

Chapitre M2



Algèbre 9

SUITES NUMERIQUES 2

Capacités	Connaissances
Appliquer les formules donnant le terme de rang n en fonction du premier terme et de raison de la suite.	Expression du terme de rang n d'une suite arithmétique.
	Expression du terme de rang n d'une suite géométrique.

Contenu du dossier :

- Cours
- Exercices (Livre **Chapitre 3** pages 37-48)
- Corrigé des exercices
- Evaluation **EM2**
- Corrigé de l'évaluation EM2



Rappels 1^{ère}**Activité 1**

1. **Cocher** la case correspondant à la réponse exacte.

a) Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial $u_0 = 2$ et de raison -3.

- Le terme u_1 est égal à :

- 6 5 -1

- Le terme de rang 2 de la suite (u_n) est :

- 4 18 3

b) Soit (v_n) la suite géométrique de terme initial $v_1 = 4$ et de raison 1,5.

- Le terme v_2 est égal à :

6 5,5 7

- Le terme de rang 3 de la suite (v_n) est :

7,5 7 9

2. Pour chaque question, **entourer** la réponse exacte.

a) Les nombres 2,5 ; 10 ; 40 sont, dans cet ordre, des termes successifs d'une suite : arithmétique ; géométrique ; ni arithmétique ni géométrique.

b) Les nombres 0,2 ; 0,6 ; 1 sont, dans cet ordre, des termes successifs d'une suite : arithmétique ; géométrique ; ni arithmétique ni géométrique.

c) Les nombres 3 ; 6 ; 18 sont, dans cet ordre, des termes successifs d'une suite : arithmétique ; géométrique ; ni arithmétique ni géométrique.

3. **Cocher** la case correspondant à la réponse exacte.

a) La raison de la suite arithmétique (u_n) telle que $u_6 = 4$ et $u_7 = 6$ est :

-2 1,5 2

b) La raison de la suite géométrique (v_n) telle que $v_3 = 8$ et $v_4 = 4$ est :

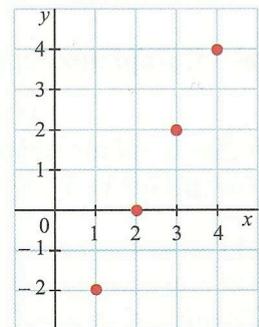
-4 0,5 2

4. On a représenté graphiquement les termes de rangs 1 à 4 d'une suite notée (u_n) .

Rayer les encadrés inexacts.

a) Les points représentant u_1, \dots, u_4 sont alignés / non alignés, donc u_1, \dots, u_4 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique / géométrique.

b) La raison de la suite (u_n) est 1 / 2.



I. Terme de rang n d'une suite arithmétique

Définition (rappel)

Une suite **arithmétique** est une suite de nombres où chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en ajoutant au précédent un même nombre, appelé **raison**. $u_{n+1} = u_n + r$ (r est la raison de la suite arithmétique).

I.1. Mémoriser les expressions en fonction de n du terme de rang n d'une suite arithmétique

Activité 2

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial $u_0 = 5$ et de raison $r = -3$.

Compléter:

$$u_1 = u_0 + r = \dots + \dots = \dots$$

$$u_2 = u_1 + r = \dots + \dots = \dots$$

Cas général:

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial u_0 et de raison r .

$$u_1 = \dots$$

$$u_2 = \dots = \dots$$

$$u_3 = \dots = \dots$$

$$u_4 = \dots = \dots$$

Conclusion

$$u_n =$$

2. Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial $u_1 = 5$ et de raison $r = 5$.

Compléter:

$$u_2 = u_1 + r = \dots + \dots = \dots$$

$$u_3 = u_2 + r = \dots + \dots = \dots$$

Cas général:

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial u_1 et de raison r .

$$u_2 = \dots$$

$$u_3 = \dots = \dots$$

$$u_4 = \dots = \dots$$

$$u_5 = \dots = \dots$$

Conclusion

$$u_n =$$

A retenir:

Dans une suite arithmétique de raison r , le terme u_n est obtenu à partir du premier terme, par la relation

- Lorsque le terme initial est u_0 , le terme de rang n est $u_n = u_0 + nr$

- Lorsque le terme initial est u_1 , le terme de rang n est $u_n = u_1 + (n-1)r$

I.2. Comment calculer des termes d'une suite arithmétique (u_n)

Méthode 1

Étape 1: Repérer le terme initial de la suite arithmétique (u_n)

Étape 2: Écrire u_n en fonction de n :

Lorsque le terme initial est u_0 , écrire l'égalité $u_n = u_0 + nr$

Lorsque le terme initial est u_1 , écrire l'égalité $u_n = u_1 + (n-1)r$

Étape 3: Calculer les termes demandés, en utilisant cette égalité

Activité 3

On considère une suite arithmétique (u_n).

Calculer u_{18} et u_{29} pour chacun des cas suivants.

a) Terme initial $u_0 = 4,5$ et raison $r = - 1,5$

b) Terme initial $u_1 = - 4$ et raison $r = 2,5$

a) **Étape 1 :** Le terme initial de la suite arithmétique (u_n) est $u_0 = 4,5$

Étape 2 : Le terme de rang n est donc $u_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

Étape 3 : $u_{18} = \dots\dots\dots$

$u_{29} = \dots\dots\dots$

b) **Étape 1 :** Le terme initial de la suite arithmétique (u_n) est $u_1 = - 4$

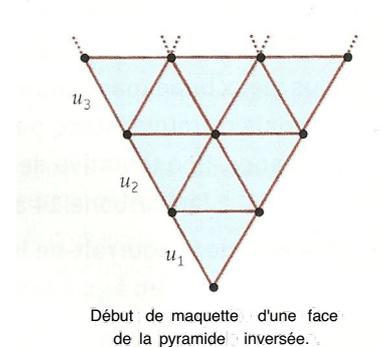
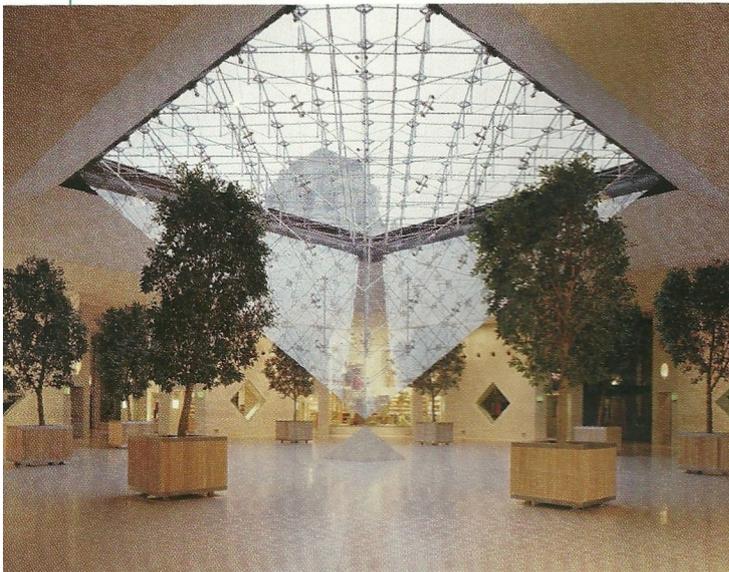
Étape 2 : Le terme de rang n est donc $u_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

Étape 3 : $u_{18} = \dots\dots\dots$

$u_{29} = \dots\dots\dots$

Application 1: La pyramide inversée du Louvre



Située sous le carrousel du Louvre, la Pyramide inversée est construite dans la même logique que la grande Pyramide à base carrée du Louvre mais avec des dimensions plus réduites. Chaque face est constituée de triangles de verre équilatéraux et comporte 12 rangées.

1. **Montrer** que les trois premières rangées forment une suite. Donner la nature et la raison de cette suite.

.....

.....

.....

2. **Exprimer** u_{12} en fonction de u_1 , puis **donner** la valeur de u_{12} .

.....

.....

.....

.....

3. Combien de triangles de verre constituent la dernière rangée de la pyramide inversée ?

.....

.....

.....

.....

4. On admettra que, pour calculer la somme des k premiers termes d'une suite arithmétique, on peut utiliser la formule suivante :

$$S_n = k \times \frac{u_1 + u_k}{2}$$

Vérifier à l'aide de cette formule de calcul que la pyramide inversée est constituée de 576 triangles équilatéraux.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ex 1 p 37

Ex 2 p 37

Ex 3 p 37

Ex 7 p 37

Ex 8 p 37

Ex 9 p 37

Ex 13 p 38

Ex 14 p 38

II. Terme de rang n d'une suite géométrique

Définition (rappel)

Suites géométriques

Une suite **géométrique** est une suite de nombres où chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en multipliant le précédent un même nombre, appelé **raison**. $u_{n+1} = u_n \times q$ (q est la raison de la suite géométrique).

II.1. Mémoriser les expressions en fonction de n du terme de rang n d'une suite géométrique

Activité 4

1. Soit (u_n) la suite géométrique de terme initial $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

Compléter:

$$u_1 = u_0 q = \dots \times \dots = \dots$$

$$u_2 = u_1 q = \dots \times \dots = \dots$$

...

Cas général:

1. Soit (u_n) la suite géométrique de terme initial u_0 et de raison q .

$$u_1 = \dots\dots\dots$$

$$u_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$u_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$u_4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Conclusion

$$u_n =$$

2. Soit (u_n) la suite géométrique de terme initial $u_1 = 10$ et de raison $q = 3$.

Compléter:

$$u_2 = u_1 q = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$u_3 = u_2 q = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

...

Cas général:

1. Soit (u_n) la suite géométrique de terme initial u_1 et de raison q .

$$u_2 = \dots\dots\dots$$

$$u_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$u_4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$u_5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Conclusion

$$u_n =$$

A retenir:

On considère une suite géométrique (u_n) et de raison q .

Lorsque le terme initial est u_0 , le terme de rang n est $u_n = u_0 q^n$

Lorsque le terme initial est u_1 , le terme de rang n est $u_n = u_1 q^{n-1}$

II.2. Comment calculer des termes d'une suite géométrique (u_n) **Méthode 1**

Étape 1: Repérer le terme initial de la suite géométrique (u_n)

Étape 2: Écrire u_n en fonction de n :

Lorsque le terme initial est u_0 , écrire l'égalité $u_n = u_0 q^n$

Lorsque le terme initial est u_1 , écrire l'égalité $u_n = u_1 q^{n-1}$

Étape 3: Calculer les termes demandés, en utilisant cette égalité

Activité 5

On considère une suite géométrique (u_n) .

Calculer u_6 et u_{10} pour chacun des cas suivants.

a) Terme initial $u_0 = 0,01$ et raison $q = 5$

b) Terme initial $u_1 = 0,03$ et raison $q = 3$

a) Étape 1 : Le terme initial de la suite géométrique (u_n) est $u_0 = 4,5$

Étape 2 : Le terme de rang n est donc $u_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

Étape 3 : $u_6 = \dots\dots\dots$

$u_{10} = \dots\dots\dots$

b) Étape 1 : Le terme initial de la suite géométrique (u_n) est $u_1 = -4$

Étape 2 : Le terme de rang n est donc $u_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

Étape 3 : $u_6 = \dots\dots\dots$

$u_{10} = \dots\dots\dots$

Application 2: Grimper sur le toit du monde ? Pas si simple...

Lorsqu'un alpiniste effectue une ascension d'un massif montagneux, il subit progressivement, entre autres, une baisse de pression atmosphérique se traduisant par la raréfaction de l'oxygène présent dans l'air.

Ainsi, l'alpiniste grimpe par paliers et s'octroie à chaque étape un certain nombre de jours de repos afin s'acclimater.

La première étape d'un groupe d'alpinistes voulant gravir le mont Everest est l'ascension séparant le 1^{er} camp de base, situé à 2 704 mètres d'altitude, et le 2^e camp de base, situé à 3 599 mètres d'altitude.

1. Quel est dénivelé de cette première étape ? On le notera d_1 .

.....

Le groupe effectue ensuite 10 autres étapes ascensionnelles de façon à diminuer progressivement le dénivelé d'environ 10%.

2. Calculer les dénivelés d_2 et d_3 des deuxième et troisième étapes.

.....

3. Montrer que d_1 , d_2 et d_3 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique. Préciser la raison q .

.....

4. **Exprimer** d_2 puis d_3 et d_4 en fonction des valeurs de d_1 et de q .

.....
.....
.....

5. **Déduire** une expression du dénivelé d_n de la n^{e} étape en fonction des valeurs de d_1 et de q .

.....
.....
.....

6. **Déterminer** le dénivelé de la onzième et dernière étape.

.....
.....
.....

7. On considère la formule suivante, donnant la somme S_n des n premiers termes d'une suite géométrique en fonction du 1^{er} terme u_1 et de la raison q de la suite :

$$S_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Déterminer le dénivelé total de cette expédition.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

8. **Retrouver** alors l'altitude du mont Everest.

.....
.....
.....

Ex 16 p 38
 Ex 24 p 38

Ex 17 p 38

Ex 18 p 38

Ex 22 p 38

Activité 6 : comment utiliser les suites numériques ?

Deux multiplexes cinémas ont été implantés dans des zones commerciales récentes. La société d'exploitation a étudié le nombre d'entrées délivrées avec la carte « CinéPass » sur deux ans. Le cinéma A a enregistré 1 200 entrées le premier mois, 1 280 le deuxième mois, puis 1 360 le troisième mois.

Le cinéma B a enregistré 1 000 entrées le premier mois, 1 080 le deuxième mois, puis 1 166 le troisième mois.

1. **Vérifier** que 1 200, 1 280 et 1 360 sont les termes d'une suite arithmétique (U_n) dont on précisera la raison.

.....
.....
.....

2. **Vérifier** que 1 000, 1 080 et 1 166 sont les termes d'une suite géométrique (U'_n) dont on précisera la raison.

.....
.....
.....

3. a) **Effectuer** la somme S_3 des 3 premiers termes de la suite arithmétique (U_n) .

.....
.....
.....

b) La formule qui permet de calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

Calculer S_3 avec cette formule et **vérifier** le résultat trouvé précédemment.

.....
.....
.....
.....
.....

4. a) **Effectuer** la somme S'_3 des 3 premiers termes de la suite géométrique (U'_n) .

.....
.....
.....
.....

b) La formule qui permet de calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique est :

$$S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{a - 1}$$

Calculer S_3 avec cette formule et vérifier le résultat trouvé précédemment.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Pour chacun des multiplexes, l'évolution constatée s'est maintenue sur 24 mois. Calculer le nombre total d'entrées enregistrées sur les deux ans, pour :

a) le multiplexe A ;

.....

.....

.....

.....

.....

b) le multiplexe B.

.....

.....

.....

.....

.....

Pb 26 p 39
 Pb 38 p 42

Pb 30 p 40
 Pb 39 p 42

Pb 35 p 41

Pb 36 p 41

En salle info :

Pb 41 p 43

Pb 42 p 43

Pb 44 p 44