



## Congrès ANCP 2016 – Le Havre 2.0

### Conférence de Cédric Villani

*Cédric Villani est un mathématicien, directeur de l'Institut Henri-Poincaré et professeur à l'université Claude Bernard Lyon 1. Il a reçu la médaille Fields en 2010.*

#### Introduction

A quoi sert l'enseignement maths et comment le faire évoluer ?

Cédric Villani se définit comme enseignant avant de se définir comme chercheur.

Il a toujours été professeur (pas de poste de recherche à temps plein).

L'enseignement de mathématique est le plus redouté, le plus important, celui qui est perçu comme le plus indispensable. La relation avec l'enseignant est importante. Où trouver les enseignants de mathématiques ?

Nous avons besoin de chercheurs, de mathématiciens, l'économie dépend de plus en plus des maths, il nous faut des citoyens conscients des mathématiques. Comment les former ?

Les chercheurs sont tous en mesure de citer un enseignant qui les a marqués. C'est universel. Enseigner en mathématiques demande vocation et foi dans la valeur de l'enseignement et la transmission.

Au niveau de l'école, on a une population enseignante majoritairement littéraire dans un contexte où les filières scientifiques sont les plus recherchées. Pour une majorité des enseignants, certains ont été mis en échec par les maths et c'est à eux qu'incombe le premier contact des élèves avec les mathématiques.

Ça prend plus de temps de changer l'éducation plutôt que le système économique.

Que nous apprennent les classements internationaux ? Les pays les mieux classés sont ceux dans lesquels les enseignants sont les plus respectés.

#### Témoignage de Cédric Villani :

**« Mes souvenirs de maths : Comment ça a été utile pour moi plus tard ?**

« Je n'ai pas de souvenirs de classe en mathématiques jusqu'à la 5<sup>e</sup>. Je me souviens des carrés magiques, je trouvais ça fascinant. Il y a une recette, vous pouvez apprendre à un élève à remplir le carré magique de 17 sur 17. Le simple fait de maîtriser une technique donne un sentiment extrêmement fort. Les carrés magiques pairs c'est plus dur. Ça ne m'a

pas servi mais c'était un jeu. Et le livre que mon père avait trouvé aux puces... Fibonacci et les lapins, le nombre d'or... ça me faisait rêver et ça parlait des nombres, je devais être en 6<sup>e</sup>, je ne comprenais pas... et puis il y avait Donald au pays des maths magiques : le billard, on voyait comment à partir d'un jeu on pouvait percevoir l'abstrait ».

« 5<sup>e</sup> un premier souvenir, résolution d'équation avec automatisme. On apprend à se servir d'une règle, petite ivresse, réussite sans avoir à se représenter le problème.

4<sup>e</sup> grand souvenir, on va se mettre à démontrer. On va apprendre les raisonnements organisés. L'objet majeur du cours de maths c'est de faire sentir ce qu'est une démonstration. Grand conquête de l'humanité.

Autre souvenir : les structures algébriques.

En seconde : programmation linéaire, mettre en équation un problème. Théorie moderne de la programmation linéaire.

2<sup>de</sup> : démonstration par barycentres. Cette idée que face à un problème mathématique, il y a plusieurs voies d'approche : géométrie analytique, géométrie synthétique, ou barycentre.

La recherche d'inconnus, le fait de faire des diagrammes . Jouer avec les barycentres.

Je passais parfois la semaine à chercher des démonstrations. J'étais un vrai passionné, Le professeur n'était pas standard dans la façon de présenter la géométrie. Rien n'était admis sans argument.

Souvenir de première : On peut tout démontrer. Le seul cours dans lequel on n'est pas obligé d'admettre. Il m'est arrivé d'avoir un contre-exemple :j'avais raison contre l'enseignant.

Plus tard à l'ENS ça m'arrivait de me faire contredire par mes élèves. C'est plus instructif pour l'élève de corriger une démonstration fausse. // Socrate. Pour comprendre la chose il faut la construire soi-même. »

### **La question de l'orientation ?**

Cédric Villani s'est retrouvé à l'ENS à 20 ans. Il précise qu'il faut suivre les conseils et aller là où on a envie d'aller.

Qu'est-ce qui lui a servi dans son métier de mathématicien ?

Savoir faire une démonstration. Selon lui, il faut commencer par une démonstration de 10 lignes ...ou 150 pages. Apprendre à enchaîner les arguments. Imaginer la preuve, quel chemin on va prendre. Tout cela avec ténacité et rigueur.

Son orientation : géométrie puis algèbre puis analyse puis physique mathématique. On ne sait jamais ce qui va se passer. Mais Cédric Villani dit bien que ce qu'il a fait en géométrie lui a servi beaucoup plus : tournure d'esprit, comment faire tenir debout un raisonnement abstrait.

Citation livre d'Euclide. « *J'ai ainsi découvert ce que démontrer signifie* ».

La Mathématique, c'est une question de savoir faire et de rigueur, savoir-faire déductif.

« La mathématique joue d'une estime toute particulière, ses lois en sont indiscutables ».

### **Lien entre éducation et recherche**

On forme un tout en maths, les enseignants, les chercheurs, les spécialistes de la pédagogie, avec des liens dans tous les sens. Il y a des spécialités. Un chercheur ne sera pas légitime tant qu'il n'aura pas enseigné devant une classe de primaire. On a tous besoin les uns des autres.

Le chercheur s'intéresse à ce que font ses enfants en maths. Les symétries, les nombres à virgule sont les deux concepts qui ont marqué les enfants, concepts importants pour

toute la vie.

« Quand un chercheur intervient, ce n'est pas pour remplacer l'enseignant mais ça peut le compléter, un élément de mystère. On fait des petits jeux avec des chiffres : l'énigme 1089.

Enigme « 1089 » :

* Prenez un nombre à trois chiffres	Par exemple, N = 853
Renversez l'ordre des chiffres	358
Faire la différence entre les deux nombres	$853 - 358 = 495$
Retrounez ce nouveau nombre	594
Ajoutez ces deux derniers nombres	$495 + 594$
Le résultat est toujours...	1089



(des explications ici : <http://villemin.gerard.free.fr/Magie/N1089.htm> )

Ça donne un nombre mystère, il faut maîtriser l'écriture décimale, on peut donner au collègue une idée de pourquoi ça marche. On peut expliquer ces miracles. Toute la science c'est ça. La géométrie c'est ça, vous remplacez le mystère par une explication. On va comprendre pourquoi ça marche.

4 -2 -1 : autre énigme. Prenez un nombre, s'il est impair vous multipliez par 3 et vous ajoutez 1.  $(3x+1)$

Quand c'est pair vous divisez par 2 ... On continue ... On arrive toujours à 4 2 1 ; c'est l'une des grandes énigmes, c'est rageant, on ne comprend pas pourquoi. »

La discipline mathématique c'est la seule à comporter des mystères.

Seule discipline pour laquelle il y a un réseau avec une recherche en pédagogie, l'une des meilleures du monde. Réseau passionné.

### **A quoi sert l'enseignement des maths et comment l'améliorer ?**

« Ça sert à rien et à tout. Le théorème de Pythagore ne sert à personne dans la vie. Sert à entraîner le cerveau et à faire des apprentissages, se familiariser avec la complexité, avoir une réflexion organisée. »

« Ça sert à tout. Il n'y aurait pas de système métrique de l'espace-temps,

Les maths jouent un rôle en médecine : façon de faire les prothèses...

Les maths contribuent à n'importe quel sujet scientifique : observation des ondes gravitationnelles. Dans l'économie aussi. »

5 missions à remplir :

- 1<sup>ère</sup> fonction : sensibiliser les élèves à la notion de maths dans notre monde. En maths, on accède à des vérités. Avec les grecs ça permet d'explorer le monde.

C'est quelque chose de difficile la mathématique.

La mathématique c'est aussi le monde dans lequel on vit. Sans les mathématiciens

anglais le débarquement était impossible. Moment où l'Amérique s'est lancée dans le programme maths. L'Amérique passe au statut de leader.

- 2<sup>e</sup> fonction : donner aux jeunes des bases de calcul

- 3<sup>e</sup> fonction : apprendre à penser de manière logique et abstraite. Il faut se détacher des supports concrets.

- 4<sup>e</sup> fonction ; préparer les scientifiques et ingénieurs qui se serviront des maths.

5<sup>e</sup> fonction ; préparer les futurs mathématiciens, comprendre comment ça fonctionne.

Dernière fonction : voir les maths comme un sport. Ex : calcul mental. On apprend à se concentrer. « C'est pas de la mathématique, ce n'est pas les mêmes parties du cerveau qui sont activées. »

Aucun autre cours n'a autant de fonctions.

### **Par rapport à un écolier, quelles notions représentent la discipline ?**

Les nombres, le concept de nombre a été formalisé au 19<sup>e</sup> siècle, il a fallu 2000 ans de travail conceptuel.

A l'école on apprend pi. Les relations les unes avec les autres, les symétries.

Autre concept emblématique : les fonctions

On ne peut rien faire sans les exercices en maths.

### **Mythes par rapport aux mathématiciens et mathématique**

« - la calculatrice va remplacer le mathématicien. Toujours besoin de mathématicien pour les raisonnements.

- moyen d'apprendre la mathématique sans effort. Je n'y crois pas. L'élève motivé est prêt à faire l'effort. Donner de la motivation.

- le bon programme entraîne les bons résultats. Mythe complet. Les profs qui m'ont le plus marqué sont ceux qui ne faisaient pas le programme.

- remplacer le prof par la machine. Je ne crois pas à la salle de cours de maths numérique. Ça ne coûterait pas moins cher.

- les cours en ligne vont tout renverser. Ça ne marche pas. Les Moocs ne marchent pas.

### **Ingrédients qui fonctionnent**

- les horaires, ça prend du temps

- la qualité des enseignants

- la motivation des enseignants.

- ambiance d'ensemble dans l'école

### **Recettes**

Les jeux ça marche toujours, les histoires, manipulation, coloriage...

On mélange l'histoire des idées, des personnes et des problèmes.

Exemple : Pourquoi Pythagore a permis de résoudre des problèmes ?

Mise en ritualisation, en activité. C'est toujours les activités sociales qui nous marquent.

Selon Cédric Villani, jusqu'en 6<sup>e</sup> inclus, c'est trop tôt pour démontrer mais on peut raisonner. On peut apprendre à programmer. Le bon âge pour commencer c'est 10 ans, pour tous. Faire un programme ça aide à faire une démonstration. On fait de la mathématique, de l'algèbre sans s'en rendre compte. C'est très efficace. L'élève peut se

corriger lui-même, très peu d'activités le permettent.

Apprendre à programmer en Scratch à partir de 10 ans. Il faut commencer. Pour beaucoup ce sera le cheval de Troie pour se lancer dans le raisonnement mathématique.

Référence à la main à la pâte qui s'est lancée sur des questions mathématiques :

Comment apprendre à programmer ?

Comment permettre aux enseignants d'expérimenter eux-mêmes ?

### **Questions diverses posées à Cédric Villani**

*Comment faire pour que le langage mathématique ne soit pas une langue morte ?  
(exemple :  $3x+1$ )*

Pas d'avis tranché sur la question.

Pour les enfants ça peut être un plaisir de la découverte du nouveau mot.

x c'est une démarche difficile. Passage à la notation abstraite, un vrai saut.

Important à transmettre : c'est un acquis conceptuel important.

On parle des maths comme un langage vrai c'est un reflet du monde, mais la réflexion mathématique n'est pas de la même nature que l'être humain parlant. La réflexion mathématique n'est pas verbale.

*- En primaire didactiser les concepts pour le plus jeune âge ? Que faire avant 10 ans ?  
Quel intérêt donner à la mathématique aux plus jeunes enfants ?*

Si on est avant l'âge du concept, on est sur la résolution de problèmes, la notion de nombre sur laquelle on revient à tous les âges. Vous avez la mission de didactiser le plus possible. Le segment primaire est celui qui marche le mieux dans notre pays. Le travail de mise en jeu est bien fait. En primaire il y a plein de mécanismes conceptuels qui se mettent en place. L'enseignant doit accompagner dans certaines attitudes.

*- Quel élément d'explication en cas de blocage ?*

Ca dépend des gens. La Mathématique est une discipline à part, la forme de raisonnement est particulière. Une importance est accordée au raisonnement déductif et abstrait.

Il y a appréhension dès le départ, une prophétie.

Dans tous les pays, les gens fanfaronnent d'avoir été nul en maths. Cela participe à l'idée que les maths c'est quelque chose de particulier. Le raisonnement logique ce n'est pas naturel. On passe notre temps à faire des raisonnements illogiques. Les petits problèmes de géométrie sont plus simples que les raisonnements subtils qu'on fait pour faire une analyse politique.

Quand on laisse entendre que c'est facile... non ce n'est pas facile. Il y aura un effort à faire, plus que toute autre discipline.

Le carré magique vous pouvez les faire dès que vous savez compter et faire des additions.