| Lycèe :Hèdi Chaker Sfax<br>Profs :Mrs | Devoir de synthèse n°1<br>Durée :1h30mn | Décembre 2013<br>1ère A 3-4-9-12 |
|---|---|---|

**Exercice n°1 :**(4,5pts)

On donne $A = (x-2)^3 + 6(x-1)^2 - (4x-2)$ et $B = (x+1)^2 - 1$

1)a)Montrer que $A = x^3 - 4x$

b)Calculer A pour $x = \sqrt{2} - 1$

2)Factoriser A et B. Dèduire les réels x pour lesquels A et B sont opposés

**Exercice n°2 :**(4,5pts)

1)Soit x et y deux réels tels que $x \in ]-2\,,1[$ e t $y \in ]1,4[$

a)Donner un encadrement de $x+3$ ; $\frac{x+3}{y}$ et $\left(-\frac{3}{y}\right)$

b) Déduire un encadrement de $\frac{x}{y}$

2) Montrer que pour tous réels a et b on a : $(ab)^2 \geq ab - \frac{1}{4}$

**Exercice n°3 :**(4pts)

ABC est un triangle tel que AB = 6cm ; AC =5cm et BC = 7cm. Soit M un point de [AB] tel que AM = 4cm

1) Construire le point N de [AC] tel que $CN = \frac{1}{3} CA$

2)a)Montrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

b) Déduire que les droites (MN) et (BC) sont parallèles puis calculer MN

**Exercice n°4 :**(7pts)

Soit $\varphi$ un cercle de diamètre [BC] avec BC = 6cm et A un point de $\varphi$ tel que $\widehat{ABC} = 30°$

1) Calculer AC et AB

2) La perpendiculaire à la droite (BC) passant par A coupe $\varphi$ au point E.

a)Déterminer la mesure de $\widehat{AEB}$

b) Déduire que ABE est un triangle équilatéral

3) La parallèle à la droite (BE) passant par C coupe $\varphi$ au point F

Montrerque [CF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$

4)La tangente au cercle $\varphi$ en B coupe la droite (CF) au point D. Calculer BD et CD

| LYCEE PILOTE - SFAX | Devoir de synth[illegible]se N°1 | Classe : 1$^{ère}$ Ann[illegible]e |
|---|---|---|
| 03 Décembre 2007 | Mathémati[illegible]ues | Durée : 1h 30 m[illegible] |

## Algèbre : 12points

I/ 1/ Développer $\left(1-\sqrt{6}\right)^2$.

2/ Simplifier l'expression $E=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-2\right)}$

II/ Soit x un réel, on pose $A=8x^3-27+(3-2x)(3x^2+6x+10)$

et $B=4x^2-12x+9+(2x-3)(x^2+4)$

1/ Factoriser A et B.

2/ Lorsque B est non nul, simplifier $\dfrac{A}{B}$.

III/ Soient a et b deux réels non nuls tel que $\dfrac{a}{b}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Montrer que $\dfrac{|a|+\sqrt{2}}{|b|+2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

IV/ Soit a un réel tel que $a \succ 2$.

1/ Montrer que $\dfrac{a-2}{a+2} \prec \dfrac{a^2-4}{a^2+4}$.

2/ En déduire que $\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \prec \dfrac{1}{9}$.

## Géométrie : 8points

Soit un parallélogramme ABCD, on désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC] et [AD].

1/ Montrer que les droites (DI) et (BJ) sont parallèles.

2/ La droite (AC) coupe les droites (BJ) et (DI) respectivement en E et F.
Montrer que AE = EF = FC.

3/ La droite (BF) coupe les droites (AD) et (DC) respectivement en H et K.

a/ Montrer que $\dfrac{HK}{HB}=\dfrac{HD}{HA}$.

b/ Montrer que HK×HA = HF×HJ.

c/ En déduire que les droites (KJ) et (AF) sont parallèles.

4/a/ Construire le point G du segment [AB] tel que $AG=\dfrac{2}{3}AB$.

b/ Montrer que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

| Lycée Hédi chaker | Devoir de synthèse n°1 | 1 ème année |
|---|---|---|
| | | Mmes: |

## Algèbre :

**I** Montrer que $-3 - \frac{2}{\sqrt{5}-1}$ et $\frac{7+\sqrt{5}}{2}$ sont opposés

**II** Soit $x \in [-1,;3]$

1) Encadrer $-2x+7$ et $(x+2)^2$

2) Soit $y = \frac{4x-11}{7-2x}$

a) Vérifier que $7-2x \neq 0$

b) Montrer que $y = -2 + \frac{3}{7-2x}$

c) Montrer que $y \in \left[-\frac{5}{3};1\right]$

d) Encadrer $(y-2)(x+2)^2$

**III** Soient $a = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ et $b = \sqrt{3} - 2$

a) Déterminer le signe de a et b

b) Calculer $a^2$ et $b^2$ et vérifier que $a^2 - b^2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$

c) Comparer $a^2$ et $b^2$ puis déduire une comparaison de a et b

**IV** Soient a et b deux réels

a) $a^2 + b^2 \geq -2ab$

b) déduire que pour tout réels a ,b et c on a $a^2 + b^2 + c^2 \geq -ab - ac - bc$

## Géométrie :

On donne un segment $[AB]$ de longueur 8 cm et le point C de $[AB]$ tel que $AC = \frac{3}{4}AB$

1) Construire le point C

2) Soient (C) et (C') deux cercle de diamètres respectifs $[AB]$ et $[AC]$

Soit E un point de (C) tel que BE = 4

la droite (AE) recoupe (C') en M

Montrer que (CM) et (BE) sont parallèles puis calculer CM ; AM : AE

3) Soit le point N de (C') tel que $[MN]$ est le diamètre

La droite (AN) recoupe (C) en F

a) comparer $\frac{AN}{AF}$ et $\frac{AC}{AB}$

b) montrer que (MN) et (EF) sont parallèles

c) calculer AF et EF

| Lycée Secondaire Mahmoud Mégdich | DEVOIR DE SYNTHESE N°1 $1^{ère}$ année 1 et 2 | Mme |
|---|---|---|

Série n° 11

**EXERCICE N° I ( 12points)**

I) Simplifier les expressions suivantes

a) $A = 3\sqrt{45} - 4\sqrt{20} + \sqrt{80}$ b) $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - |\sqrt{3} + a| + |b - \sqrt{3}|$ $a \in IR_+$ et $b \in IR_-$

II) On donne $C = \dfrac{(x^{-1})^3 y^2}{(x^{-3}y^{-1})^2}$ x et y deux réels strictement positifs

1) Simplifier C

2) On prend $x = \sqrt{5} - 2$ et $y = \sqrt{5} + 2$

a) Montrer que x et y sont des inverses

b) Calculer alors $\sqrt{\dfrac{x}{y}}$ et C

III) $x \in [1,2]$ $y \in [-4,-3]$

1) Encadrer $x+y$ , $x-y$ , $(x-y)(x+y)$ et $\dfrac{x-y}{y+1}$

2) a) Encadrer $(2x-1)^2$

b) En déduire un encadrement de $-2x^2 + 2x$

3) a et b deux réels positifs Montrer que $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$

VI 1) Développer puis simplifier

a) $(2\sqrt{3} - 1)^3$ b) $(\sqrt{2}x + 1)(2x^2 - \sqrt{2}x + 1)$ c) $(\sqrt{3} - 1)^2 + 2(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{2} + 1)^2$

2) Factoriser

a) $8x^3 - 27 - (3x^2 + 6x + 18)(2x - 3)$ b) $\dfrac{1}{27}x^3 + \dfrac{2}{3}x^2 + 4x + 8$

**EXERCICE N° 2 (8points)**

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ACB} = 60°$ et $AC = 5$

1) Calculer BC et AB

2) Soit I un point de la demi droite $[CA)$ tel que $CI = \dfrac{2}{3}CA$ et J le point de la demi droite $[CB)$ tel que $CJ = \dfrac{3}{2}CB$

a) Construire I et J

b) Comparer les rapports $\dfrac{CI}{CA}$ et $\dfrac{CB}{CJ}$

c) En déduire que les droites (IB) et (AJ) sont parallèles

d) Donner la valeur du rapport $\dfrac{IB}{AJ}$

3 ) Les droites (AB) et (IJ) se coupe en O

Donner la valeur du rapport $\dfrac{OB}{OA}$. En déduire OB

4) Soit D le point de $[BC]$ tel que $BD = 6$ la perpendiculaire à (BC) en D coupe (AB) en E

a) Calculer ED et EB

b) Calculer $\cos\widehat{ACE}$

Série n° 13

| LYCEE M.MEGDICH<br>A.S :2009/2010 | DEVOIR DE SYNTHESE N°1<br>1ere ANNEE 6-7 | PROF : Mer MTIBAA<br>DURRE : 1h.30mn |
|---|---|---|

***EXERCICE N°1(3,5pts)***

Répondre par vrai ou Faux en justifiant votre réponse.

1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$.

2) Si $0\le a\le 1$ alors $a^2\le a$.

3) Si $b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ alors $b^2=b+1$

4) Soit a et b deux réel strictement positifs tel que $a\le b$ alors $\frac{a-2b}{b+2a}\le\frac{a}{b}$

***EXERCICE N°2(3,5pts)***

Soit $A=x^2+4x+1$.

1) Vérifier que $A=(x+2)^2-3$.

2) Soit x un réel tel que $|2x-1|\le 1$.

a- Montrer que $0\le x\le 1$.

b- Donner un encadrement de $(x+2)^2$ puis déduire un encadrement de A.

***EXERCICE N°3(4,5pts)***

1) Développer $E=(x-1)^2-(x-1)(x+1)$

$F=(1-x)^3-(1-x)(1+x+x^2)$.

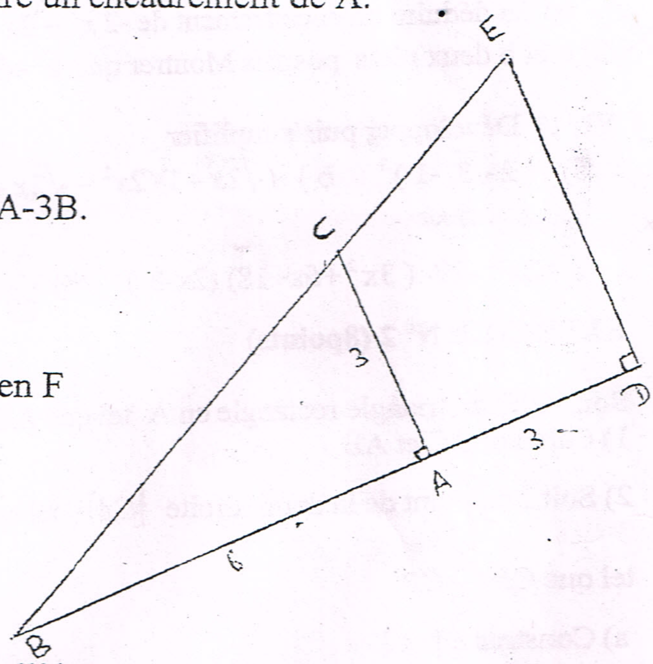
2) Soit $A=4x^2-9+(2x-3)^2$ et $B=8x^3-27$.

Factoriser A et B. Déduire une factorisation de A-3B.

3) Calculer $(1-\sqrt{5})^2$ puis factoriser $x^2-(6-2\sqrt{5})$

***EXERCICE N°4(4,5pts)***

1) Soit la figure suivante .Calculer ED.




2) La parallèle à (CD) passant par A coupe (BE) en F

a- Montrer que $\frac{BF}{BC}=\frac{BA}{BD}$ et $\frac{BC}{BE}=\frac{BA}{BD}$.

b- Déduire que $BC^2=BF\times BE$.

3) Soit H le projeté orthogonale de F sur (AB).

a- Montrer que $\frac{BH}{BA}=\frac{BC}{BE}$.

b- Déduire que les droites (HC) et (AE) sont parallèles.

***EXERCICE N°5(4pts)***

1) Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A tel que AB=6.Calculer BC

2) Soit le point D appartient au segment [AC] tel que $\widehat{ABD}=30°$.

a- Montrer que $AD=2\sqrt{3}$ .Déduire DC.

b- Calculer BD.

3) Soit H le projeté orthogonale de D sur (BC).

a- Calculer DH.

b- Déduire $\sin 15°$

| Lycée pilote -Sfax | Devoir de synthèse N°1 | Classe : 1ère Année |
| --- | --- | --- |
| Date : 11-12-2008 | Mathématiques | Durée : 1h30min |

**Algèbre :12points**

I/ Simplifier les expressions suivantes :

$$A=\frac{\sqrt{32}-\sqrt{2}+\sqrt{12}}{\sqrt{50}-2\sqrt{8}+\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad B=\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\left|3-\sqrt{2}\right|-\frac{1}{\left|2\sqrt{2}-3\right|}$$

II/ Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a+b=10$ et $ab=1$.

1/ Calculer $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$ en déduire $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ .

2/ Calculer $\dfrac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .

III/1/ Factoriser les expressions suivantes :

$$C=\left(8x^3-1\right)-2x\left(1-2x\right) \quad \text{et} \quad D=\left(4x+3\right)^2-(2x+2)^2+4x^2-1.$$

2/ Lorsque $C\neq 0$, montrer que $\dfrac{D}{C}=\dfrac{4}{2x-1}$.

IV/ a et b sont deux réels tels que $0 \prec a \leq b \leq 2a$.

1/ Montrer que $(a-b)(2a-b)\leq 0$.

2/ Développer : $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2$ et $(a-b)(2a-b)$ .

3/ Soit $A=\dfrac{2a^2+b^2}{3ab}$. Montrer que $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\leq A\leq 1$.

**Géométrie : 8points**

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D tel que AB = AD = 6 et CD = 10 (l'unité étant le centimètre).
Soit M le point de [CD] tel que CM = 2.
La perpendiculaire à (CD) passant par M coupe (AC) en E.

1/ Faire une figure et calculer ME.

2/ La parallèle à (CD) passant par E coupe (BC) en N.

a/ Comparer $\dfrac{CE}{CA}$ et $\dfrac{CN}{CB}$.

b/ Montrer que les droites (MN) et (BD) sont parallèles.

3/ Soit I le point de [AD] tel que $AI=2\sqrt{3}$.

a/ Calculer $\tan \widehat{ABI}$, en déduire $\widehat{ABI}$ puis placer le point I.

b/ Déterminer l'angle $\widehat{IBD}$.

4/ Soit H le projeté orthogonal de I sur (BD).

a/ Calculer BI, ID, DH et BH.

b/ Montrer alors que $\cos 15° = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

| | | |
|---|---|---|
| Lycée : Hédi Chaker | | Date : 09/12/2011 |
| Profs: | **DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 1** | Classes : $1^{ère}$ Année |
| | **MATHÉMATIQUE S** | Durée 1H 30mn |

**Exercice n° 1** (QCM) Voir feuille à rendre ( 3 pts )

**Exercice n°2:** ( 3 pts )

On donne $A = 3 - \sqrt{3}$ et $B = \dfrac{\sqrt{3}+1}{3\sqrt{3}-3} - \dfrac{\sqrt{3}+1}{6}$.

1) Montrer que $B = \dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$

2) Montrer alors que $A$ et $B$ sont inverses

**Exercice n°3 :** ( 4pts )

1)a et b deux réels tels que $b \neq 0$ et $b \neq 1$ . Montrer que $\dfrac{a}{b} - \dfrac{a-1}{b-1} = \dfrac{b-a}{b(b-1)}$

2) a) Sachant que $b \in \mathbb{R}_-^*$ et $a \leq b$ . Montrer que $\dfrac{a}{b} \geq \dfrac{a-1}{b-1}$

b) Comparer $1 - \sqrt{5}$ et $2 - \sqrt{5}$

c) Déduire que $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \geq \dfrac{-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

**Exercice n°4 :** ( 10 pts )

ABC un triangle tel que $AB = 5cm$ , $AC = 6cm$ et N un point de [AC] tel que $CN = 2cm$ (Voir feuille à rendre)

1)a) Construire le point M de [AB] tel que $AM = \dfrac{2}{3}AB$

b) Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles

c) Déduire que $MN = \dfrac{2}{3}BC$

2) Soit I le milieu de [B C] . La droite ( A I ) coupe ( M N) en J.

a) Comparer $\dfrac{MJ}{BI}$ et $\dfrac{NJ}{IC}$

b) Déduire que J est le milieu de [M N]

3)a)Montrer que $\dfrac{MN}{BI} = \dfrac{4}{3}$

b) les droites (AB) et (NI) se coupent en D . Calculer $\dfrac{DM}{DB}$ puis déduire que $BM = \dfrac{1}{3}BD$

c) Montrer que B est le milieu de [A D]

4) La parallèle à ( A B) passant par J coupe ( D N) en K

Montrer que K est le milieu de [D N] . Calculer alors JK.

$3\times 3-3$

9

6

6,5

| Lycée Pilote Sfax | Devoir de synthèse n°1<br>Mathématiques | $1^{ère}$ année |
| --- | --- | --- |
| 4 Décembre 2012 | | Durée : 1 H 30 |

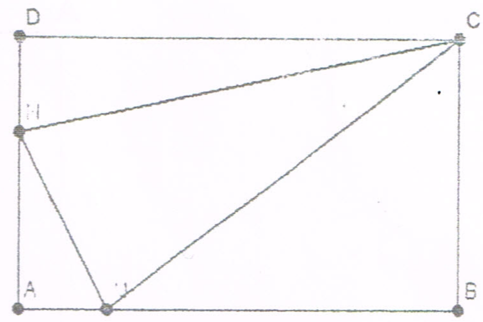
## Exercice 1 : (2,5 points)

1) a) Calculer $(3+2\sqrt{3})^2$

   b) En déduire une écriture simple de chacun des réels $x = \sqrt{21+12\sqrt{3}}$ et $y = \sqrt{21-12\sqrt{3}}$

2) Montrer alors que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=0$

## Exercice 2 : (3,5 points)




Dans la figure ci-contre ABCD est un rectangle tel que AB = 6 et AD = 4

M est un point de [AB] et N un point de [AD] tel que AM = DN = x

1) a) Déterminer à l'aide de x, l'aire S du triangle CMN

   b) Vérifier que $S = \frac{(x-3)^2+15}{2}$

2) Si $\frac{1}{2} < x < 3$, Trouver un encadrement de S

## Exercice n°3 : (4 points)

Soient a et b deux réels strictement positifs

1) Montrer que $\frac{2}{\sqrt{ab}} \leq \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

2) a) Montrer que $\frac{2}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{ab}$

   b) En déduire que $\frac{2(a+b)}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

## Exercice n°4 : (10 points)

ABCD est un trapèze rectangle en A et B tel que AD = 6, $AB = 3\sqrt{3}$ et BC = 3.

I-
1) Calculer AC et BD
2) Construire le point M de [AB] tel que $AM = \frac{1}{3}AB$ puis calculer AM.
3) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en E. Calculer AE
4) La parallèle à (BD) passant par M coupe (AD) en O. Calculer AO
5) a) Montrer que (OE) // (CD)

   b) Calculer $\tan B\hat{A}C$, En déduire la valeur de l'angle $B\hat{A}C$

   c) Montrer que le triangle OAE est équilatéral.

II- Le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 2 recoupe [AD] en N et la bissectrisse de l'angle $E\hat{O}A$ coupe $\mathcal{C}$ en K

1) Evaluer l'angle $A\hat{O}K$, en déduire l'angle $A\hat{N}K$
2) Soit H le projeté orthogonal de K sur [AN]

   a) Calculer OH, HK et AH.

   b) Déduire que $AK = 2\sqrt{2-\sqrt{3}}$

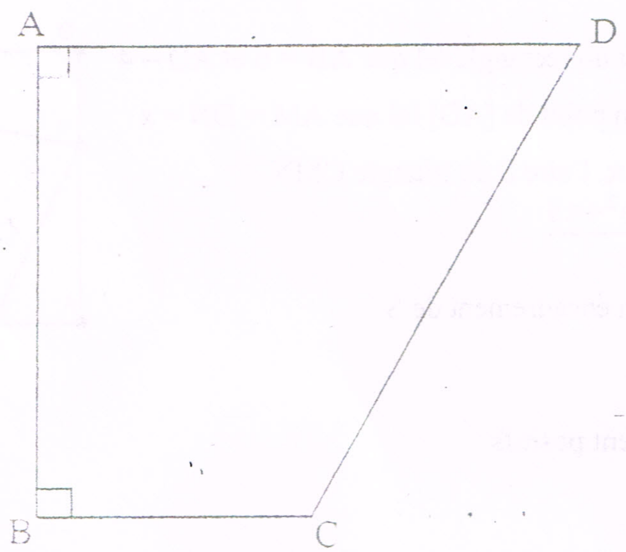
   c) Vérifier que $\sqrt{6}-\sqrt{2} = 2\sqrt{2-\sqrt{3}}$

   d) Déduire que $\sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

om et prénom :

lasse :

# Annexe



1 année    Durée : 1h30mn    A.S :2013/2014    Lycée :Hedi Cheker Sfax    Profs :

# Devoir de synthèse n°1 en mathématiques :

## Exercice n°1 : (2.5pts)

On donne $A = \dfrac{\left(a^2\, b^{-1}\right)^3}{\left(a^{-4}\, b^2\right)^{-2}}$ avec $a \in IR^*$ et $b \in IR^*$

1°/ Montrer que $A = a^{-2}\, b$

2°/ Si $a = -3\sqrt{2}$ et $b = 12$ calculer $A$ ; (donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible)

## Exercice n°2 : (2pts)

Soient $a$ et $b$ deux réels strictement négatifs tels que $a < b$ ; Comparer $\dfrac{a-2b}{b}$ et $\dfrac{b-2a}{a}$

## Exercice n°3 : (6pts)

I/ Comparer $7$ et $4\sqrt{3}$

II/ On donne $x = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ et $y = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

1°/ Montrer que $x$ et $y$ sont inverses

2°/ Comparer $x$ et $y$

3°/ Calculer $(x-y)^2$ et $(x+y)^2$

4°/ Déduire une écriture simple de chacun des réels $x-y$ et $x+y$

5°/ Montrer que $x^{-2013}y^{-2014} = 2-\sqrt{3}$

## Exercice n°4 : (5.5pts)

Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = 5\ cm$ ; $AC = 6\ cm$ et $BC = 7\ cm$

1°/ Construire le point $I \in [AB]$ tel que $AI = \dfrac{1}{3}AB$

2°/ La parallèle à $(AC)$ menée de $I$ coupe $(BC)$ en $K$

Montrer que $\dfrac{BI}{BA} = \dfrac{BK}{BC} = \dfrac{2}{3}$ puis calculer $CK$

3°/ Soit $J$ le point de $[AC]$ tel que $AJ = 4cm$

a) Montrer que $(JK) \mathbin{//} (AB)$
b) Calculer $JK$

## Exercice n°5 : (4pts)

Soient $\mathscr{C}$ un cercle ; $[AB]$ un diamètre de $\mathscr{C}$ et $C$ un point de $\mathscr{C}$ distinct de $A$ et $B$ tel que $BC < AC$

La tangente à $\mathscr{C}$ en $C$ coupe $(AB)$ en $D$

1°/ a) Déterminer la nature du triangle $ABC$

b) Montrer que $\widehat{BCD} = \widehat{CAB}$

2°/ la perpendiculaire à $(AB)$ en $D$ coupe $(BC)$ en $E$

a) Montrer que les points $A$ ; $C$ ; $D$ et $E$ appartiennent à un même cercle
b) Tracer $\mathscr{C}'$ le cercle de diamètre $[AE]$ puis comparer les angles $\widehat{CED}$ et $\widehat{CAB}$

3°/ Déduire la nature du triangle $CDE$

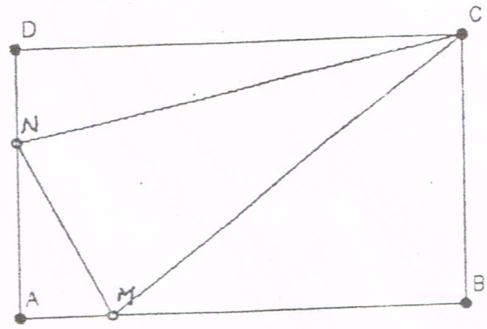
## cice 1 : (2,5 points)

) a) Calculer $(3+2\sqrt{3})^2$

b) En déduire une écriture simple de chacun des réels $x=\sqrt{21+12\sqrt{3}}$ et $y=\sqrt{21-12\sqrt{3}}$

) Montrer alors que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=0$

## cice 2 : (3,5 points)



la figure ci-contre ABCD est un rectangle tel que AB = 6 et AD = 4

1 est un point de [AB] et N un point de [AD] tel que AM = DN = x

) a) Déterminer à l'aide de x, l'aire S du triangle CMN

b) Vérifier que $S=\frac{(x-3)^2+15}{2}$

) Si $\frac{1}{2}<x<3$, Trouver un encadrement de S

## rcice n°3 : (4 points)

ient a et b deux réels strictement positifs

) Montrer que $\frac{2}{\sqrt{ab}}\leq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

) a) Montrer que $\frac{2}{a^2+b^2}\leq\frac{1}{ab}$

b) En déduire que $\frac{2(a+b)}{a^2+b^2}\leq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

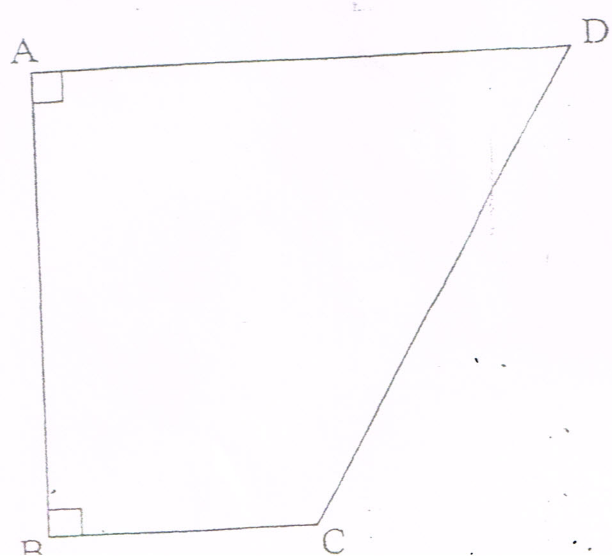
## rcice n°4 : (10 points)

CD est un trapèze rectangle en A et B tel que AD = 6, AB = $3\sqrt{3}$ et BC = 3.

1) Calculer AC et BD
2) Construire le point M de [AB] tel que $AM=\frac{1}{3}AB$ puis calculer AM.
3) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en E. Calculer AE
4) La parallèle à (BD) passant par M coupe (AD) en O. Calculer AO
5) a) Montrer que (OE) // (CD)
   b) Calculer $\tan B\hat{A}C$, En déduire la valeur de l'angle $B\hat{A}C$
   c) Montrer que le triangle OAE est équilatéral.

Le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 2 recoupe [AD] en N et la bissectrisse de l'angle $E\hat{O}A$ coupe $\mathcal{C}$ en K

1) Evaluer l'angle $A\hat{O}K$, en déduire l'angle $A\hat{N}K$
2) Soit H le projeté orthogonal de K sur [AN]
   a) Calculer OH, HK et AH.
   b) Déduire que $AK=2\sqrt{2-\sqrt{3}}$
   c) Vérifier que $\sqrt{6}-\sqrt{2}=2\sqrt{2-\sqrt{3}}$
   d) Déduire que $\sin 15°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.



| Lycée pilote - Sfax | Devoir de synthèse N°1 | Classes : $1^{\text{ères}}$ Années |
|---|---|---|
| 6 Décembre 2011 | Mathématiques | Durée : 1h30 |

**Exercice 1 :(3 points)**

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est correcte.
Recopier en **toute lettre** sur votre copie la bonne réponse.

1) L'inverse de $\sqrt{2}-1$ est :

a) $1-\sqrt{2}$ b) $(1-\sqrt{2})^{-1}$ c) $1+\sqrt{2}$

2) Le réel $\sqrt{\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{7}\right)^2}$ est égal à :

a) $3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ b) $3\sqrt{5}-2\sqrt{7}$ c) $2\sqrt{7}-3\sqrt{5}$

3) Pour tout entier naturel n, le réel $3^n+3^n+3^n$ est égal à :

a) $3^{n+1}$ b) $3^{3n}$ c) $9^n$

**Exercice 2 :(4 points)**

On donne les expressions : $A=(x-1)^3+(3x^2-4x+1)$

$B=(2x-1)^2-(x-2)^2$

$C=x^3-27-(x-3)(3x+10)$

1) Développer $(x-1)^3$, en déduire que $A=x^3-x$

2)a) Factoriser B et C.

b) En déduire que A = B + C

**Exercice 3 :(5 points)**

Dans la figure ci contre $[AB]$ est un segment de longueur 8cm ; AMP et MBQ sont deux triangles rectangles et isocèles respectivement en P et Q ; on pose AM=x

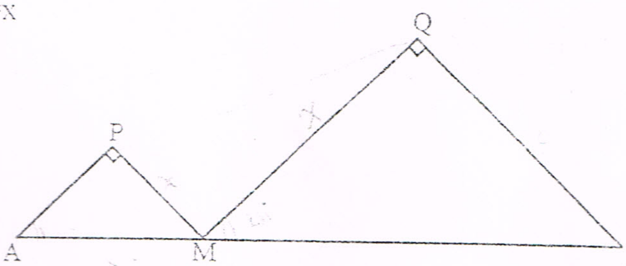
1) Montrer que PMQ est un triangle rectangle en M

2) a) Exprimer MP et MQ à l'aide de x

b) Montrer que l'aire du triangle MPQ est $A=\dfrac{-x^2+8x}{4}$

c) Vérifier que $A=\dfrac{-1}{4}(x-4)^2+4$

d) Donner un encadrement de A sachant que $1,5 \prec x \prec 3,5$




**Exercice 4 :(8 points)**

On considère un segment [AB] tel que AB = 8 (l'unité est le centimètre).
Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre [AB]. O le centre de $\mathcal{C}$ et I le milieu de [OA].
La perpendiculaire à (AB) en I coupe $\mathcal{C}$ en C et E. La tangente à $\mathcal{C}$ en A coupe (BC) en F.

1)a) Justifier que le triangle ABC est rectangle.

b) Montrer que le triangle OAC est équilatéral. En déduire la valeur de l'angle $B\hat{A}C$

d) Calculer BC, CI et IB.

2) Comparer les rapports $\dfrac{BI}{BA}$ et $\dfrac{BC}{BF}$, en déduire BF.

3) La perpendiculaire à (BE) passant par I coupe (BE) en H

a) Comparer les rapports $\dfrac{BH}{BE}$ et $\dfrac{BI}{BA}$

b) Montrer que les droites (EF) et (CH) sont parallèles.

4) a) Montrer que les angles $B\hat{A}C$ et $C\hat{E}B$ sont égaux.

b) Déduire BE, EH et HI.

| | | |
|---|---|---|
| Lycée : Hédi Chaker | | Date : 09/12/2011 |
| Profs: | **DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 1** | Classes : 1ère Année |
| | **MATHÉMATIQUE S** | Durée 1H 30mn |

**Exercice n° 1** (QCM) Voir feuille à rendre ( 3 pts )

**Exercice n°2:** ( 3 pts )

On donne $A = 3 - \sqrt{3}$ et $B = \dfrac{\sqrt{3}+1}{3\sqrt{3}-3} - \dfrac{\sqrt{3}+1}{6}$.

1) Montrer que $B = \dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$

2) Montrer alors que $A$ et $B$ sont inverses

**Exercice n°3 :** ( 4pts )

1) a et b deux réels tels que $b \neq 0$ et $b \neq 1$ . Montrer que $\dfrac{a}{b} - \dfrac{a-1}{b-1} = \dfrac{b-a}{b(b-1)}$

2) a) Sachant que $b \in \mathbb{R}_-^*$ et $a \leq b$ . Montrer que $\dfrac{a}{b} \geq \dfrac{a-1}{b-1}$

b) Comparer $1 - \sqrt{5}$ et $2 - \sqrt{5}$

c) Déduire que $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \geq \dfrac{-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

**Exercice n°4 :** ( 10 pts )

ABC un triangle tel que AB = 5cm , AC = 6cm et N un point de [AC] tel que CN = 2cm (Voir feuille à rendre)

1) a) Construire le point M de [AB] tel que $AM = \dfrac{2}{3} AB$

b) Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles

c) Déduire que $MN = \dfrac{2}{3} BC$

2) Soit I le milieu de [B C] . La droite ( A I ) coupe ( M N) en J.

a) Comparer $\dfrac{MJ}{BI}$ et $\dfrac{NJ}{IC}$

b) Déduire que J est le milieu de [M N]

3) a) Montrer que $\dfrac{MN}{BI} = \dfrac{4}{3}$

b) les droites (AB) et (NI) se coupent en D . Calculer $\dfrac{DM}{DB}$ puis déduire que $BM = \dfrac{1}{3} BD$

c) Montrer que B est le milieu de [A D]

4) La parallèle à ( A B) passant par J coupe ( D N) en K

Montrer que K est le milieu de [D N] . Calculer alors JK.

3x3 - 3
9
6

| | | |
|---|---|---|
| Lycée 15/11/1955<br>Date : 12/12/2014 | *Devoir de Synthèse N°1* | Matière : Mathématique<br>Durée : 1h- 30min<br>Classes : 1ères 1-2-3-7-8-12-13-14 |

Nom :………Prénom :…………

## EXERCICE N°1 *(3pts)*

I) Cocher la réponse correcte.

1) $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - |1-2\sqrt{2}| =$

☐ $4-4\sqrt{2}$ ☐ $2$ ☐ $4\sqrt{2}-4$

2) $x^3+27=$

☐ $(x+3)^3$ ☐ $(x+3)(x^2+3x+9)$ ☐ $(x+3)(x^2-3x+9)$

3) Si a et b sont deux réels tels que a < b <0 alors :

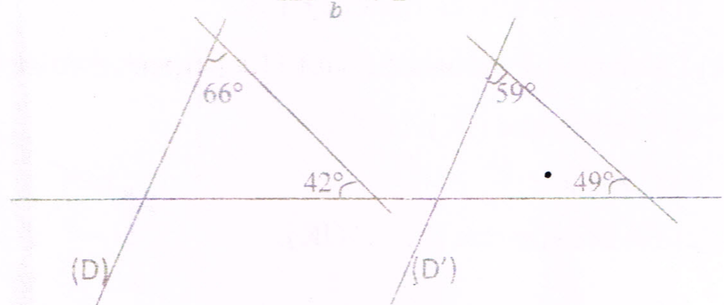
☐ $a^2 < b^2$ ☐ $\frac{a}{b} > 1$ ☐ $\frac{a}{b} < 1$

II) Répondre par vrai ou faux :

Dans la figure ci contre

Les droites (D) et (D') sont parallèles

……………




## EXERCICE N°2 (3pts)

On donne $a = \frac{4}{3\sqrt{2}-4} - \frac{3}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}$

1) Montrer que $a = 8-3\sqrt{7}$ .
2) Vérifier que a est un réel positif.
3) Comparer alors $\frac{4}{3\sqrt{2}-4}$ et $\frac{3}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}$ puis $\frac{3\sqrt{2}-4}{4}$ et $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}{3}$ .

## EXERCICE N°3 *(3pts)*

On donne $A = -a^2 + \frac{17}{2}a - 15$

1) Vérifier que $A = (5-2a)\left(\frac{1}{2}a-3\right)$.
2) Sachant que $-3 \leq a \leq 2$
   a) Donner un encadrement de $5-2a$ *et* $\frac{1}{2}a-3$.
   b) Déduire un encadrement de A.

## EXERCICE N°4 *(4 pts)*

On donne l'expression suivante : $A = (2x-1)^3 + (1-3x)^2 + 3x^2 - 27$

1) Développer $(2x-1)^3$.
2) Déduire que $A = 8x^3 - 27$.
3) Déduire alors une factorisation de A
4) On pose $B = A - 6x(3-2x)$.
   a) Montrer que $B = (2x-3)(2x+3)^2$.
   b) Déduire le signe de B sachant que $0 \leq x \leq 1$

## EXERCICE N°5 *(7pts)*

Soit (ζ) un cercle de diamètre [AB] et E un point de (ζ) tel que $E\hat{O}B = 120°$ (O centre du cercle)

1) a) Quelle est la nature du triangle ABE.

   b) Calculer $E\hat{A}B$ puis déduire que le triangle OAE est équilatéral.

2) a) Construire le pont I de [AB] tel que $AI = \frac{3}{4}AB$.

   b) La parallèle à (EB) passant par I coupe [AE] en J.

   Montrer que $\frac{AJ}{AE} = \frac{AI}{AB} = \frac{3}{4}$.

3) On donne AB =12.

   a) Vérifier que AE = 6cm

   b) Montrer que $BE = 6\sqrt{3}$ puis déduire la longueur de IJ.

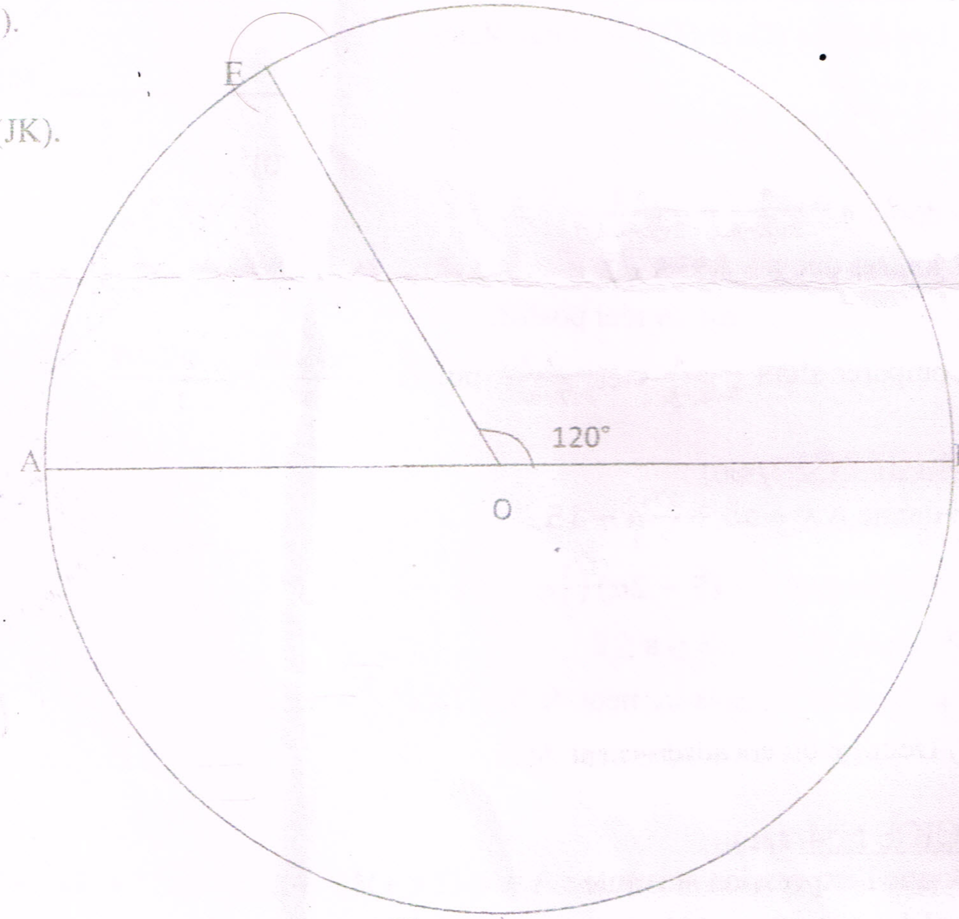
   c) Déduire l'aire du trapèze IJEB.

4) La droite (IE) recoupe (ζ) en F. La perpendiculaire à (AF) passant par I coupe (AF) en K.

   a) Vérifier que (IK) // (BF).

   b) Comparer $\frac{AK}{AF}$ et $\frac{AI}{AB}$.

   c) En déduire que (EF) // (JK).




*(Figure)*