puissance de la théorie des graphes pour la modélisation, permet un autre regard mathématique sur diverses situations.
Enfin, la présence des graphes dans les programmes permettra ultérieurement de définir des thèmes de TPE faisant intervenir des mathématiques consistantes.

Un travail axé sur la seule résolution de problèmes

Il n'est pas question de retomber dans les pièges du langage ensembliste des années 1970 : toute présentation magistrale ou théorique des graphes serait contraire au choix fait ici. L'essentiel du travail réside dans la résolution de problèmes : résolution à l'initiative des élèves, avec ses essais et tâtonnements, ses hésitations pour le choix de la représentation en termes de graphe (quels objets deviennent arêtes ? lesquels deviennent sommets ?), la recherche d'une solution et d'un raisonnement pour conclure. Toute notion relative à la théorie des graphes absente de la liste de vocabulaire élémentaire du tableau ci-après est clairement hors programme. Cette liste doit suffire pour traiter tous les exercices proposés.
On trouvera dans le document d'accompagnement des éléments de théorie des graphes nécessaires à la formation des enseignants ainsi qu'une liste d'exemples sans caractère normatif, couvrant largement le programme et illustrant le type de travail attendu ; chaque exemple est suivi d'une liste de contenus (termes ou propriétés) que celui-ci permet d'aborder ; un lexique en fin de ce document reprend la totalité des termes et propriétés du programme ainsi introduits. L'optique première étant la résolution de problèmes, on insistera plus sur le bon usage des mots que sur leur définition formelle. L'intérêt du lexique est de bien marquer des limites à ce qui est proposé .
À titre indicatif, la répartition horaire entre les différents chapitres peut être :
40 % pour les graphes ; 35 % pour les suites ; 25 % pour la géométrie dans l'espace.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Résolution de problèmes à l'aide de graphes		
Résolution de problèmes conduisant à la modélisation d'une situation par un graphe orienté ou non, éventuellement étiqueté ou pondéré et dont la solution est associée : - au coloriage d'un graphe, - à la recherche du nombre chromatique , - à l'existence d'une chaîne ou d'un cycle eulérien, - à la recherche d'une plus courte chaîne d'un graphe pondéré ou non, - à la caractérisation des mots reconnus par un graphe étiqueté et, réciproquement, à la construction d'un graphe étiqueté reconnaissant une famille de mots. - à la recherche d'un état stable d'un graphe probabiliste à 2 ou 3 sommets.	Les problèmes proposés mettront en jeu des graphes simples, la résolution pouvant le plus souvent être faite sans recours à des algorithmes. On indiquera que pour des graphes complexes, des algorithmes de résolutions de certains problèmes sont absolument nécessaires. On présentera un algorithme simple de coloriage des graphes et un algorithme de recherche de plus courte chaîne.	Il s'agit d'un enseignement entièrement fondé sur la résolution de problèmes. L'objectif est de savoir modéliser des situations par des graphes et d'identifier en terme de propriétés de graphes la question à résoudre. Ces algorithmes seront présentés dans les documents d'accompagnement et on restera très modeste quant à leurs conditions de mise en œuvre.
Vocabulaire élémentaire des graphes : sommets, sommets adjacents, arêtes, degré d'un sommet, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe complet, distance entre deux sommets, diamètre, sous-graphe stable, graphe connexe, nombre chromatique, chaîne eulérienne, matrice associée à un graphe, matrice de transition pour un graphe pondéré par des probabilités.	Les termes seront introduits à l'occasion de résolution de problèmes et ne feront pas l'objet d'une définition formelle, sauf lorsque cette définition est simple et courte (degré d'un sommet, ordre d'un graphe par exemple).	Les élèves devront savoir utiliser à bon escient le vocabulaire élémentaire des graphes, vocabulaire qui sera réduit au minimum nécessaire à la résolution des problèmes constituant l'enseignement de cette partie.
Résultats élémentaires sur les graphes : - lien entre la somme des degrés des sommets et le nombres d'arêtes d'un graphe ; - conditions d'existence de chaînes et cycles eulériens ; - exemples de convergence pour des graphes probabilistes à deux sommets, pondérés par des probabilités.	On pourra, dans des cas élémentaires, interpréter les termes de la puissance $n^{ème}$ de la matrice associée à un graphe.	
Compléments sur les suites		
Suites monotones, majorées, minorées, bornées. Suites convergentes.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique. On fera comprendre, sans en donner de définition formelle, les notions de suite convergente et de suite tendant vers $+\infty$ ou $-\infty$; on étudiera ainsi le comportement asymptotique des suites géométriques et des suites arithmétiques ainsi que des sommes partielles de ces suites. On introduira quelques exemples de suites finies, dont on demandera un ou plusieurs prolongements "logiques" (c'est-à-dire définis par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$, ou du type $u_n = f(n)$).	On gardera en terminale la démarche expérimentale adoptée en première pour les suites, en particulier pour aborder la notion de convergence. On évitera tout formalisme inutile, sans pour autant sacrifier la rigueur du raisonnement ; on utilisera le raisonnement par récurrence dans les situations où il est nécessaire. On pourra, utiliser les règles opératoires sur les limites vues en classe de première pour les fonctions. On s'appuiera sur la calculatrice ou une représentation graphique adaptée pour conjecturer le comportement global ou asymptotique de chacune des suites étudiées. On soulignera l'entraînement au raisonnement inductif et la mise en jeu des capacités d'invention que la recherche de tels exemples implique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = a\,u_n + b$.	Sur des exemples, on étudiera le comportement global et asymptotique des suites de ce type ; le cas échéant, on introduira la suite géométrique associée.	On illustrera l'étude de ces suites à l'aide de représentations graphiques.
Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+2} = a\,u_{n+1} + b\,u_n$.	On traitera des situations conduisant à des suites définies par une relation de récurrence linéaire d'ordre deux : l'objectif est avant tout de comprendre la genèse de telles suites et d'en calculer les premiers termes à la main, à la calculatrice ou avec un tableur.	
Géométrie dans l'espace		
Exemples de problèmes mettant en jeu des équations de plans ou de droites de l'espace.		L'objectif de ce paragraphe est de poursuivre en terminale le travail commencé en première sur ce thème. On admettra comme en classe de première que pour $(a,b,c) \neq (0,0,0)$, $ax+by+cz+d=0$ est l'équation d'un plan.
Représentation et lecture de courbes de niveau.	On travaillera des exemples simples utilisant des fonctions de deux variables construites à partir des différentes fonctions étudiées en première et terminale. On utilisera des logiciels pour visualiser les surfaces et les courbes de niveau apparaîtront comme des sections de ces surfaces par des plans parallèles à l'un des trois plans de base.	En les projetant sur un plan de coordonnées, on pourra associer les courbes de niveau à l'étude de familles de fonctions à une variable dépendant d'un paramètre (isoquants, isocoûts,…) ; on exploitera en particulier des fonctions fréquemment utilisées en économie.
Exemples d'optimisation de fonctions à deux variables sous contrainte linéaire.	En écrivant la contrainte sous la forme $y = mx+p$ ou $x = m'y+p'$, on recherchera des extrema d'une nouvelle fonction ne dépendant que d'une variable.	