

# Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP

## (synthèse – Guide orange – novembre 2020)

La résolution de problèmes est au cœur de l'activité mathématique et mobilise un ensemble complexe de savoirs et de compétences. Il est nécessaire d'enseigner des stratégies (efficaces) de résolution de problèmes (fondées sur des schémas pour aider les élèves à appréhender la situation).

Les procédures de résolution de problèmes se regroupent par famille relevant de raisonnements assez proches ou pouvant présenter des filiations utiles à connaître. On distingue trois grandes stratégies :

**Stratégie 1.** Les stratégies de dénombrement plutôt élémentaires : comptage, surcomptage ou décomptage, de 1 en 1 ou par sauts... ;

**Stratégie 2.** Les stratégies de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques des collections : représentations diverses, par exemple figuratives ou schématiques ;

**Stratégie 3.** Les stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées et formalisées : frise numérique, schémas conventionnels, écritures mathématiques formelles ( $c-a=b$ ) ou transitoires ( $a+ ?=c$  ou  $a \rightarrow c$ ).

En termes de résolution de problèmes, l'objectif est de permettre à un élève lisant un énoncé de reconnaître (explicitement ou implicitement) le modèle sous-jacent et de mettre en œuvre les procédures permettant de le résoudre.

La résolution de problèmes est donc à mettre en relation avec l'enseignement de la numération et du calcul. L'apprentissage de la numération et notamment des différentes décompositions des nombres permet d'enrichir et d'optimiser les procédures de résolution de problèmes. PE peut jouer sur les variables numériques pour faire évoluer les procédures des élèves.

L'objectif est d'amener l'élève à progressivement faire le calcul en utilisant les symboles des nombres (prendre conscience de la « puissance » des nombres).

Le but est d'amener les élèves qui ont mobilisé une procédure relevant ou s'appuyant sur un surcomptage à passer progressivement et par étapes à des procédures de calcul. Ces étapes sont souvent nécessaires pour les élèves les moins performants. Elles leur permettent d'accéder progressivement aux procédures efficaces. D'autres élèves peuvent s'en dispenser.

### **Chap. 1 : quels systèmes de numération enseigner, pourquoi et comment ?**

Un des défis de l'enseignement au cycle 2 est l'utilisation de la comptine numérique à des fins de calcul mental.

Les unités de numération utilisées au CP sont l'unité simple et la dizaine (= 10 unités simples). En CE1, apparaît une nouvelle unité de numération : la centaine.

Il existe 2 systèmes de numération (les mots et les chiffres sont les signes constitutifs de chacun d'entre eux) : la forme écrite de l'oral « quarante-deux » et l'écriture chiffrée « 42 ».

La dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération. Il y a deux procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite : l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.

Les unités de numération servent à désigner des quantités et permettent de travailler l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée.

Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération. Les connaissances sont réutilisées dans diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres ; calculer. **Un « dialogue » peut s'instaurer entre des procédures** utilisant les ressources de l'un ou de l'autre système.

### **Chapitre 2 : Calcul et sens des opérations**

**L'ambition majeure de l'enseignement du calcul à l'école doit être le développement aisé de sa pratique,** s'appuyant sur la mémorisation de faits numériques et l'apprentissage de procédures et d'algorithmes.

Le calcul mental mobilise le plus souvent la numération orale, le calcul en ligne peut s'appuyer sur les deux systèmes de numération et le calcul posé va se référer à la numération écrite chiffrée.

L'enjeu du CP est de faire passer les élèves de procédures de comptage sur les objets à des procédures de calcul. La situation de la boîte est une situation de référence pour enseigner ce passage du comptage au calcul dès la première période du CP.

L'addition et la soustraction comme opérations mathématiques sont abordées dès la maternelle sans aucun formalisme. L'apparition des symboles mathématiques « + » et « - » relève du CP.

Il est possible et recommandé d'encourager l'apprentissage du sens de la multiplication et de la division dès le CP.

Confronter très tôt l'élève à l'existence de relations multiplicatives sur ces nombres permet d'appréhender naturellement les problèmes multiplicatifs et de donner un sens plus naturel à cette opération.

Une mémorisation solide des faits numériques et des procédures élémentaires est une condition nécessaire pour engager les élèves vers des calculs plus complexes.

Le calcul en ligne est donc une modalité de calcul proche du calcul mental, pour laquelle un écrit vient soutenir la mémoire de travail.

L'algorithme de l'addition posée doit faire l'objet d'un enseignement précis, guidé et normalisé. Il n'apparaît qu'en période 3 ou 4, conformément aux repères de progression du cycle 2 (BOEN n° 22 du 29 mai 2019).

— L'**ardoise** est un outil facilitant l'entraînement des élèves et la prise d'informations par le professeur. Elle autorise l'élève à se tromper et facilite son engagement dans la tâche.

— Le **cahier de leçons** est un cahier-outil dans lequel sont consignés les résultats à connaître et à mémoriser (faits numériques, procédures élémentaires) ainsi que l'algorithme de l'addition posée.

Les symboles « = », « + » et « - » sont souvent rencontrés par les élèves en dehors de l'école avant leur introduction en classe. Il convient de les introduire au cours du premier trimestre de l'année scolaire afin que les élèves puissent apprendre, tout au long de l'année, à en faire un usage correct.

**L'ambition de l'enseignement du calcul au CP est de développer une pratique aisée du calcul** sous ses différentes formes (calcul mental, en ligne, posé), s'appuyant sur des faits numériques à mémoriser et des procédures élémentaires à automatiser. Il convient de donner au **calcul mental et au calcul en ligne une place prépondérante** dans l'enseignement du calcul.

### Chapitre 3 : Résolution de problèmes et modélisation.

La résolution de problèmes doit débuter dès le début de l'année de CP et reposer sur un travail régulier et structuré.

3 catégories de problèmes : les « basiques », les « complexes » et les « atypiques ».

La résolution des problèmes complexes permet au professeur de s'assurer plus solidement des connaissances et des compétences acquises par les élèves. Elle permet de tester la disponibilité des connaissances et favorise un retour sur les problèmes basiques.

Pour résoudre efficacement les problèmes arithmétiques au CP, la modélisation joue un rôle important. Modéliser, c'est traduire mathématiquement la situation. La modélisation amène ensuite à la procédure et au calcul. L'objectif pour le professeur est d'aider les élèves à modéliser en utilisant des schémas, des nombres, des opérations pour résoudre ces problèmes.

La résolution de problèmes doit être traitée dans un cahier personnel (cahier du jour, cahier spécifique aux mathématiques, etc.). Il permet à l'élève de conserver la trace des résolutions avec ses essais-erreurs, ses procédures, ses modes de représentation. Il constitue également une mémoire des problèmes rencontrés.

**L'objectif n'est pas d'enseigner une typologie de problèmes.** L'enjeu est de permettre aux élèves de réussir **seuls** les problèmes arithmétiques relevant du CP en enrichissant la mémoire des problèmes de chacun. Le temps consacré à la résolution des problèmes basiques doit donc être conséquent et régulier.

Le triptyque « **manipuler, verbaliser, abstraire** » offre des repères pour concevoir l'enseignement de la résolution de problèmes.

### Chapitre 4 : Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ?

L'objectif pour le professeur est de proposer une situation de manipulation offrant la possibilité à l'élève de construire la notion.

Proposé individuellement, le matériel est utilisé par l'élève comme une entrée concrète liée à la notion travaillée. Proposé collectivement, le matériel permet d'illustrer un propos, une manipulation que le professeur souhaite présenter ou mettre en lumière.

L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.

Les **cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres** sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle. D'autres matériels, comme des compteurs, les réglettes cuisinaires, les cartes à points, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves.

### Chapitre 5 : le jeu dans l'apprentissage des mathématiques.

Il existe des jeux sous forme de logiciels numériques pour s'entraîner au calcul (Calcul@tice, Multimaths.net ; la course aux nombres ; l'attrape-nombres ; le jeu des annonces ; le jeu du pari ; le jeu de l'estimateur) et d'autres jeux plus traditionnels (jeu de pistes, Chiffroscope, jeu du saladier...).

- **Le jeu du Lucky Luke** (PE annonce un mot-nombre et au signal, les joueurs (mains dans le dos) doivent montrer le nombre avec ses doigts.
- **Les cartes Recto-verso** : Sur la table sont posées des cartes (côté recto visible) avec au recto un calcul et au verso le résultat. L'élève propose une carte-question et l'autre élève y répond. On retourne la carte pour vérifier si la réponse est correcte. Si oui, on gagne la carte, si non, c'est celui qui a questionné qui la prend. On inverse ensuite les rôles. A la fin, celui qui a le plus de cartes a gagné.
- ...

Le jeu permet au professeur de se placer en retrait et d'engager les élèves dans une série de situations (jeux) dont l'enjeu est une connaissance partagée. S'il s'agit d'une situation de découverte, le rôle du professeur est d'orienter l'activité des élèves pour qu'ils parcourent les étapes de la construction d'un savoir. Le jeu met donc en interaction les élèves avec une situation d'apprentissage.

Le jeu peut aussi viser le renforcement d'un automatisme (connaissance des tables par exemple) ou le renforcement de notions déjà étudiées (connaissance de la numération en jouant au jeu de l'oie ou à la bataille par exemple).

Pour que le jeu permette des apprentissages mathématiques, il est nécessaire qu'il ait été explicitement pris en charge dans la conception de la situation d'enseignement sous l'aspect d'une double valence didactique et ludique. Il se rapproche des mathématiques en ce qu'il amène l'élève à faire des choix, prendre des décisions, anticiper un résultat. À travers le jeu, les élèves vont prendre plaisir à développer des stratégies et des raisonnements mathématiques, avec pour objectif l'apprentissage de stratégies et leur optimisation par des phases de verbalisation pour réussir le défi relevé.

## **Chap.6 : comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ?**

Le manuel scolaire est un support destiné à l'élève, s'inscrivant dans le processus d'apprentissage et utilisé par le professeur lors de sa conception de l'enseignement.

Le manuel est un appui très largement exploité.

En mathématiques, son choix pourra être encadré par les points essentiels suivants :

- la programmation proposée, au regard de l'organisation générale du manuel et de sa conformité aux instructions officielles ;
- la construction du nombre avec la présence d'un travail articulé autour des deux systèmes de numération orale et écrite chiffrée ;
- la progression en calcul mental (séquences : mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures de calcul) et l'approche du calcul posé ;
- la régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines ;
- la structure globale des séances d'apprentissage proposées, en termes de manipulation, d'institutionnalisation, d'entraînement, de différenciation, d'évaluation.

## **Chapitre 7 : Programmer sa progression au CP.**

**Distinction entre progression et programmation** : la progression indique la succession, sur l'année, des apprentissages selon la nature des savoirs en jeu, ou, de manière plus précise, leur mise en réseau, tandis que programmer une progression c'est adopter une chronologie, déterminer la période de l'année durant laquelle sera mené tel ou tel apprentissage.

### **Progressions pour les périodes 1 et 2.**

<b>Numération (les 2 systèmes de numération)</b>	<b>Calcul</b>	<b>Résolution de problèmes</b>
<p><b>EXPLORER LES « PETITS » NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ORAL</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Renforcement des connaissances de la grande comptine de 1 à 19 et de la petite comptine de 1 à 9 pour construire une frise numérique structurée au moins jusqu'à trente.</li> <li>— Usages sociaux tels que la</li> </ul>	<p><b>CALCUL MENTAL</b> <b>Faits numériques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Tables d'addition : introduction de certains résultats.</li> <li>— Doubles des nombres (nombres jusqu'à 5 puis jusqu'à 10).</li> <li>— Compléments à dix (nombres jusqu'à 10).</li> <li>— Somme de deux nombres (résultat inférieur à 10).</li> </ul>	<p><b>PROBLÈMES ADDITIFS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Problèmes de parties-tout avec recherche du tout (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties).</li> <li>— Problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties (en période 2, nombres inférieurs à 10).</li> <li>— Problèmes de transformation (positive ou négative) avec</li> </ul>

<p>date.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Dénombrement, estimation et comparaison de petites collections (jusqu'à vingt).</li> <li>— Comparaison de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) – au moins jusqu'à trente.</li> <li>— Calcul mental (jusqu'à vingt) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques.</li> </ul> <p><b>CONSTRUIRE LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ÉCRIT CHIFFRÉ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Travail sur la dizaine</li> <li>– Construction du système de numération écrit chiffré</li> <li>– Compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et unités, via des comparaisons, dénombrements et estimations de collections.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Décompositions additives des nombres (nombres jusqu'à 10).</li> </ul> <p><b>Procédures élémentaires</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Ajout de 1, retrait de 1 (nombres jusqu'à 30).</li> <li>— Ajout de 2, retrait de 2 (nombres jusqu'à 30).</li> <li>— Ajout de 10 (aux nombres jusqu'à 10).</li> <li>— Soustraire à 10 un nombre <math>\leq 5</math> (par exemple <math>10 - 3</math>).</li> <li>— Commutativité de l'addition (<math>5 + 3 = 3 + 5</math>).</li> </ul> <p><b>Combinaison de procédures</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Additions de deux nombres dont le résultat est <math>\leq 20</math>, sans franchissement de dizaine (<math>12 + 6</math>).</li> <li>— Soustractions de type <math>a - b</math> avec <math>a \leq 20</math> et <math>b &lt; 10</math> (<math>9 - 3, 15 - 5</math>, etc.).</li> </ul> <p><b>Symboles mathématiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Utilisation progressive des symboles « = », « + », « - » (en période 2).</li> </ul>	<p>recherche de la quantité finale (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties).</p> <p><b>PROBLÈMES MULTIPLICATIFS</b></p> <p>Ils seront principalement abordés durant les périodes 3, 4 et 5.</p>
--	--	---

**Progressions pour les périodes 3, 4 et 5.**

Numération (les 2 systèmes de numération)	Calcul	Résolution de problèmes
<p><b>EXPLORER LES NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ORAL</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Reprise et poursuite de la structure de la comptine numérique en petite comptine de 1 à 9 et grande comptine de 1 à 19 pour construire une frise numérique structurée (progressivement jusqu'à 100).</li> <li>— Comptine de dix en dix (dix, vingt, etc.).</li> <li>— Rencontre de l'écriture littérale en français des noms des nombres (progressivement jusqu'à 100).</li> <li>— Dénombrement (procédure « nom du nombre »), estimation et comparaison de quantités (progressivement jusqu'à 100).</li> <li>— Comparaison, ordre et encadrement de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) – progressivement jusqu'à 100.</li> <li>— Calcul mental (jusqu'à 20 puis au-delà) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques.</li> </ul>	<p><b>CALCUL MENTAL</b></p> <p><b>Faits numériques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Tables d'addition (nombres jusqu'à 10) et compléments à 10.</li> <li>— Double des dizaines entières (résultats jusqu'à 100).</li> <li>— Moitié des nombres pairs (nombres jusqu'à 20).</li> </ul> <p><b>Procédures élémentaires</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Ajouter 10, soustraire 10 (nombres jusqu'à 100).</li> <li>— Dans le cadre de la construction des tables d'addition (suite et fin) – nombres jusqu'à 20 : presque-doubles : <math>6 + 5</math> ; <math>8 + 7</math>, etc. ; appui sur 10 (par exemple, <math>7 + 5 = 10 + 2</math> donc <math>7 + 5 = 12</math>).</li> <li>— Commutativité et associativité de l'addition (<math>5 + 3 = 3 + 5</math> ; <math>7 + 18 + 3 = 18 + 10</math>) – nombres jusqu'à 100.</li> <li>— Addition et soustraction de dizaines entières (<math>40 + 30</math> ; <math>45 - 30</math>) – nombres jusqu'à 100.</li> </ul> <p><b>CALCUL EN LIGNE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Addition de deux nombres sans franchissement de dizaine (<math>35 + 4</math> ; <math>72 + 5</math>) puis avec franchissement de dizaine (<math>37 + 53</math> ; <math>26 + 9</math>) – nombres jusqu'à 100.</li> </ul>	<p><b>PROBLÈMES ADDITIFS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Reprise des catégories de problèmes vues en périodes 1 et 2 sur un champ numérique plus étendu – valeurs numériques selon la progression en calcul (mental, en ligne et posé) : <ul style="list-style-type: none"> <li>– problèmes de parties-tout avec recherche du tout, avec éventuellement 3 parties ;</li> <li>– problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties ;</li> <li>– problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la quantité finale.</li> </ul> </li> <li>L'apprentissage des techniques d'addition en ligne ou posée en colonnes peut s'appuyer sur des problèmes de réunion de deux collections.</li> <li>—&gt; Introduction de nouveaux types de problèmes : <ul style="list-style-type: none"> <li>– problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la transformation.</li> </ul> </li> <li>—&gt; Certains problèmes complexes pourront être proposés pour préparer le CE1 (en commençant par travailler avec des nombres inférieurs à 20), par exemple :</li> </ul>

<p><b>EXPLORER LES NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ÉCRIT CHIFFRÉ</b></p> <p>Si ce n'est pas encore fait, poursuivre jusqu'à 100 la construction de la numération écrite chiffrée durant la période 3.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Dénombrement (procédure « écriture chiffrée »), estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100).</li> <li>— Travail de l'aspect positionnel et de l'aspect décimal en utilisant des collections partiellement organisées en dizaines.</li> <li>— Exercices avec les unités de numération (jusqu'à 100).</li> <li>— Comparaison, ordre et encadrement de nombres (utilisation de la signification des chiffres) – jusqu'à 100.</li> <li>— Addition posée et initiation au calcul de la soustraction (jusqu'à 100) : techniques et justification, lien avec les problèmes arithmétiques.</li> </ul> <p><b>LIENS ET DIALOGUE ENTRE LES DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Lire et écrire les nombres (jusqu'à 100).</li> <li>— Dénombrement, estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100) : deux procédures à enseigner, l'une privilégiant la numération orale (procédure « nom du nombre »), l'autre la numération écrite chiffrée (procédure « écriture chiffrée »).</li> <li>— Calcul mental, en ligne et posé.</li> <li>— Comparaison, ordre et encadrement de nombres (jusqu'à 100).</li> <li>— Repérage d'un rang ou d'une position (jusqu'à 100).</li> <li>— Problèmes arithmétiques (jusqu'à 100).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Soustraction de deux nombres sans retenue (<math>84 - 12</math> ; <math>35 - 4</math> ; <math>78 - 5</math>).</li> <li>— Soustraction de deux nombres avec franchissement d'une dizaine (<math>15 - 6</math> ; <math>13 - 5</math>) type <math>a-b</math> avec <math>b &lt; 10</math>.</li> </ul> <p><b>CALCUL POSÉ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Introduction de l'algorithme de l'addition posée (nombres jusqu'à 100).</li> <li>— Entraînements dans divers cas, notamment avec des sommes de trois termes générant des retenues de 1 ou 2 dizaines.</li> </ul> <p><b>Symboles mathématiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Poursuite du travail sur les symboles « = », « + », « - ».</li> <li>— Introduction éventuelle du symbole « x » (période 5 ou début de CE1).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— problèmes de parties-tout mettant en jeu trois collections avec recherche d'une des parties (2 étapes) ;</li> <li>— problèmes de transformation mettant en jeu deux transformations successives avec recherche de l'état final (2 étapes) ;</li> <li>— problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de l'état initial (périodes 4 ou 5) ;</li> <li>— problèmes de comparaison, le critère de comparaison étant connu (périodes 4 ou 5).</li> </ul> <p>Les écritures mathématiques avec les symboles « + », « - » et « = » sont encouragées à partir de la période 2. Leur utilisation est progressivement attendue pour les problèmes introduits en périodes 3 à 5.</p> <p><b>PROBLÈMES MULTIPLICATIFS (AVEC TROIS NOMBRES EN JEU INFÉRIEURS À 30 – PÉRIODES 4 ET 5)</b></p> <p>Les stratégies de résolution s'appuient sur du matériel de manipulation faisant intervenir la nature multiplicative des nombres en jeu, des représentations figuratives ou avec des schémas. L'enjeu est de construire le sens des opérations sans difficulté liée au calcul.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Recherche du produit.</li> <li>— Recherche du nombre de parts (partage égal).</li> <li>— Recherche de la valeur d'une part.</li> </ul>
---	---	---

Il existe certaines marges de manœuvre dans la programmation. Le programme officiel fixe des objectifs de cycle, avec des repères par année. Les objectifs de CP sont mis en perspective avec ceux du cycle 2. Le choix de la programmation au CP concerne donc toute l'équipe enseignante de l'école.