Notions de matériaux composites
pour application en aéromodélisme

Chapitre 04:

Pli Uni Directionnel

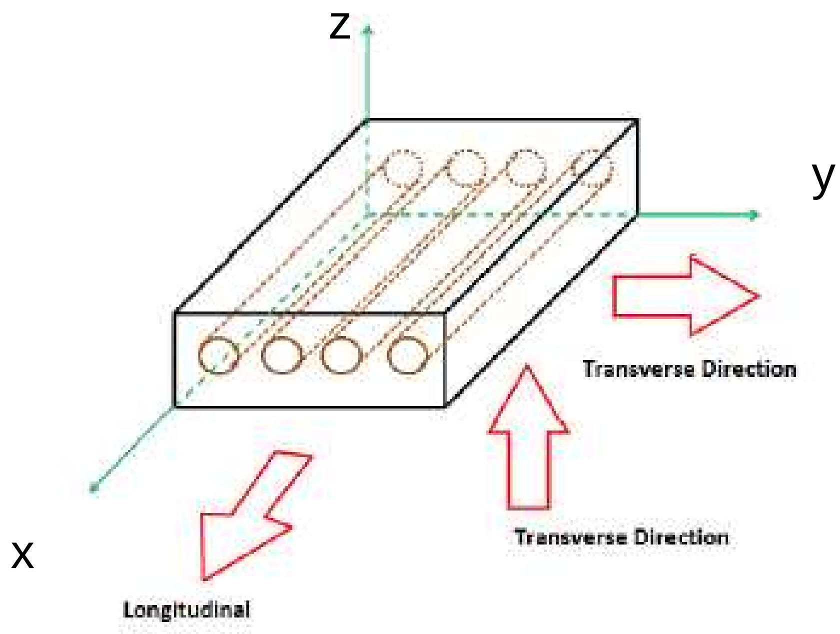
V03 Nov 2017
Helmi TOUEL

Sommaire :

- **Introduction**
- **Loi de mélange**
- **Aspect quantitatif**
- **Coeff mécaniques**
- **Autres modèles**
- **Annexes**

Introduction

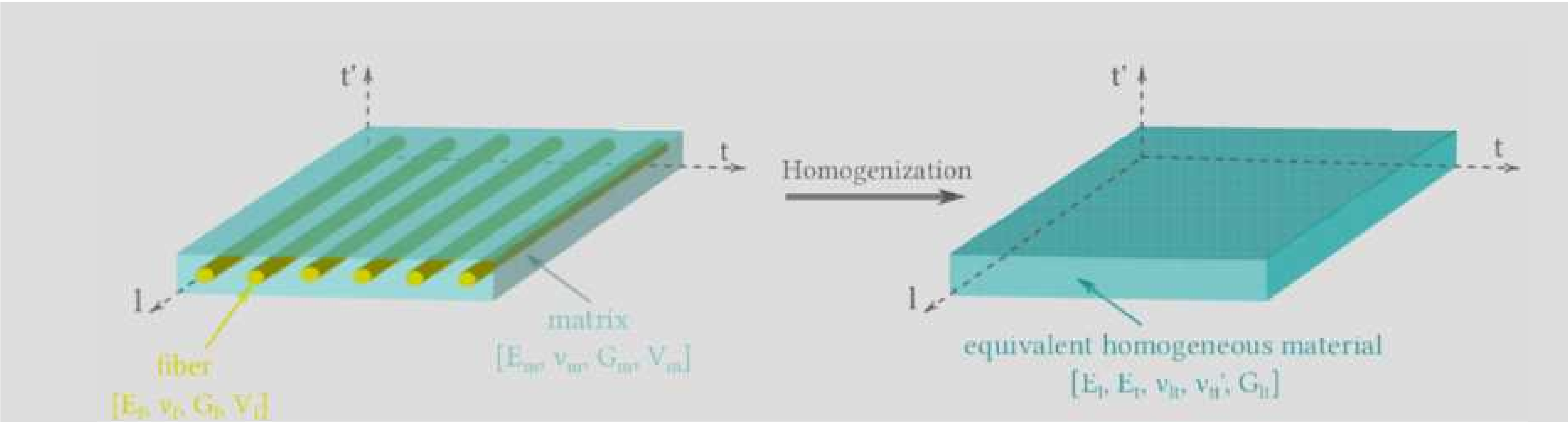
- Un pli UD composite est constitué d'un tissu unidirectionnel (renfort) imprégné de résine (matrice).
- On a une direction « privilégiée » qui est dans *le sens du renfort*.



- Ce pli est caractérisé par plusieurs coefficients mécaniques.

Introduction

- On s’intéresse aux: module d’Young longitudinal, transversal, coefficient de poisson longitudinal/transverse et le cisaillement longitudinal/ transverse.
- On cherche aussi la contrainte max.
- Ainsi on peut modéliser un matériau hétérogène par un matériau homogène, mais anisotrope.

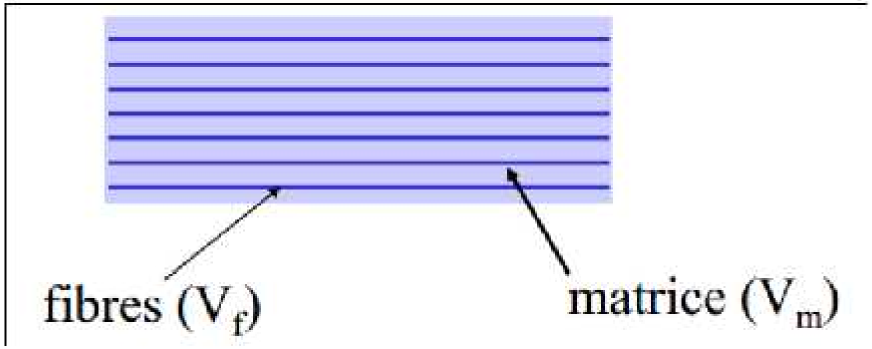


Sommaire :

Fraction volumique

REF DOC E P76

- On va utiliser la loi de mélange dans notre étude.
- Les propriétés mécaniques dépendent du volume relatif de chaque composant:



$$V_{\%fibre} = V_{fibre} / V_{total} \qquad V_{\%matrice} = V_{matrice} / V_{total}$$

$$V_{\%matrice} + V_{\%fibre} = 1$$

On démontre facilement que:

$$\rho_{pli} = \rho_{résine}\, V_{\%matrice} + \rho_{fibre} V_{\%fibre}$$

Fraction massique

- On peut aussi définir la fraction massique:

$$M_{\%fibre} = M_{fibre} / M_{totale}$$

$$M_{\%matrice} = M_{matrice} / M_{totale}$$

$$M_{\%matrice} + M_{\%fibre} = 1$$

On démontre facilement que:

$$\frac{1}{\rho_{pli}} = \frac{M_{\%matrice}}{\rho_{matrice}} + \frac{M_{\%fibre}}{\rho_{fibre}}$$

Ordre de grandeur

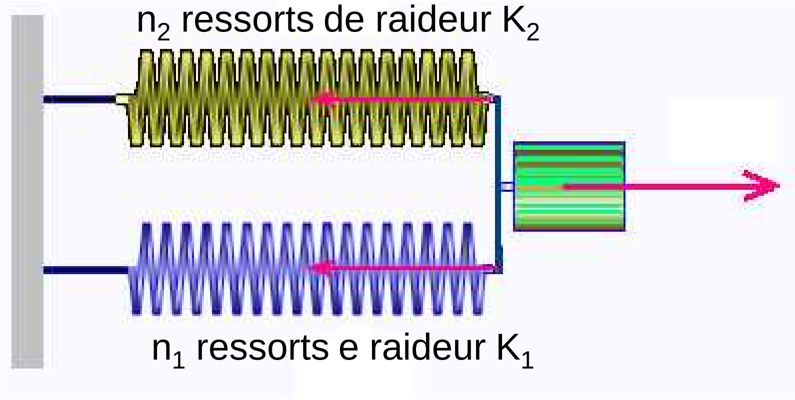
- Un pli composé d'un fibre de de verre de 165gr/m2 et de la résine (1 pour 1) aura:
  - Une masse volumique de 1642kg/m3,
  - Un V%fibre de 31.58%
  - Une épaisseur de 0.2mm

Avec le vide on arrive à 50 voir 80% de $V_{\%fibre}$.
C'est une couche plus résistante mais plus fine.

Sommaire :

Le modèle ressorts en parallèle

- Le pli soumis à une contrainte longitudinale est « équivalent » un système de ressorts en parallèle:



- Tous les ressorts ont le même allongement Δx. On parle d'iso-déformation.
- En écrivant que force totale est la somme de toutes les forces appliquées à chaque ressort, on peut écrire que:

$$F_{eq} = (n_1K_1 + n_2K_2)\Delta x$$

- La combinaison des ressorts en parallèle, est équivalente à un ressort de la raideur suivante:

$$K_{eq} = n_1K_1 + n_2K_2$$

Le modèle ressorts en parallèle

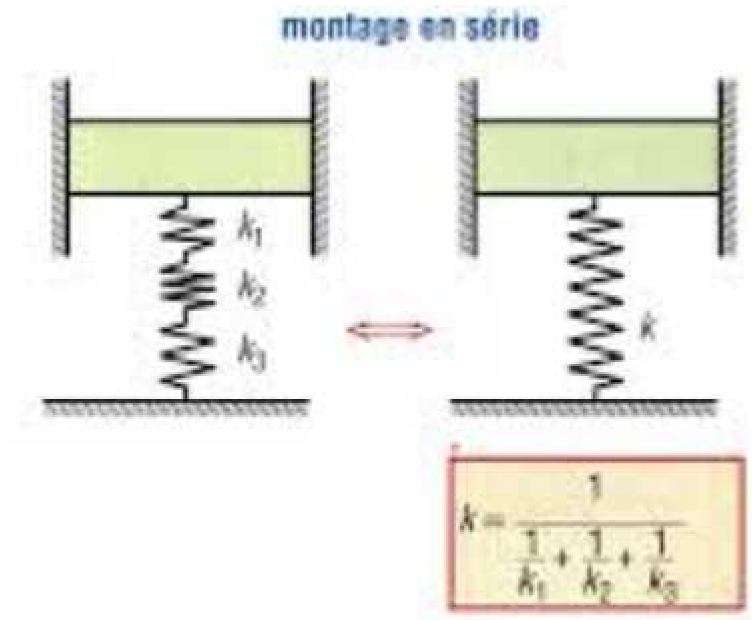
- C'est une combinaison linéaire assez intuitive: les ressorts les plus rigides ajoutent de la rigidité au système, proportionnellement à leur nombre.
- Pour le pli, combinaison de fils et de résine (matrice), on s'attend à un résultat équivalent, avec:

E eq à K
et
$V_{\%}$ équivalent à n_i

$$E_{Long} = E_{matrice} V_{\%matrice} + E_{fibre} V_{\%fibre}$$

Le modèle ressorts en série

- Lorsqu'on a un montage en série des ressorts, la raideur équivalent se calcule de la façon suivante:
  - La même force s'exerce sur chaque ressort (équilibre)
  - On parle d'iso-contrainte.



$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} n_1 + \frac{1}{K_2} n_2$$

- Un résultat à retenir lorsqu'on a un modèle à iso-contrainte.

Attention !!

- On peut être tenter de généraliser cette aspect qualitatif à la fameuse relation U=RI en considérant que R jour le rôle du K (raideur du ressort).
- Attention, ceci est faux!
- La résistance implique un processus dissipatif. C’est l’équivalent d’un frottement en mécanique!

Attention !!

- La bonne analogie mécanique / électrique est de prendre la capacité C (Q=CU)

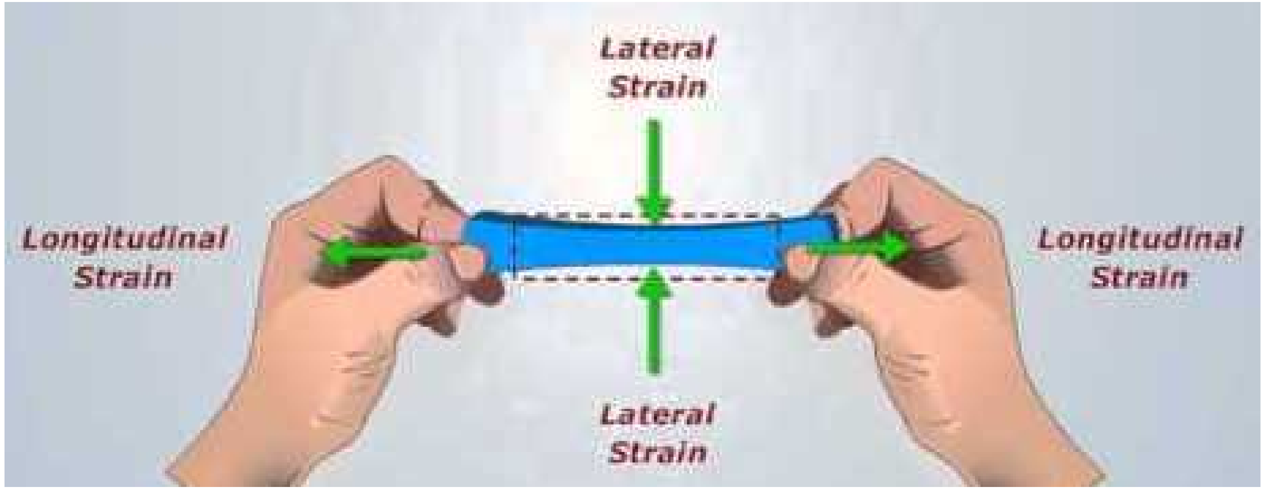
Mécanique	Electrique
Parallèle: $K_{eq} = n_1K_1 + n_2K_2$	$C_{eq} = n_1C_1 + n_2C_2$
Série: $\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} n_1 + \frac{1}{K_2} n_2$	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} n_1 + \frac{1}{C_2} n_2$

En MMC, le E est équivalent du K!

Sommaire :

- Introduction
- Loi de mélange
- Aspect quantitatif
- **Coeff mécaniques**
- Annexes

Rappel



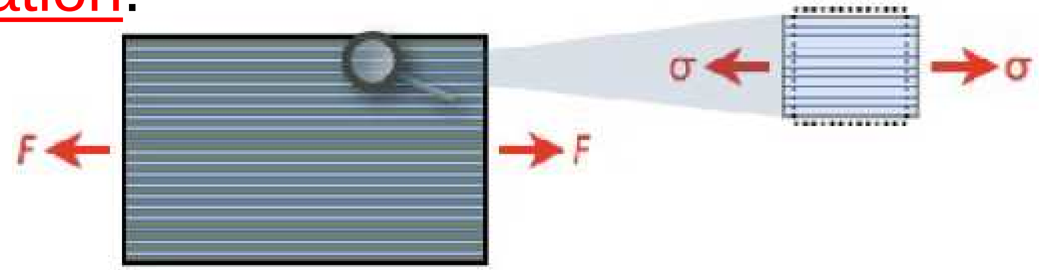
- Une contrainte longitudinale produit:
  - Un allongement longitudinale ϵ_L
  - Un rétrécissement transversale ϵ_T
  - Les deux variations sont liés par le coefficient de poisson « γ ».

$$\sigma_L = E.\epsilon_L \qquad \epsilon_T = -\gamma.\epsilon_L$$

Contrainte longitudinale: 1-Module d'Young longitudinal

REF DOC E P76

- L'hypothèse de travail est de considérer que l'allongement des fibres et celui de la matrice sont identiques-> on parle d'iso-déformation.



- On peut démontrer facilement que le pli se comporte comme s'il a le module d'Young suivant:

$$\sigma = E_{Long}\,\epsilon_{pli} \quad \text{avec:}$$

$$E_{Long} = E_{matrice} V_{\%matrice} + E_{fibre} V_{\%fibre}$$

- Commentaire : On retrouve bien le raisonnement qualitatif.
- Certains écrivent E_x avec x la direction des fibres.

Contraint longitudinale: 2- Coefficient de poissons

REF DOC E P78

- Dans le plan transverse, la déformation de chaque élément est liée à sa déformation longitudinale via le coefficient de poisson.
- Via la composition du pli, on montre que le coefficient de poisson « longitudinal » est une combinaison linéaire des coefficients de poissons des constituants pondérée de leurs fractions volumiques respectifs.

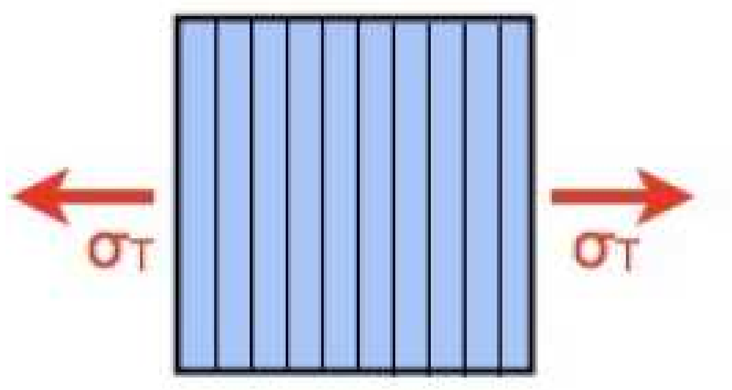
$$\gamma_{Long} = \gamma_{matrice} V_{\%matrice} + \gamma_{fibre} V_{\%fibre}$$

Commentaire:

- On retrouve un résultat similaire au module d’Young longitudinal.
- Certains note ce coefficient: $\gamma_{Long} = \gamma_{LT} = \gamma_{xy} = \gamma_{xz}$, avec x la direction des fibres et (y,z) les directions perpendiculaires.

Contrainte longitudinale: 3-Module d'Young transversal

- Dans cette configuration, chaque portion de fibre / matrice est en équilibre -> on pare l'*iso-contrainte*.



- Le calcul détaillé dans le DOC D P68 démontre que le module d'Young transverse est de la forme suivante:

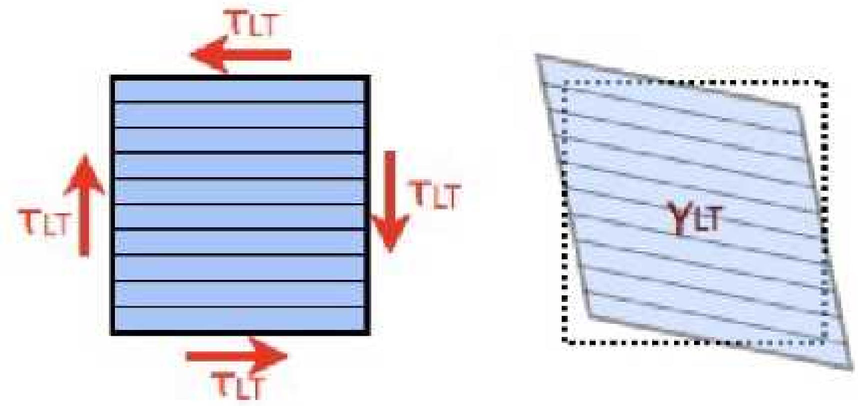
$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{E_{matrice}} V_{\%matrice} + \frac{1}{E_{Tfibre}} V_{\%fibre}$$

- Commentaire : certains écrivent $E_T=E_y=E_z$ avec (y,z) les directions perpendiculaires aux fibres.

4-Cisaillement longitudinal / transverse

REF DOC F page 4 & DOG G page

- Le document F résume bien la situation. Nous avons des contraintes de cisaillement dans le plan (x,y).
- Du faite que la matériau est anisotrope dans le sens des fibre, on ne peut pas utiliser la formule classique qui relie le module d'Young et le coefficient de poisson au cisaillement.



- Le document G nous donne l'expression recherchée:

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{G_{matrice}} V_{\%matrice} + \frac{1}{G_{Tfibre}} V_{\%fibre}$$

Commentaire:

- On retrouve un résultat similaire au module d'Young transversal.
- Certains note ce coefficient: $G_{LT} = G_{xy} = G_{xz}$, avec x la direction des fibres et (y,z) les directions perpendiculaires.

5-Contrainte max

REF DOC H

- On considère que c'est le renfort qui détermine la limite élastique de l'ensemble..
- La matrice est plus souple est donc elle peut mieux résister à un allongement important.
- La loi de mélange nous donne:

$$\sigma_{max,pli} = \sigma_{max,fibre}\,[V_{\%fibre} + V_{\%matrice} * E_{matrice}/E_{fibre})]$$

- Pour la démonstration, il suffit d'écrire:

$$\sigma_{max,pli}/E_L = \text{allongement max} = \sigma_{max,fibre}/E_{fibre}$$

- Compte tenu de la forte différence entre les module d'Young de la matrice et du renfort (rapport de 1/15) on en déduit:

$$\sigma_{max,pli} \sim \sigma_{max,fibre}\, V_{\%fibre}$$

Exemple

- On prend un fibre de verre E: ρ=2.6Kg/m^3, 82.5gr/m^2, E_l=73GPa, E_t=68GPa, γ=0.25, G=30GPa, σ_{max}=2500MPa.
- On prend une résine polyesters: ρ=1.2Kg/m^3, E=4GPa, γ=0.4, G=1.4GPa, σ_{max}=80MPa
- On suppose qu'on va mettre 100gr de résine pour 100gr de fibre (1 pour 1 en masse).
- On en déduit: $V_{\%fibre}$=31.58% et $V_{\%matrice}$=68.42%
- On en déduit:
  - El=25.79 GPa, Et=5.69GPa -> Et/El = 22%
  - γ=0.35, G=2GPa
  - σ_{max}=883MPa

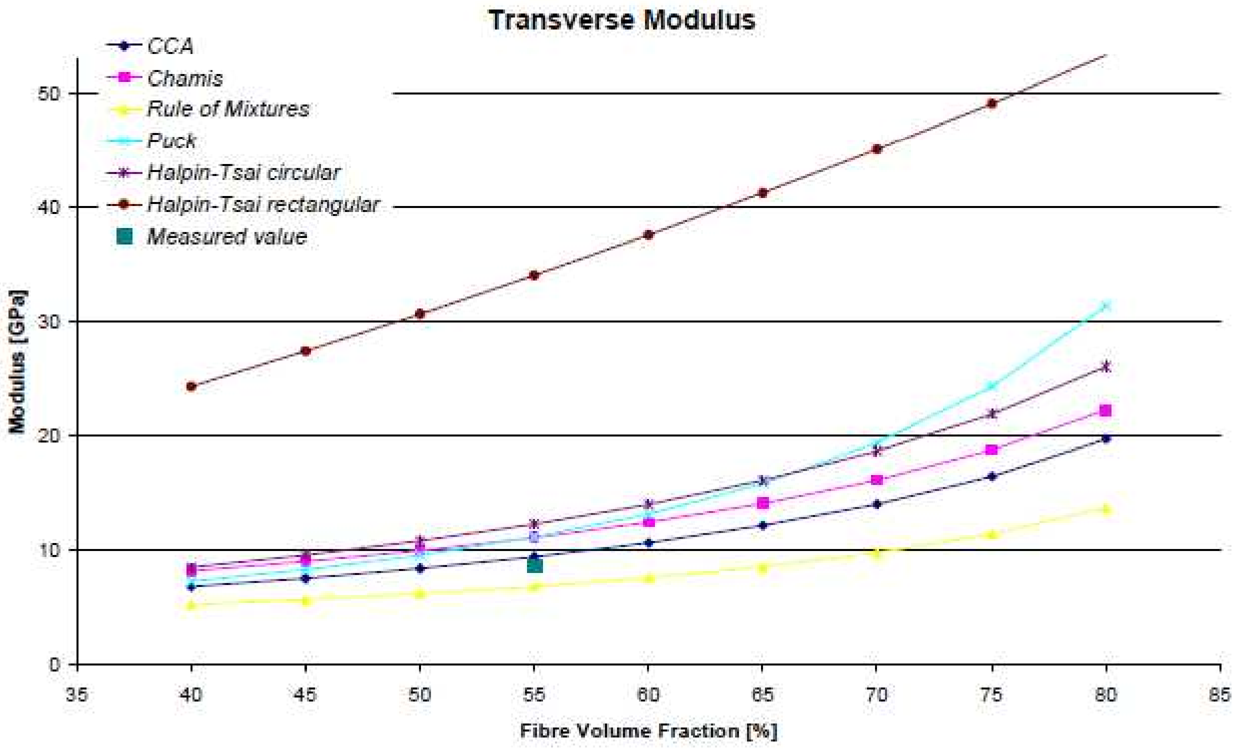
Comme son nom l'indique, le renfort « tire » les perfo longitudinales mécaniques de la matrice vers le haut (E_l et σ_{max}) Les perfo transversales restent médiocres, ce qui est normal.

Sommaire :

Autres modèles

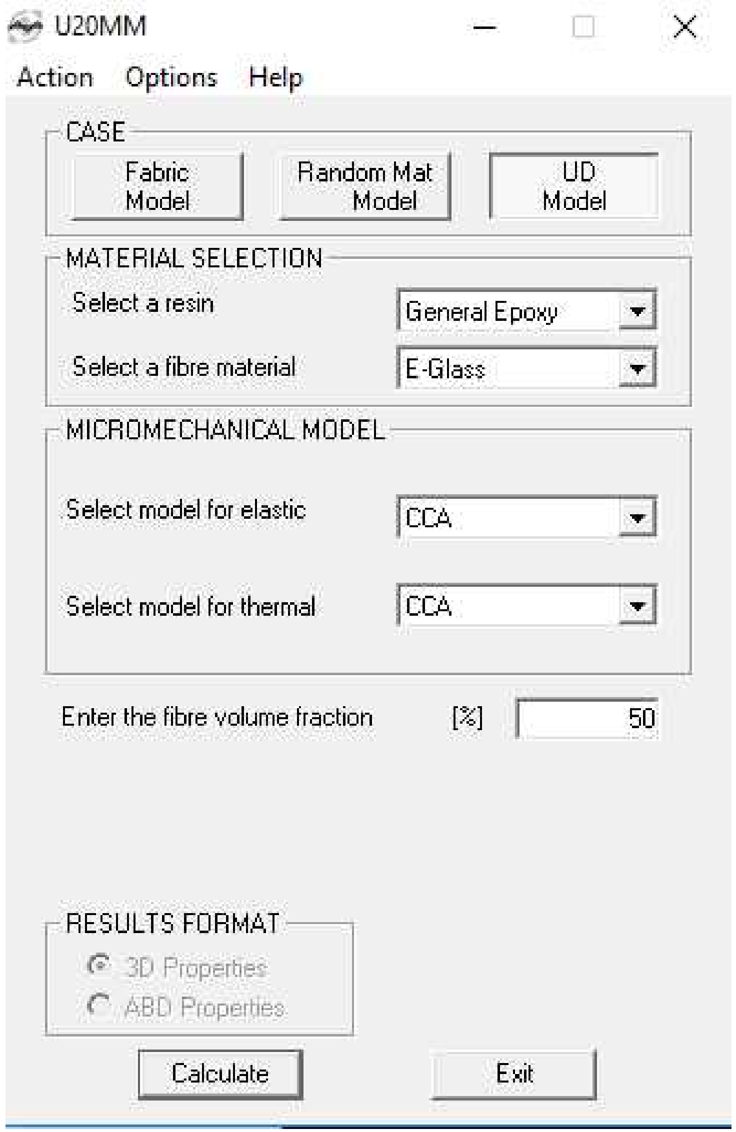
- Le document REF G, UD Micromechanics nous donne les différentes modélisations qui existe pour un pli UD.

- On a aussi une comparaison des différents modèles par rapport à des données expérimentales.



Modèle CCA: Composite Cylinder Assemblage

- C’est le modèle CCA qui est le plus proche des données expérimentales.
- On peut utiliser le software U20MM pour faire le calcul.
- Le software accepte l’initialisation de matériaux par l’utilisateur.
- Mais le soft ne donne pas la contrainte de rupture.



Comparaison

- Comme on peut le voir, le module d'Young longitudinal est bien estimé.
- Dommage qu'il manque la contrainte de rupture dans le software U20MM

Coeff		
Ex	25,79	Gpa
Ey=Ez	5,69	Gpa
G xy,xz	2,00	Gpa
Gyz	2,04	Gpa
Coeff poisson xy = xz	0,353	
Coeff poisson yx = zx	0,078	
Coeff poisson yz=zy	0,396	
Rupture	883	Mpa

MicroMechanical Model Results

Property	Unit	Value	Value
Ex	[GPa]	25.7902	25.8158
Ey = Ez	[GPa]	5.69171	8.08319
Gxy = Gxz	[GPa]	2.04304	2.57915
Gyz	[GPa]	2.04304	2.65017
$\nu_{xy} = \nu_{xz}$	[]	0.35263	0.347596
$\nu_{yx} = \nu_{zx}$	[]	0.0778229	0.108836
$\nu_{yz} = \nu_{zy}$	[]	0.392951	0.525035

Sommaire :

- Introduction
- Loi de mélange
- Aspect quantitatif
- Coeff mécaniques
- Autres modèles
- **Annexes**

Contrainte longitudinale: Module de poisson Trans/Long

- L’hypothèse d’un matériau homogène fait qu’une contrainte transversale produit la même déformation dans le sens

Déformation longitudinale suite à une contrainte transverse = Déformation transverse suite à une contrainte longitudinale

- D’après DOC F page 4, on a: $\boxed{\gamma_{TL} / E_T = \gamma_{LT} / E_L}$

- Certains écrivent: $\gamma_{TL} = \gamma_{yx} = \gamma_{zx}$, avec x la direction des fibres et (y,z) les directions perpendiculaires.

Cisaillement transverse

- On parle ici d’un cisaillement dans le plan (y,z).
- Les documents disponibles à ce jour ne parle pas de ce module.
- Voici alors un raisonnement qualitatif et quantitatif:
- Ce plan peut être considéré « isotrope ».
- On applique la formule classique du coefficient de cisaillement:

Qualitativement

- Le plan (y,z) peut être considéré « isotrope ».
- On applique la formule classique du coefficient de cisaillement:

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\nu)}}$$

Quantitativement

$$Gyz=Ey/2*(1+\gamma_{yz})$$

Sachant que:

$$G_{yz}=G_{zy}$$
$$E_y=E_z$$
$$\gamma_{yz}= \gamma_{yz}$$

Estimation de γ_{yz}

- On s'inspirant du document E on peut démonter qu'on peut approcher le coefficient de poisson transverse par:

$$\gamma_{yz} = (V_{\%matrice} * \gamma_m / E_{matrice} + V_{\%fibre} * \gamma_f / E_{T,fibr}e) * E_{T,pli}$$

Références

- **DOC A:** CALCUL DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES TISSUS UTILISÉS DANS LES MATÉRIAUX COMPOSITES, **F. DAL MASO et J. MÉZIÈRE,** REVUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE VOL. 53, N° 6, NOVEMBRE-DÉCEMBRE 1998, Institut français du pétrole1
- **DOC B:** Thèse Essais de Caractérisation des Structures Tissées , Samia DRIDI 28/06/2010, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon,
- DOC C: GLOSSAIRE DES MATERIAUX COMPOSITES, Actualisation décembre 2004, CENTRE D'ANIMATION REGIONAL EN MATERIAUX AVANCES
- **DOC D:** HandBookOfComposite, https://books.google.tn/books?id=ct_vBwAAQBAJ&pg=PA144&lpg=PA144&dq=yarn+ecd450+1/2&source=bl&ots=nK3MOhEgKa&sig=kXm1DnA3cH2juFvZNhi2vMYHQxw&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwjMtKCO6YjXAhXpA8AKHT-fD5MQ6AEIRTAI#v=onepage&q=yarn%20ecd450%201%2F2&f=false
- **DOC E:** https://fr.scribd.com/document/360465288/Chapitre-4-Caracterisation-Des-Materiaux-Composites
- **DOC F :**Modélisation du comportement des composites :l'elasticité anisotrope, Edité le 04/05/2011, Federica DAGHIA – Lionel GENDRE
- **DOC G:** UD Mictomecghnanics, university of twente, Department of Mechanical Engineering, Composites Group.
- **DOC H:** cours christian BOUILLE, chez Sabena Technics Mir,
- **DOC I:** modelisation-du-comportement-des-composites2-3-les-poutres-stratifiees-ens, Federica DAGHIA – Lionel GENDRE

- **Software U20MM:** https://www.utwente.nl/en/et/ms3/research-chairs/pt/research/research-themes/tools/#u20mm