

TRANSFORMATIONS

TRANSFORMATIONS

On appelle transformation du plan dans lui-même tout **procédé qui, à partir de n'importe quel point M du plan, permet de construire un point M' du plan.**

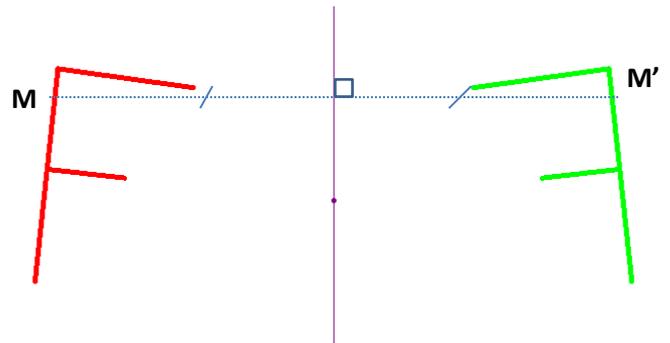
On dit que M' est l'image de M par cette transformation. M' est unique.

On dit que M est un antécédent du point M' par cette transformation.

SYMETRIE AXIALE

Appelée aussi « **symétrie orthogonale par rapport à une droite** ».

Deux figures sont symétriques si par pliage sur la droite **(d)** elles se superposent.



Le symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) est :

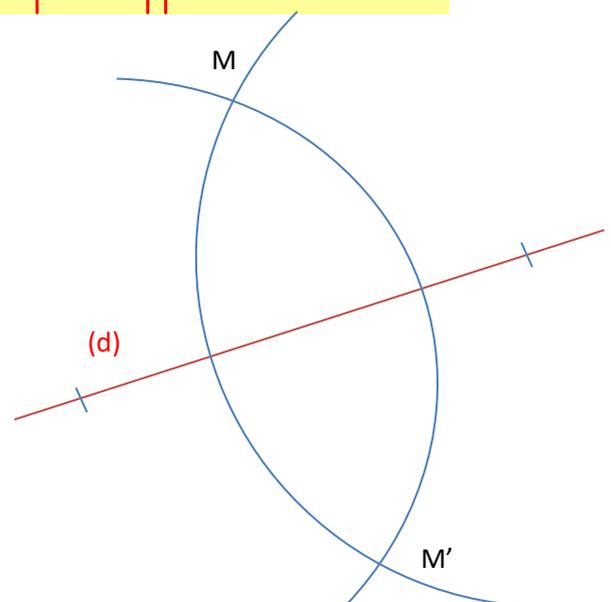
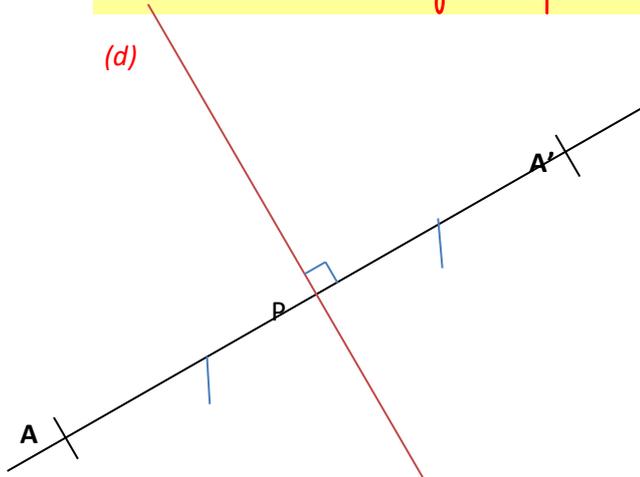
- le point M' tel que (d) soit la médiatrice de [MM'], si M n'est pas sur (d)
- le point M lui-même si M est sur (d).

• M' est l'image de M par la symétrie par rapport à la droite (d).
M et M' sont symétriques par rapport à (d).

• Tous les points de l'axe de symétrie sont leur propre image : ils sont **invariants**.

• Le **symétrique d'une figure F** par rapport à une droite (d) est l'ensemble **(F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

Comment tracer le symétrique d'un point par rapport à une droite :



Méthode 1

Tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.
Elle coupe (d) en P.
Placer le point A' tel que $AP = A'P$

Méthode 2

Placer deux points quelconques sur (d).
Pour chaque point, tracer deux arcs de cercle dont l'un passe par M.
Le point M' est alors le centre des deux arcs de cercle opposés.

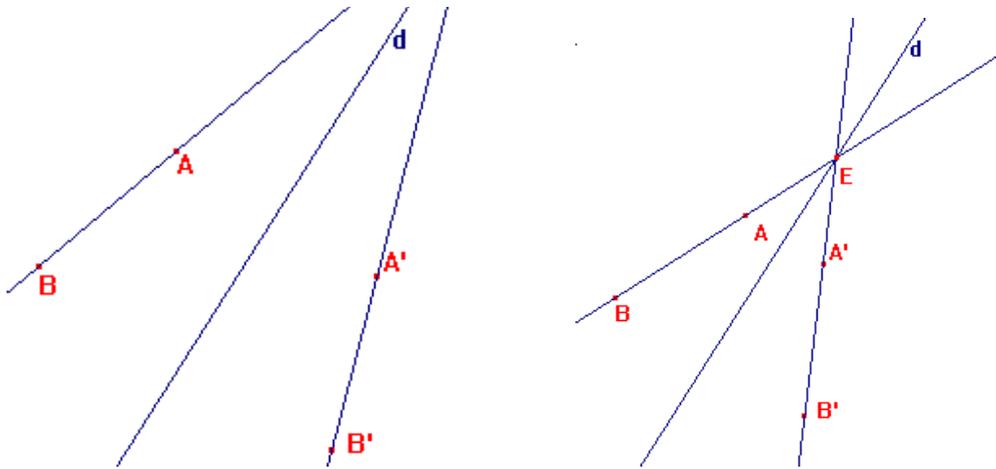
Propriétés de la symétrie axiale

Conservation de l'alignement

L'image d'une droite est une droite.

Si un point est sur une droite, alors son symétrique est sur le symétrique de cette droite.

Si une droite coupe l'axe de symétrie, alors son symétrique coupe l'axe en ce même point.



Conservation des longueurs L'image d'un segment est un segment de même longueur

Conservation du milieu L'image du milieu d'un segment est le milieu de l'image de ce segment.

Conservation des angles L'image d'un angle est un angle de même mesure.

Conservation du parallélisme et de la perpendicularité

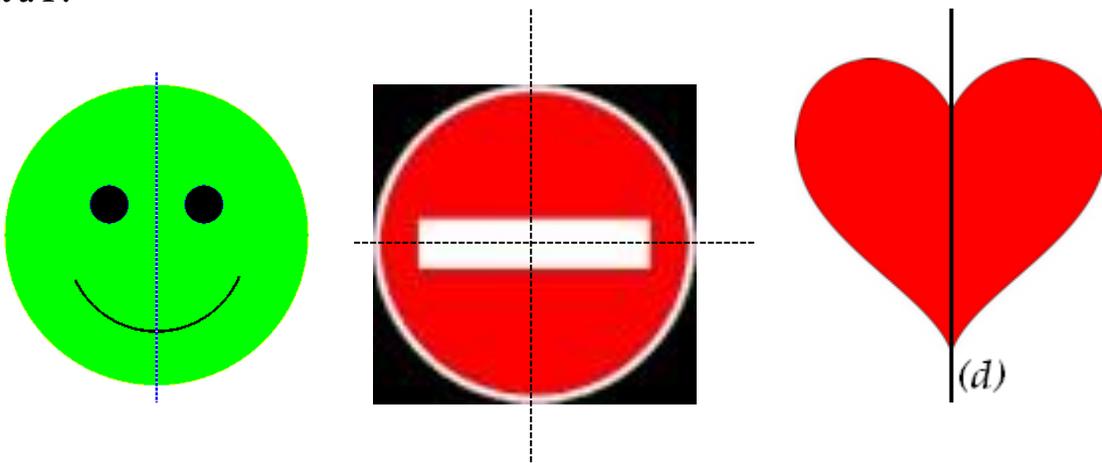
L'image de deux droites parallèles est formée de deux droites parallèles.

L'image de deux droites perpendiculaires est formée de deux droites perpendiculaires.

➔ L'image d'un cercle est un cercle de même rayon et leur centre sont symétriques entre eux.

L'axe de symétrie d'une figure

Une figure F admet un axe de symétrie (d) si le symétrique de tout point de F par rapport à (d) appartient à F.



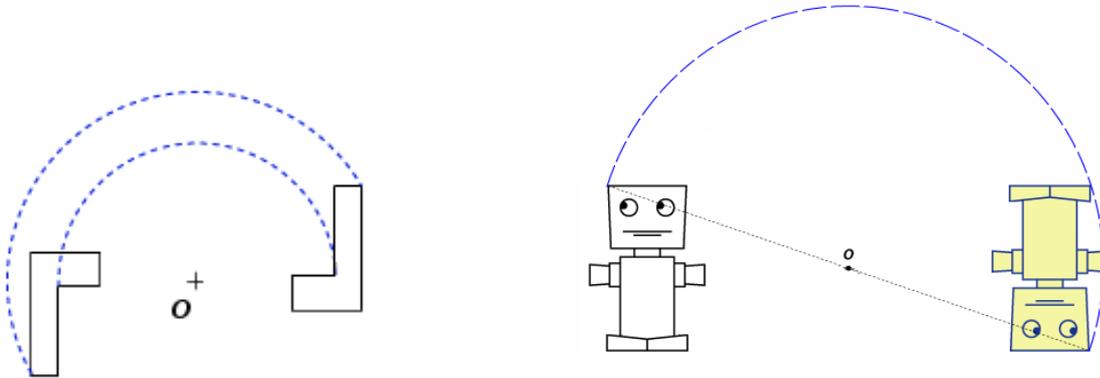
SYMETRIE CENTRALE

Appelée aussi « **symétrie par rapport à un point** ».

Deux figures sont **symétriques par rapport à O** lorsque l'on passe de l'une à l'autre par un **demi-tour** autour de O.

On dit aussi que les deux figures sont l'**image** l'une de l'autre.

O est le centre de symétrie.



Le symétrique d'un point M par rapport à un point C est :

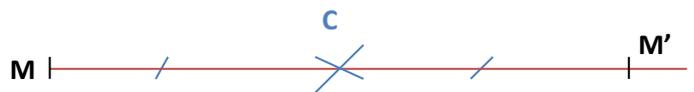
- le point **M'** tel que C soit le milieu de $[MM']$, si M est distinct de C
- le point M lui-même si M et C sont confondus

- M et M' sont symétriques par rapport à C.
- Le **symétrique d'une figure F** par rapport à un point est l'**ensemble (F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

■ Comment tracer le symétrique d'un point par rapport à un point :

Tracer la demi-droite d'origine M passant par C.

Placer le point M' avec le compas ou la règle sur cette demi-droite tel que $MC = M'C$.



Conséquence : Si M' est symétrique de M par la symétrie de centre O alors O est milieu de $[MM']$.

■ Propriétés de la symétrie centrale

Elle conserve l'**alignement**, les **longueurs**, les **angles**, l'**orthogonalité**, les **milieux**, le **parallélisme**.

Propriété particulière : l'image d'une droite par rapport à un point est **une droite parallèle**.



Trouver le centre de symétrie d'une figure

Une figure F admet un centre de symétrie C si le symétrique de tout point de F appartient à F .

Si une figure admet un centre de symétrie, alors ces segments sont parallèles deux à deux (l'image d'une droite est une droite parallèle).

(Donc un polygone n'ayant pas de côtés parallèles deux à deux n'a pas de centre de symétrie).

- S'il y a des segments, observer si les côtés sont parallèles deux à deux.
- Imaginer un point O qui semble être le centre de symétrie entre deux points symétriques M et M' .
Tracer le segment $[MM']$ et placer le centre O de ce segment qui est le centre de symétrie.

