EXERCICE I : HOMMAGE A STAN LEE (7,5 POINTS)

La légende de la bande dessinée américaine, Stan Lee est mort à l'âge de 95 ans le 12 novembre 2018. Dans les années 60, avec Marvel, il a révolutionné le « comic-book », la bande dessinée américaine, et par répercussion la culture populaire mondiale. Ses personnages, d'Iron Man à Black Panther, sont devenus les figures de proue de l'industrie cinématographique américaine et ont fait rêver plusieurs générations de fans.

Démuni des superpouvoirs des supers héros traditionnels, le héros de bande dessinée Iron Man utilise un réacteur placé dans son dos pour voler.

<u>Données :</u>

- vitesse du fluide éjecté supposée constante : $V_f = 2 \times 10^{3}$ m.s^{-1} ;

- masse initiale du système { Iron Man et de son équipement} : m_R = 120 kg (dont 40 kg de fluide au moment du décollage) ;

- intensité de la pesanteur sur Terre : g = 10 m.s^{-2} ;

- débit massique de fluide éjecté, considéré constant durant la phase 1 du mouvement :

$$D_f = \frac{m_f}{\Delta t} \quad \text{où } m_f \text{ est la masse de fluide éjecté pendant la durée } \Delta t \text{ ;}$$

- les forces de frottements de l'air sont supposées négligeables.

<u>1. Mouvement ascensionnel de Iron Man</u>

Tous les Jet-Packs utilisent le principe de la propulsion par réaction. Lorsqu'un moteur expulse vers l'arrière un jet de fluide, il apparaît par réaction une force de poussée dont <u>la valeur est égale au produit du débit massique de gaz éjecté par la vitesse d'éjection de ces gaz.</u>

*Afin de tester le potentiel de son nouveau Jet-Pack, Iron Man réalise quelques essais de mouvements **<u>rectilignes ascensionnels verticaux.</u>***

Le mouvement de Iron Man est composé de deux phases : phase 1 et phase 2.

Au cours de la phase 1, d'une durée Δt_1 = 3,0 s, il passe de l'immobilité à une vitesse v_1,vitesse qui reste constante au cours de la phase 2.

1.1. Pour la phase 1, donner la direction et le sens du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ du système. Que dire de l'accélération dans la phase 2 ? Justifier.

<u>Pour la phase 1 :</u> par définition $\overrightarrow{a_G} = \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ **, soit ici** $\overrightarrow{a_G} \approx \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{\Delta t} \approx \frac{\vec{v}_1}{\Delta t}$ **.**

Ainsi le vecteur accélération a même sens et même direction que le vecteur vitesse $\vec{v}_1$ **.**

Le mouvement est vertical, la direction de $\overrightarrow{a_G}$ est verticale.

Le mouvement est ascensionnel, $\overrightarrow{a_G}$ est orienté vers le haut.

Pour la phase 2 : $\overrightarrow{a_G} = \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ **avec** $\vec{v} = \overrightarrow{Cte}$ **ainsi** $\overrightarrow{a_G} = \vec{0}$.

Une simple phrase du type qui suit pouvait suffire : « Le mouvement est rectiligne uniforme (vecteur vitesse constant), l'accélération (dérivée par rapport au temps de la vitesse) est donc nulle »

1.2. Étude de la phase 1 du mouvement ascensionnel de Iro Man.

On assimile Iron Man et son équipement à un système ponctuel noté M dont on néglige la variation de masse (due à l'éjection des gaz) durant la phase 1 du mouvement.

1.2.1. Juste après le décollage, la force de poussée $\vec{F}$ est l'une des forces s'exerçant sur le système M. Quelle est l'autre force s'exerçant sur ce système ?

L'autre force qui s'exerce sur le système M est son poids $\vec{P}$

1.2.2. Trois valeurs d'intensité de force de poussée sont proposées ci-dessous (A, B et C). Justifier que seule la proposition C permet le décollage.

A. 800 N B. 1200 N C. 1600 N

Pour que le système décolle, il faut, on l'acommenté précédemment que l'accélération soit un vecteur vertical et VERS LE HAUT. La somme vectorielle des deux forces exercées doit donc, elle aussi, donner un vecteur vertical et VERS LE HAUT. il faut donc que la valeur de la force de poussée $\vec{F}$ (orientée vers le haut) soit supérieure à celle du poids $\vec{P}$ (orientée vers le bas).

F > P soit F > m_R . *g soit* F > 120 × 10 soit F > 1200 N résultat conforme à la proposition C qui, seule, indique une valeur supérieure à 1200 N.

1.2.3. En supposant que la force de poussée a pour valeur 1600 N, montrer que la masse de fluide consommé durant la phase1 du mouvement est égale à 2,4 kg.

Tout était clairement donné dans l'énoncé :

$F = D_f.v_f = \frac{m_f}{\Delta t_1}.v_f$ **. Ainsi,** $m_f = \frac{F.\Delta t_1}{v_f}$ **soit** $m_f = \frac{1600 \times 3,0}{2 \times 10^3}$ **= 2,4 kg .**

1.2.4. En appliquant la seconde loi de Newton, retrouver que l'accélération a pour coordonnée verticale a_y = 3,3 m.s^{-2}, puis expliquer pourquoi a_y correspond aussi à la valeur a de l'accélération.

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m.\frac{d\vec{v}}{dt} = m.\overrightarrow{a_G}$ **. Soit** $\vec{P} + \vec{F} = m_R.\overrightarrow{a_G}$

En projetant sur un axe Oy vertical vers le haut : $P_y + F_y = m_R . a_{Gy}$

En orientant l'axe vers le haut :– P + F = $m_R . a_{Gy}$

$a_{Gy} = \frac{-P+F}{m_R} = \frac{-m_R.g+F}{m_R} = -g + \frac{F}{m_R}$

$a_{Gy} = -10 + \frac{1600}{120}$ **= 3,3 m.s^{-2}**

le mouvement est vertical, l'accélération a une ordonnée et pas d'abscisse donc a=$\sqrt{a_{Gx}^2 + a_{GY}^2}$ = 3,3 m.s^{-2}

1.2.5 Déduire de la question 1.2.4, l'expression de v_1, la valeur de la vitesse d'Iron Man lors de la phase 1 en fonction du temps. Calculer la valeur v_1.

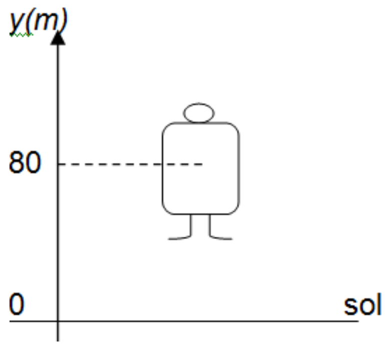
$a_{Gy} = \frac{dv_y}{dt}$ donc en primitivant, on obtient $v_y = a_{Gy}.t + C$.

D'après les conditions initiales, à t = 0 s, on a v_{0y} = 0 donc C = 0. Ainsi $v_y = a_{Gy}.t$

$v_y(t$ = 3,0 s) = 3,3 ×3,0 = 10 m.s^{-1} soit $v_1 = \sqrt{v_x(t_1)^2 + v_y(t_1)^2}$ **soit v_1 = 10 m.s^{-1}**

2. Problème technique

Après à peine quelques dizaines de mètres, le jet-pack ne répond plus et tombe en panne : au bout de 80 m d'ascension verticale, la vitesse de Iron Man est nulle. Le « Super héros » amorce alors un mouvement de chute verticale.
La position de Iron Man et de son équipement est repérée selon l'axe Oy vertical dirigé vers le haut et la date $t = 0$ s correspond au début de la chute, soit à l'altitude $y_0 = 80$ m.
Le schéma ci-contre est tracé sans souci d'échelle.

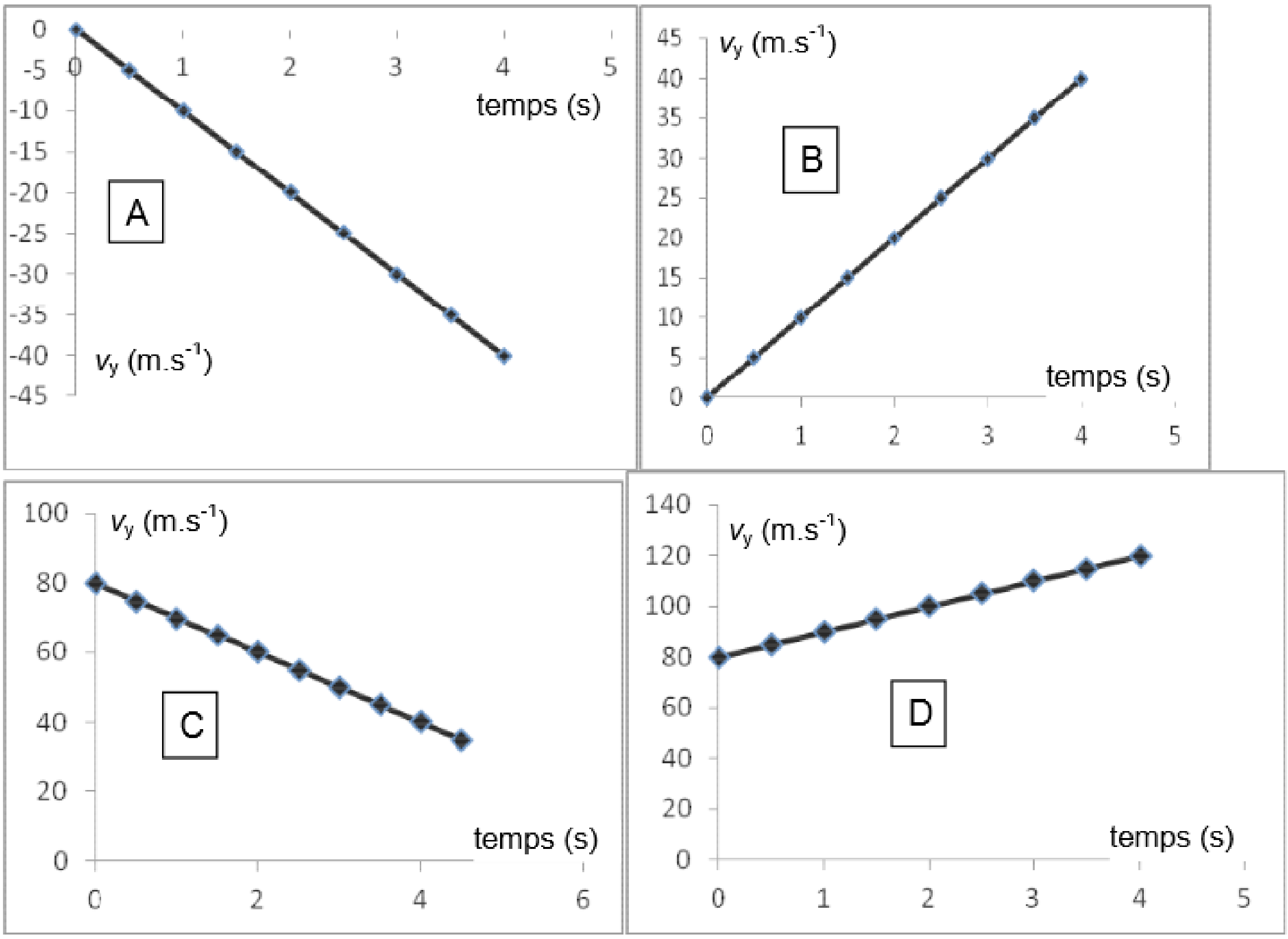


2.1. Les représentations graphiques données ci-dessous proposent quatre évolutions au cours du temps de v_y, coordonnée de la vitesse de Iron Man suivant l'axe Oy. Quelle est la représentation cohérente avec la situation donnée ? Une justification qualitative (sans calcul) est attendue.

D'après l'énoncé, la vitesse du système à la date t = 0 est nulle : on peut donc éliminer les courbes C et D.
De plus, le système tombe verticalement donc le vecteur vitesse est orienté vers le bas et avec l'orientation de l'axe Oy choisie la coordonnée verticale de la vitesse est négative, $V_y < 0$:

Courbe A

Représentations graphiques de v_y en fonction du temps t



2.2. Montrer que lors de cette chute, la position de Iron Man est donnée par l'équation horaire :

$y(t) = -5t^2 + 80$ avec t en seconde et y en mètre.

Considérons le système M dans le référentiel terrestre (supposé galiléen) en chute libre. Il n'est soumis qu'à son poids.

Appliquons la deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{a}$ soit $m.\vec{g} = m.\vec{a}$ donc $\vec{g} = \vec{a}$

Par projection sur l'axe Oy vertical orienté vers le haut, il vient $a_y = -g$

Par définition, $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$. Réalisons une première opération de primitive, nous obtenons : $v_y = -g.t + v_{0y}$.

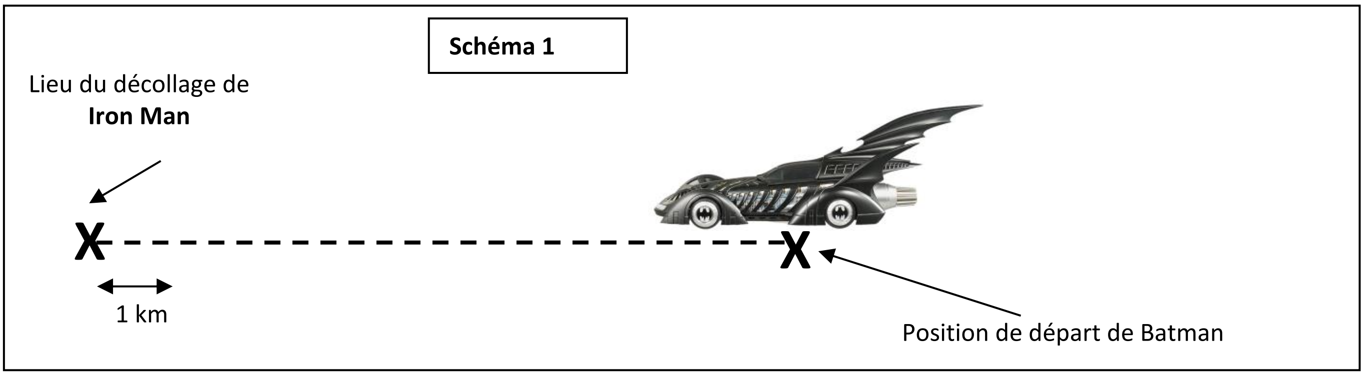
Le système tombe sans vitesse initiale, soit $v_{0y} = 0$ m.s^{-1} donc : $v_y = -g.t$

D'autre part $v_y = \dfrac{dy}{dt}$. Réalisons une deuxième opération de primitive, nous obtenons : $y = -\frac{1}{2}\,g.t^2 + C$.

Or à $t = 0$ s, le système est à la hauteur $y_0 = 80$ m, donc $C = y_0$ d'où : $y = -\frac{1}{2}\,g.t^2 + y_0$

Numériquement : $y = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 80$ Soit $y = -5.t^2 + 80$

À quelques kilomètres du lieu de décollage de Iron Man se trouve le Manoir d'un autre super héros, Batman. Alerté par son Bat signal dès le début de la chute de Iron Man, ce dernier saute dans sa Batmobile, véhicule se déplaçant au sol.



2.3. A l'aide de l'échelle des distances du schéma 1, estimer la valeur minimale de la vitesse moyenne à laquelle devra se déplacer Batman au volant de sa Batmobile pour sauver à temps son « ami » Iron Man ? Commenter.

Il faut que Batman arrive sur le lieu de décollage avant qu'Iron Man ne touche le sol.

D'après l'équation précédente, la durée de chute t_C est telle que $y(t_C) = -5.t_C^2 + 80 = 0$.

Donc $t_C = \sqrt{\dfrac{-80}{-5}}$ = 4,0 s.

Il faut déterminer la distance que Batman doit parcourir en utilisant le schéma.

L'échelle donne 1 cm → 1 km

9,4 cm → d

d = 9,4 km à parcourir en t_C = 4,0 s, à la vitesse moyenne v.

$v = \dfrac{d}{t_C}$ soit $v = \dfrac{9{,}4 \times 10^3}{4{,}0}$ = $2{,}4 \times 10^3$ m.s^{-1} = 2,4 km.s^{-1}

Pour qu'Iron Man soit sauvé, il faut que la Batmobile roule à une vitesse impressionnante, proche de 7 fois la vitesse du son (Mach 7). Il semble impossible que Batman ait le temps d'intervenir…