Chapitre M3

Algèbre 6

UTILISATION DE FONCTIONS DE REFERENCE

Capacités	Connaissances
Sur un intervalle donné, étudier les variations et représenter graphiquement les fonctions de référence $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$, et $x \longmapsto x^3$.	Sens de variation et représentation graphique sur un intervalle donné des fonctions de référence $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \longmapsto \sqrt{x}$, et $x \mapsto x^3$
Construire et exploiter, avec les TIC, sur un intervalle I donné, la représentation graphique des fonctions de la forme $f + g$ et kf, k étant un réel non nul, à partir d'une représentation graphique de la fonction f et de la fonction g.	Processus de construction de la représentation graphique des fonctions de la forme $f+g$ et kf, k étant un réel non nul, à partir d'une représentation graphique de la fonction f et de la fonction g.
Sur un intervalle donné, déterminer les variations de fonctions de la forme $f + g$ (f et g de même sens de variation) et de la forme $k\,f$, k étant un réel non nul, où f et g sont des fonctions de référence ou des fonctions générées par le produit d'une fonction de référence par un réel. En déduire une allure de la représentation graphique de ces fonctions.	Représentation graphique des fonctions : $x \longmapsto a\,x + b$, $x \longmapsto c\,x^2$, $x \longmapsto \frac{d}{x}$, $x \longmapsto \sqrt{x}$, $x \longmapsto x^3$, pour des valeurs réelles a, b, c et d fixées. Variations d'une somme de deux fonctions ayant même sens de variation. Variations d'une fonction de la forme kf, k étant un réel donné.
Résoudre graphiquement des inéquations de la forme $f(x) > 0$ et $f(x) \geq g(x)$, où f et g sont des fonctions de référence ou des fonctions générées à partir de celles-là.	Processus de résolution graphique d'inéquations de la forme $f(x) > 0$ et $f(x) \geq g(x)$ où f et g sont des fonctions de référence ou des fonctions générées à partir de celles-là.

Contenu du dossier :

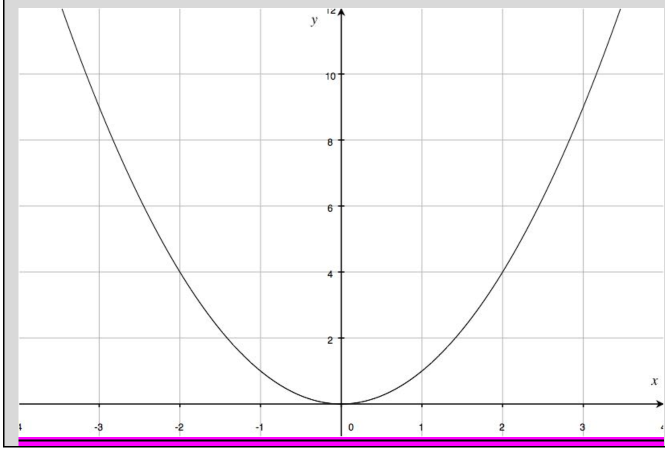
- ☐ Cours
- ☐ Exercices (Chapitre 4 pages 51-70)
- ☐ Correction exercices
- ☐ Evaluation EM3
- ☐ Correction évaluation EM3

PBP M3

I. La fonction carrée : $x \mapsto x^2$ (Rappel 2nde)

MÉMO

La fonction carrée est définie par $f : x \rightarrow x^2$ pour tout x réel.



La courbe représentative de la fonction carrée est une **parabole**. Elle est **symétrique** par rapport à **l'axe des ordonnées.**

Tableau de variation

x	-3	0	3
$f(x)$	9 ↘	0	↗ 9

Exercices : ☐ 1 page 51 ☐ 2 page 51

II. La fonction cube : $x \mapsto x^3$

Activité 1 : Comment étudier la fonction cube : $x \mapsto x^3$

Le cube d'un nombre x est le nombre noté x^3 tel que $x^3 = x \times x \times x$. La calculatrice permet de calculer le cube d'un nombre x.

Par exemple, avec les séquences **1,5 $\boxed{\wedge}$ 3 $\boxed{\text{EXE}}$, en mode RUN** , on obtient $1{,}5^3 = 3{,}375$.

1.1 Compléter, en utilisant éventuellement la calculatrice, le tableau suivant.

Calculatrice

Dans le menu on sélectionne : TABLE $\boxed{\text{EXE}}$

Dans Y1 on tape : $\boxed{x,\theta,T}$ $\boxed{\wedge}$ 3 $\boxed{\text{EXE}}$

On tape F5 (pour SET) : Dans Start on entre -2 $\boxed{\text{EXE}}$; End : 2 $\boxed{\text{EXE}}$; Step : 0,5 $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{\text{EXE}}$

On tape F6 (pour TABL) pour obtenir le tableau.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
x^3									

1.2 A partir de l'observation du tableau obtenu, **rayer** les réponses inexactes :

- x et x^3 sont : $\boxed{\text{de même signe}}$ / $\boxed{\text{de signes opposés}}$
- Les cubes de deux nombres opposés sont : $\boxed{\text{de même signe}}$ / $\boxed{\text{de signes opposés}}$

2. f est la fonction définie pour tout x réel par $f(x) = x^3$.

2.1 Représenter sur l'écran d'une calculatrice, la courbe représentative de f.

Calculatrice

MENU : GRAPH $\boxed{\text{EXE}}$

Dans Y1 on tape $\boxed{x,\theta,T}$ $\boxed{\wedge}$ 3 $\boxed{\text{EXE}}$

Fenêtre de représentation :

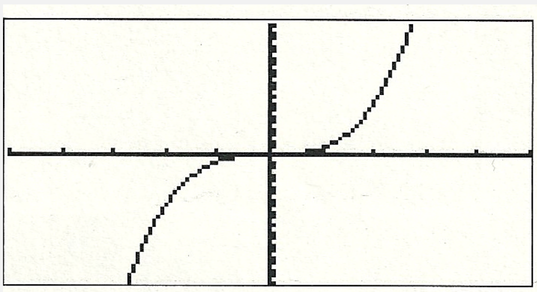
On tape SHIFT F3 (V-Window)

Dans Xmin on entre -2 $\boxed{\text{EXE}}$; max : 2 $\boxed{\text{EXE}}$; scale : 0,5 $\boxed{\text{EXE}}$;

(ne pas changer dot on tape▼ sur le pavé fléché)

Dans Ymin : -8 $\boxed{\text{EXE}}$; max : 8 $\boxed{\text{EXE}}$: scale : 1 $\boxed{\text{EXE}}$; $\boxed{\text{EXE}}$

On tape F6 (pour draw) pour obtenir la courbe



La courbe ci-dessus s'affiche

A partir de l'observation de la figure, rayer les réponses inexactes :

2.2 La courbe **est symétrique** par rapport à :

$\boxed{\text{l' axe des abscisses}}$ / $\boxed{\text{l'axe des ordonnées}}$ / $\boxed{\text{l'origine du repère}}$.

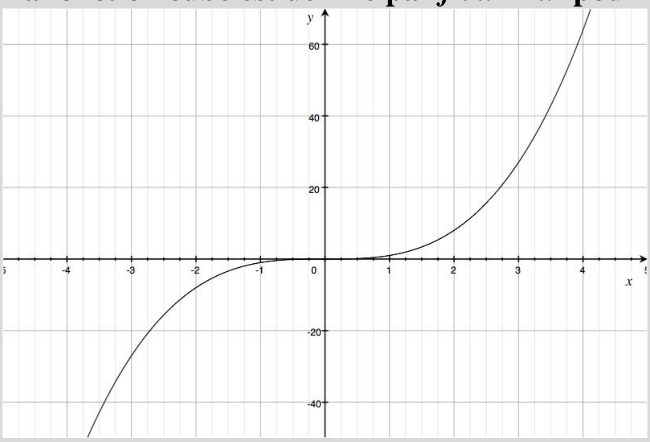
2.3 La fonction $f : x \mapsto x^3$ est **strictement** $\boxed{\text{croissante}}$ / $\boxed{\text{décroissante}}$?

2.4 Compléter le tableau de variation ci-dessous.

x	
$f(x) = x^3$	

MEMO

La fonction cube est définie par $f : x \to x^3$ pour tout nombre réel.



La fonction cube **:** $x \to x^3$ est **strictement croissante**.

La courbe représentative de la fonction cube est **symétrique** par rapport à l'**origine** du repère.

<u>Tableau de variation</u>

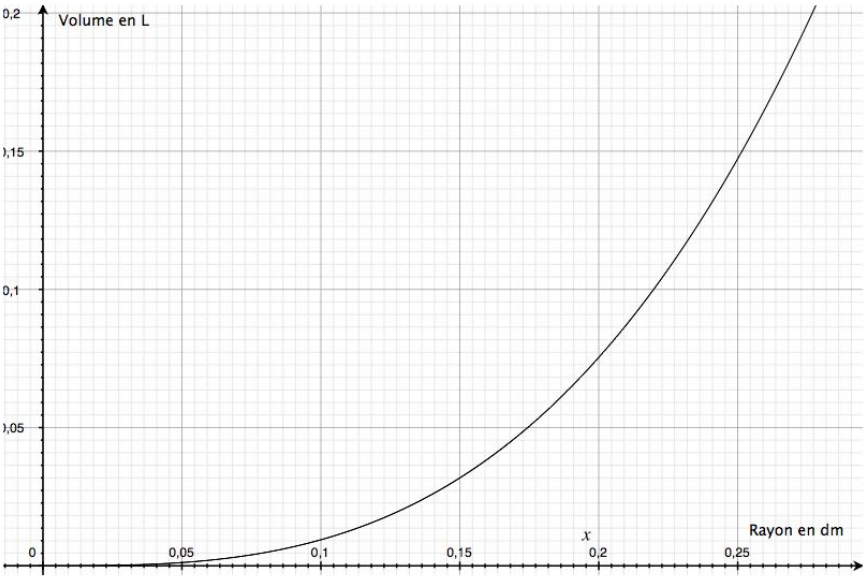
x	**−3**	**0**	**3**
$f(x)$	**9** ↘	**0**	↗ **9**

Application 1 : Flacons de parfum

Un parfumeur décide de créer une gamme de parfums en déclinant une série de flacons cylindriques de différents rayons.
La hauteur du flacon est égale à trois fois le rayon.
Le volume se calcule donc par : $V = 3\pi R^3$. (*Rappel : volume d'un cylindre est donné par la relation V = base ×hauteur)*
Yasmina, qui conçoit ces flacons, doit déterminer le rayon de chacun d'eux en fonction des volumes vendus dans le commerce.

A. Par le graphique

En notant x le rayon du flacon en décimètres, le volume en litres est donné par la fonction f définie par $f(x) = 3\pi x^3$ sur l'intervalle $[0; 0{,}3]$.
La courbe représentative de la fonction est donnée ci-dessous.



1. **Comment varie** le volume en fonction du rayon ?

---

2. Le volume **est-il proportionnel** au rayon ?
   ☐ oui ☐ non.
   Justifier la réponse.

---

3. **Compléter** le tableau de variation ci-dessous.

x	
$f(x) = 3\pi x^3$	

4. Les flacons les plus vendus dans le commerce sont ceux dont les volumes sont 50 mL et 100 mL.
   Déterminer graphiquement les rayons correspondants en cm. (**laisser** les tracés, permettant de faire la lecture, apparents)
   Pour V= 50 mL = ...L on a un rayon de .... dm soit .... cm
   Pour V = 100 mL = ...L on a un rayon de .... dm soit .... cm
5. **Représenter** la fonction précédente à la calculatrice.

Calculatrice
MENU : GRAPH EXE
Dans Y1 on tape **3π** x,θ,T ∧ 3 EXE
Fenêtre de représentation :
On tape SHIFT F3 (V-Window)
Dans Xmin on entre 0 EXE; max : 0,3 EXE; scale : 0,1 EXE;
(ne pas changer dot on tape▼ sur le pavé fléché)
Dans Ymin : 0 EXE; max : 0,25 EXE: scale : 0,1 EXE; EXE
On tape F6 (pour draw) pour obtenir la courbe
Pour retrouver les résultats précédents f**aites** comme suit :
On tape SHIFT F4 (G-solv) puis on tape F6 (pour ▷)
On tape F2(pour x-CAL).
On écrit pour Y : 0,05 et on lit x = ………..
On recommence pour V = 100 mL soit 0,1 L (valeur de Y).

B. Par le calcul
Le parfumeur veut commercialiser des flacons de 25 mL.

1. **Remplacer** $f(x)$ par 0,025 dans l'expression : $\boldsymbol{f(x) = 3\pi x^3}$ **:** ....
2. **Montrer** que l'expression peut s'écrire sous la forme : $x^3 = 2{,}65 \times 10^{-3}$.

   ....

   ....
3. **Déterminer** la valeur de x en utilisant la calculatrice, arrondir à 10^{-3} près.
   $x = \sqrt[3]{2{,}65 \times 10^{-3}}$
   $x \approx$ ....

Calculatrice
Menu : **RUN**
SHIFT ((pour $\sqrt[3]{\ }$) **2,65 × 10^x (-) 3 EXE**

4. **En déduire** le rayon du flacon. ....

Exercices : ☐ **6 page 52** ☐ **9 page 52.**

III. La fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$

Activité 2 : Comment étudier la fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$

Tout nombre x non nul admet un inverse noté $\frac{1}{x}$; pour tout x non nul : $x \times \frac{1}{x} = 1$.

La calculatrice permet de calculer l'inverse du nombre x.

Par exemple, avec les séquences : 5 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{)}$ (pour x^{-1}) $\boxed{\text{EXE}}$, en mode RUN, on obtient $\frac{1}{5} = 0{,}2$.

1.1 Compléter, en utilisant éventuellement la calculatrice, le tableau ci-après.

Calculatrice

Dans le menu on sélectionne : TABLE $\boxed{\text{EXE}}$

Dans Y1 on tape : $\boxed{x,\theta,T}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{EXE}}$

On tape F5 (pour SET) : Dans Start on entre -10 $\boxed{\text{EXE}}$; End : 10 $\boxed{\text{EXE}}$; Step : 1 $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{\text{EXE}}$

On tape F6 (pour TABL) pour obtenir le tableau.

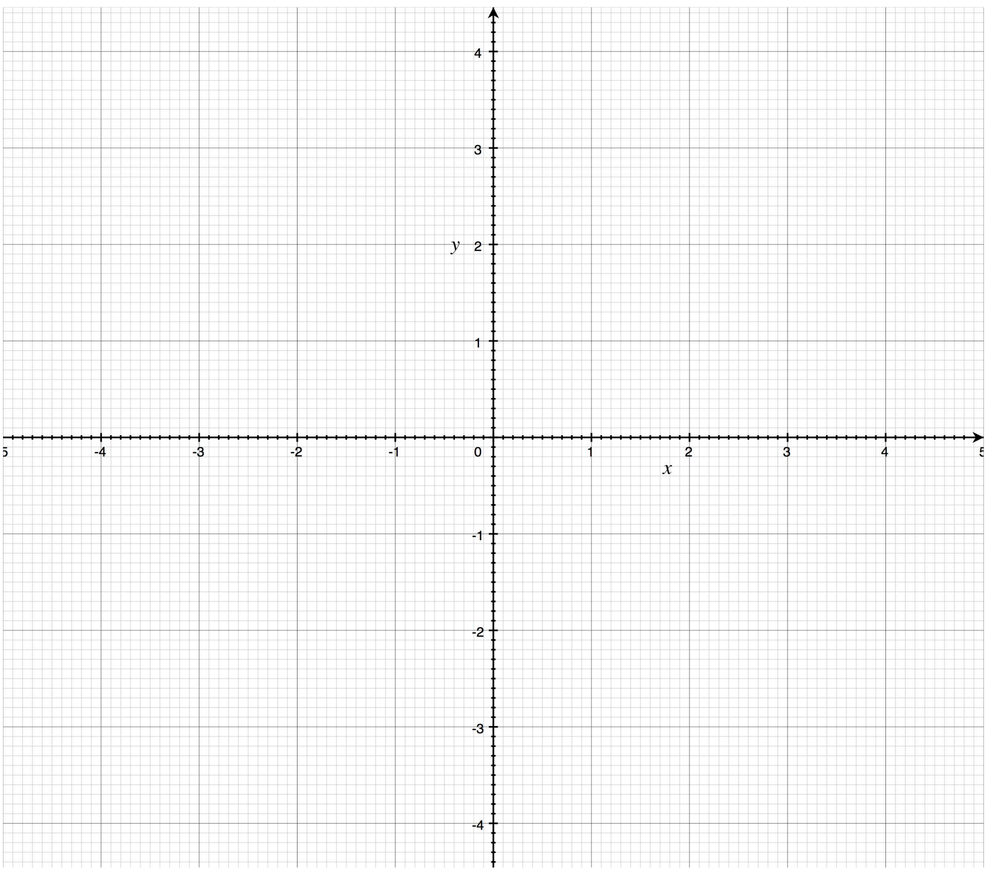
x	-4	-3	-2	-1	-0,5	-0,25	0,25	0,5	1	2	3	4
$f(x) = \frac{1}{x}$												

1.2 A partir de l'observation du tableau obtenu, **rayer** les réponses inexactes :

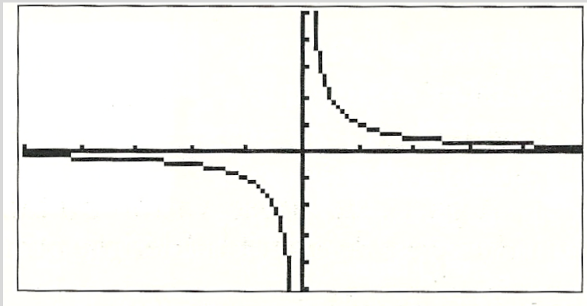
- Le nombre et son inverse sont de: $\boxed{\text{même signe}}$ / $\boxed{\text{signes opposés}}$.
- Les inverses de deux nombres opposés sont de: $\boxed{\text{même signe}}$ / $\boxed{\text{signes opposés}}$.

2. La fonction inverse est la fonction f définie pour tout nombre x différent de zéro par $f(x) = \frac{1}{x}$.

2.1 Placer les points (x ;$f(x)$) dans le repère suivant :



2.2 Représenter sur l'écran d'une calculatrice, la courbe représentative de *f*.

Calculatrice MENU : GRAPH EXE Dans Y1 on tape x,θ,T) EXE ***Fenêtre de représentation :*** On tape SHIFT F3 (V-Window) Dans Xmin on entre -10 EXE; max : 10 EXE; scale : 2 EXE; (ne pas changer dot on tape▼ sur le pavé fléché) Dans Ymin : -1 EXE; max : 1 EXE: scale : 0,1 EXE; EXE On tape F6 (pour draw) pour obtenir la courbe	 La courbe ci-dessus s'affiche

A partir de l'observation de la figure, **rayer les réponses inexactes**.

2.3 La courbe **est symétrique** par rapport à :

l'axe des abscisses / l'axe des ordonnées/ l'origine du repère .

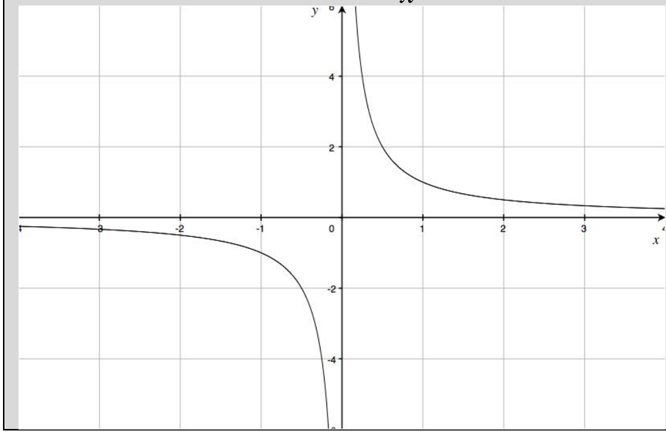
2.4 Compléter le tableau de variation de *f*.

x			
$f(x)=\frac{1}{x}$		||	

La double barre indique que la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ n'est pas définie pour $x = 0$.

MÉMO

La fonction inverse $g : x \to \dfrac{1}{x}$ définie pour tout nombre réel non nul.



La courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole. Elle est symétrique par rapport à l'origine du repère.

<u>Tableau de variation</u>

x	-4		0		4
$g(x)=\frac{1}{x}$	0	↘	‖	↘	0

Application 2 : Plongée sous-marine

Mickaël est en vacances à la mer et on lui propose de faire un stage de plongée sous-marine. Des précautions sont à prendre pour l'utilisation de bouteilles de plongée. Le moniteur lui dit qu'il faut notamment souffler de l'air en remontant. Mickaël veut connaître le risque de bloquer sa respiration à la remontée.
La capacité totale des poumons est d'environ 6 litres d'air. Le tableau suivant donne le volume d'air contenu dans les poumons en fonction de la profondeur et donc de la pression.

Profondeur (m)	0	5	10	15	20	25
Pression x (bar)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
volume y (L)	6	4	3	2,4	2	1,7
Produit $x \times y$						

***<u>Remarque :</u>** Les gaz sont compressibles. En plongée, ils se compriment à la descente (la pression augmente) et se dilatent à la remontée (la pression diminue).*

A. Relation entre pression et volume.

1. Comment varie la pression lorsque la profondeur augmente ?

----

2. Comment varie le volume d'air lorsque la pression augmente ?

----

3. Compléter la ligne « Produit $x \times y$ ». Que constatez-vous ?

----

4. **En déduire** l'expression de y en fonction de x.

y = ...

B. Etude de la relation

1. **Utiliser** le menu GRAPH de votre calculatrice et entrer l'expression Y1 = 6/x
2. **Tracer** la courbe en utilisant la fenêtre d'affichage ci-dessus accessible avec les touches SHIFT V-WINDOW.
3. **Donner** le sens de variation de la fonction sur l'intervalle $[1;\ 3{,}5]$.

....

4. **Compléter** le tableau de variation ci-contre sur l'intervalle $[1;\ 3{,}5]$.

x	
$f(x)$ = ...	

5. A 17 m de profondeur, la pression est de 2,25 bar. **Déterminer** graphiquement avec la touche TRACE de la calculatrice le volume qu'occupe l'air dans les poumons. (Taper la valeur de x et la valeur de y apparaît).

....

C. Interprétation des résultats

1. Lorsque le plongeur remonte à la surface, la pression diminue, **comment évolue** le volume d'air contenu dans les poumons ?

....

....

2. A 17 m, Mickaël remplit ses poumons avec de 'air à une pression de 2,25 bar. **Que va-t-il** se passer si Mickaël bloque sa respiration en remontant à la surface ?

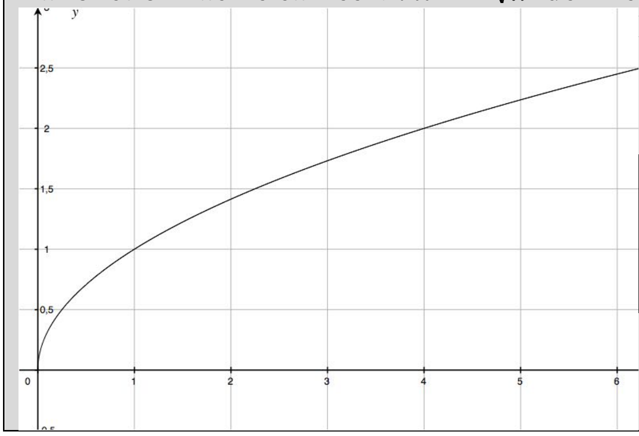
....

....

Exercices : ☐ **4 page 52** ☐ **10 page 53**

IV. La fonction inverse : $x \mapsto \sqrt{x}$

La fonction racine carrée $h : x \rightarrow \sqrt{x}$ définie pour tout nombre x réel positif ou nul.



La fonction racine est strictement croissante et positive.

Tableau de variation

x	0		6
$h(x)=\sqrt{x}$	0	↗	$\sqrt{6}$

Application 3 : Récupérateur d'eau

Delphine a installé, dans son jardin, un récupérateur d'eau afin de pouvoir utiliser l'eau de pluie pour arroser ses plantes et ses légumes.
Ce réservoir a une capacité de 1 000 litres avec une hauteur de 1,17 m.
Sachant que le récupérateur d'eau est plein, Delphine veut savoir comment évolue la vitesse de l'eau au fur et à mesure qu'il se vide, le bouchon supérieur étant enlevé.

La vitesse d'écoulement de l'eau V, exprimée en mètres par seconde, varie en fonction de la hauteur d'eau h exprimée en mètres, suivant la relation : $V = \sqrt{2gh}$ avec g = 9,8 N/kg.

1. **Montrer** que la vitesse d'écoulement s'exprime par la relation : $V = 4{,}43\sqrt{h}$.

   ----

2. En notant x la hauteur, la vitesse en m/s est donnée sur l'intervalle $[0; 2]$ par

$$f(x) = 4{,}43\sqrt{x}.$$

2.1. Utiliser le menu GRAPH de votre calculatrice et entrer l'expression

Y1 = $4{,}43\sqrt{x}$.

Fenêtre :

Xmin : -0,1 ;	Xmax : 2,5 ;	scale : 1
Ymin : -0,5 ;	Ymax : 7 ;	scale : 1

2.2. Utiliser ce graphique et les fonctions TRACE et G-Solv (X-CAL & Y-CAL) pour **compléter** le tableau ci-dessous, (arrondir les valeurs au centième).

x	0	0,2			1,2	2
$f(x) = 4{,}43\sqrt{x}$.			3,43	4,43		

3. **Comment évolue** la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur d'eau augmente ?

   ----

4. La vitesse d'écoulement **est-elle proportionnelle** à la hauteur d'eau ?
☐ oui ☐ non. Justifier la réponse. ....

....

5. **Compléter** le tableau de variation de la vitesse en fonction de la hauteur sur l'intervalle $[0; 2]$.

x	
***f*(*x*) =**	

6. **Déterminer** la vitesse d'écoulement de l'eau pour une hauteur de 1,17 m puis pour une hauteur de 30 cm. ....

....

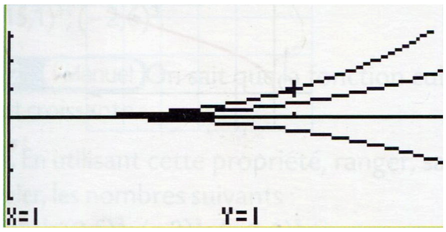
....

Exercice : ☐ 8 page 52.

V. La fonction du type *kf*

Activité 3 : Comment étudier une fonction du type *kf*

Sur l'écran d'une calculatrice graphique, on observe trois courbes.



Pour $0 \leq x \leq 1{,}5$:

- L'une d'elles représente la fonction $f : x \mapsto x^3$;
- L'une d'elles représente la fonction $g : x \mapsto \frac{1}{2}x^3$;
- L'une d'elles représente la fonction $h : x \mapsto -\frac{1}{2}x^3$.

Fenêtre :	X min : -0,5 ; Xmax : 4 ; Scale : 0,1
	Ymin : -2 ; Ymax : 4 ; Scale : 0,

Le point $\boxed{+}$ est le point de coordonnées (1 ;1).

A partir de l'observation de la figure, **répondre** aux questions suivantes.

1. Laquelle des courbes représente la fonction *f* ? $\boxed{x \mapsto x^3}$ $\boxed{x \mapsto \frac{1}{2}x^3}$ $\boxed{x \mapsto -\frac{1}{2}x^3}$

Laquelle des courbes représente la fonction *g*? $\boxed{x \mapsto x^3}$ $\boxed{x \mapsto \frac{1}{2}x^3}$ $\boxed{x \mapsto -\frac{1}{2}x^3}$

Laquelle des courbes représente la fonction *h* ? $\boxed{x \mapsto x^3}$ $\boxed{x \mapsto \frac{1}{2}x^3}$ $\boxed{x \mapsto -\frac{1}{2}x^3}$

2. On sait que la fonction *f* est croissante.

Quel est le sens de variation de la fonction *g* ? Croissante Décroissante

Quel est le sens de variation de la fonction *h* ? Croissante Décroissante

3. Que peut-on en conclure ? **Répondre** en complétant le mémo ci-dessous.

MEMO

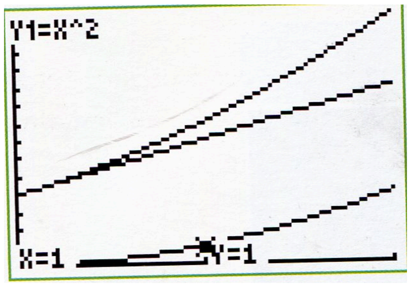
La fonction k*f* est la fonction définie sur un intervalle *I* par $x \mapsto$ k*f*(*x*).
Si k > 0, les fonctions *f* et k*f* ont ....de variation.
Si k < 0, les fonctions *f* et k*f* ont des........................ de variation.......................:

Exercices : ☐ **17 p 55** ☐ **19 p 56** ☐ **23 p 56** ☐ **25 p 57**
☐ **26 p 57** ☐ **27 p 57**

VI. Fonctions $f + g$

Activité 4 : Comment étudier une fonction du type $f + g$?

Première partie.
Somme de deux fonctions croissantes.



A l'écran d'une calculatrice graphique, on a tracé les courbes représentatives des fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $[0; 2]$ par :
$f(x) = x^2$; $g(x) = 3x + 4$; $h(x) = x^2 + 3x + 4$.

Le point $\boxed{x}$ est le point de coordonnées (1 ; 1).

1. L'une de ces trois courbes est un segment de droite. **De quelle fonction est-elle** la courbe représentative ? ....

2. De quelle fonction la courbe qui passe par le point de coordonnées (1 ;1) **est-elle** la courbe représentative ?..........

3. La courbe non repérée aux questions 1. et 2. est la courbe représentative sur $[0; 2]$ de la fonction h : $\boldsymbol{x} \mapsto x^2 + 3x + 4$. Cette fonction est définie par $h(x) = f(x) + g(x)$; on dit que h est la fonction somme des fonctions f et g et on écrit $h = f + g$.

3.1 Quel est, sur l'intervalle $[0; 2]$, le sens de variation de la fonction $f : x \mapsto x^2$?

....

3.2 Quel est le sens de variation de la fonction affine $g : x \mapsto 3x + 4$? **Justifier.**

....

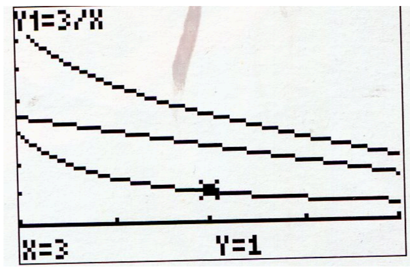
....

3.3 A partir de l'observation du graphique, **donner** le sens de variation sur $[0; 2]$ de la fonction $h = f + g$...........

....

Deuxième partie.

Somme de deux fonctions décroissantes.



A l'écran d'une calculatrice graphique, on a tracé les courbes représentatives des fonction f, g et h sur l'intervalle $[1; 5]$

par : $f(x) = \frac{3}{x}$; $g(x) = -0{,}5x + 4$; $h(x) = \frac{3}{x} - 0{,}5x + 4$.

Le point est le point de coordonnées (3 ; 1).

1. **Indiquer :**

1.1 Quelle courbe est la représentation graphique de f ;..........

1.2 Quelle courbe est la représentation graphique de g...........

2. On sait que, sur l'intervalle $[1;\ 5]$, la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est **décroissante.**

En déduire le sens de variation de *f*. ....

3. La fonction g est une fonction affine. **Indiquer**, en justifiant la réponse, le sens de variation de g. ....

....

4.

4.1. Vérifier que la fonction h est la fonction somme des fonctions *f* et g.

....

4.2. A partir de l'observation du graphique, **donner** le sens de variation de h.

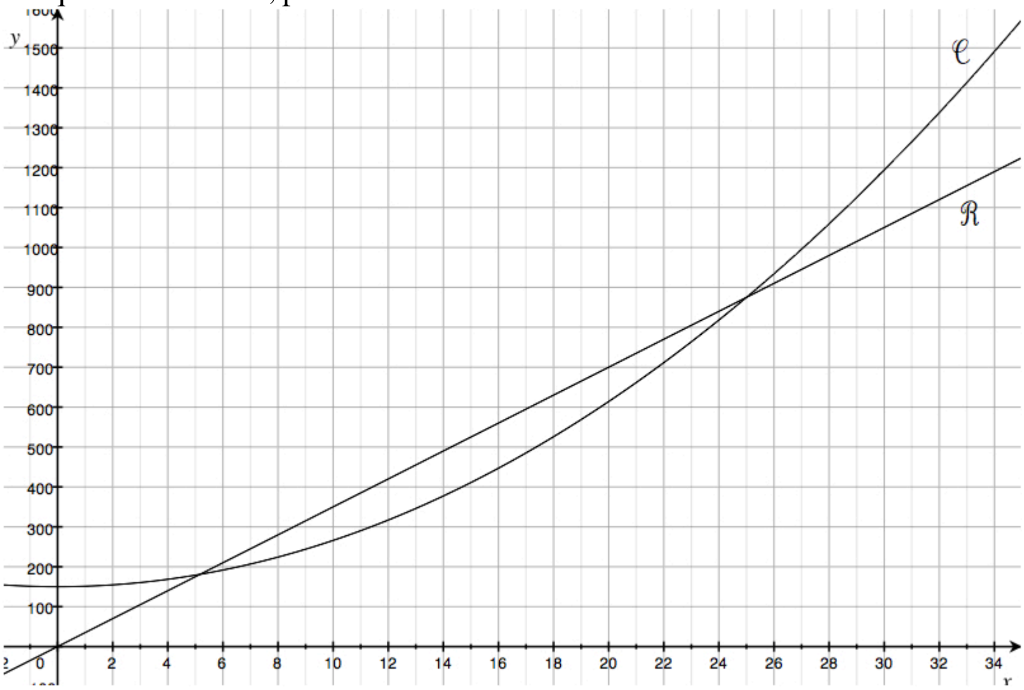
....

Exercices : ☐ **36 page 59**

VII. Résolutions graphiques d'inéquations .

IV.1. Observer la position relative de deux courbes

Une entreprise fabrique une substance en poudre. La fonction C, de courbe $\mathcal{C}$, donne le coût total de production et la fonction R, de courbe $\mathcal{R}$, donne la recette totale (en euros) pour x tonnes fabriquées et vendues, pour $0 \leq x \leq 35$.



Activité 5

1. **Sur le graphique :**
   1.1. Marquer en noir les points d'intersection des deux courbes ;
   1.2. Surligner en rouge la partie de la courbe $\mathscr{R}$ située au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$;
   1.3. Surligner en bleu la partie de la courbe $\mathscr{R}$ située au-dessous de la courbe $\mathscr{C}$.
2. **Rayer** les encadrés inexacts.
   2.1. Les abscisses x des points en noir sont telles que $\boxed{R(x) = C(x)}$ / $\boxed{R(x) \neq C(x)}$ ce qui correspond à une $\boxed{\text{recette égale au coût}}$ / $\boxed{\text{une recette différente du coût}}$
   2.2. Les abscisses x des points en rouge sont telles que $\boxed{R(x) < C(x)}$ / $\boxed{R(x) > C(x)}$, ce qui correspond à $\boxed{\text{une recette supérieure au coût}}$ / $\boxed{\text{une recette inférieure au coût}}$
   2.3. Les abscisses x des points en bleu sont telles que $\boxed{R(x) < C(x)}$ / $\boxed{R(x) > C(x)}$, ce qui correspond à $\boxed{\text{une recette supérieure au coût}}$ / $\boxed{\text{une recette inférieure au coût}}$
3. Pour chaque proposition**, entourer** la réponse exacte (Vrai ou Faux).
   3.1. L'entreprise perd de l'argent pour 4 tonnes vendues. Vrai Faux
   3.2. L'entreprise gagne de l'argent pour 28 tonnes vendues. Vrai Faux
   3.3. L'entreprise gagne de l'argent entre 6 et 24 tonnes vendues. Vrai Faux

IV.2. Comment résoudre graphiquement une inéquation $f(x)>0$ (ou $f(x)<0$, ou $f(x)\geq 0$, ou $f(x)\leq 0$)?

Méthode 3

On considère une fonction f, définie sur un intervalle I.

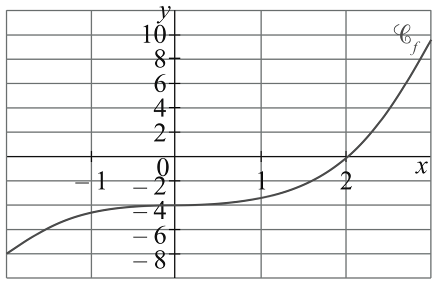
Étape 1 Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f, si un graphique n'est pas fourni.

Étape 2 Observer la position de cette courbe par rapport à l'axe des abscisses :

- pour les abscisses x des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec cet axe, $f(x) = 0$;
- pour les abscisses x pour lesquelles $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de cet axe, $f(x) > 0$;
- pour les abscisses x pour lesquelles $\mathscr{C}_f$ est au-dessous de cet axe, $f(x) < 0$

$\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2 ; 3]$.

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.



Étape 1 Un graphique est fourni.

Étape 2 La courbe $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse .... et est située au-dessus de cet axe pour les abscisses x telles que .... $\leq x \leq$ ....

Les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ sont donc les nombres appartenant à l'intervalle

]...................... ; ....].

IV.3. Comment résoudre graphiquement une inéquation $f(x)>g(x)$ (ou $f(x)<g(x)$, ou $f(x)\geq g(x)$, ou $f(x)\leq g(x)$)?

Méthode 4

On considère des fonctions f et g, définies sur un intervalle I.

Étape 1 Tracer les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de f et de g, si un graphique n'est pas fourni.

Étape 2 Observer la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la courbe $\mathcal{C}_g$:

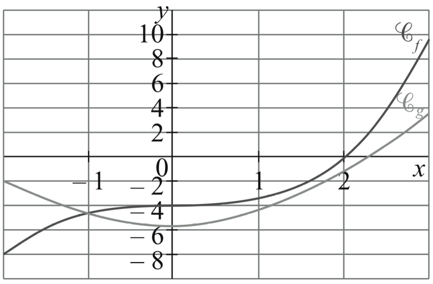
• pour les abscisses x des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{C}_g$, $f(x) = g(x)$;

• pour les abscisses x pour lesquelles $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$, $f(x) > g(x)$;

• pour les abscisses x pour lesquelles $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de $\mathcal{C}_g$, $f(x) < g(x)$.

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur [– 2 ; 3].

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.



Étape 1 Un graphique est fourni.

Étape 2 La courbe $\mathcal{C}_f$ est située au-dessus de la courbe $\mathcal{C}_g$ pour les abscisses x telles que . < x ≤ .... Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont donc les nombres appartenant à l'intervalle]......... ....; ....].

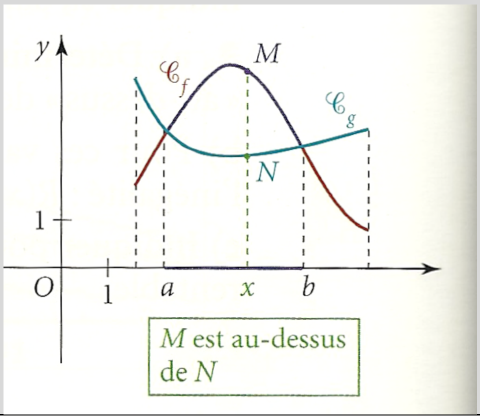
Inéquation de la forme $f(x) \geq g(x)$

f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle I.

$\mathcal{C}_f$ est la courbe représentative de f ; $\mathcal{C}_g$ est la courbe représentative de g.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ qui sont situés au-dessus de $\mathcal{C}_g$ et les abscisses des points communs à $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$

Par exemple ci-contre, les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont tous les nombres x tels que $a \leq x \leq b$ c'est-à-dire tous les nombres x de l'intervalle [a ; b].



Exercices : ☐ 42 page 61 ☐ 43 page 61 ☐ 44 page 61

Problèmes : ☐ 55 page 66 ☐ 56 page 66 ; ☐ 57 page 67