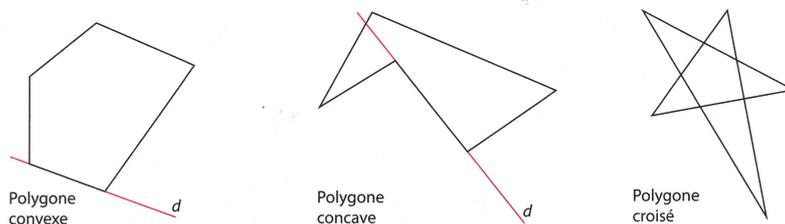


# Les polygones

## Polygones convexes non croisés

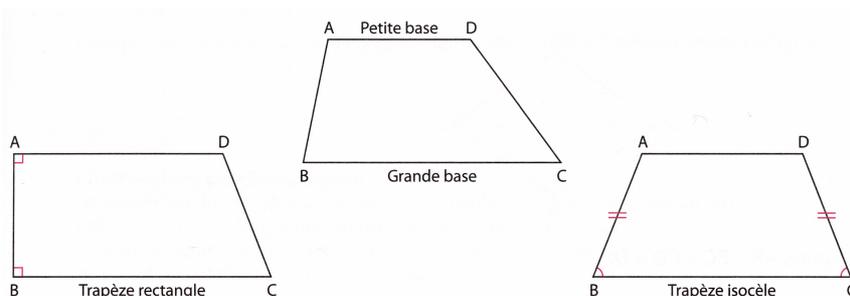
- ✓ un polygone est une **ligne plane brisée fermée**
- ✓ les **côtés** du polygone sont les segments qui le composent
- ✓ les **sommets** du polygone sont les extrémités de ces côtés
- ✓ à chaque sommet du polygone est associé un **angle** : il y a autant d'angles que de côtés
- ✓ un polygone à  $n$  côtés est **convexe**, si pour toute droite ( $d$ ) portée par l'un quelconque de ses côtés les  $(n - 1)$  côtés restants appartiennent au même demi-plan de frontière ( $d$ ) ; dans le cas contraire, il est **concave**
- ✓ un polygone dont deux côtés au moins sont sécants est dit **croisé**
- ✓ la somme des angles d'un polygone de  $n$  côtés est égale à  $(n - 2) \times 180^\circ$
- ✓ La somme des angles d'un quadrilatère convexe est égale à  $360^\circ$



Nombre de côtés	Nature du polygone	Nombre de côtés	Nature du polygone
3	Triangle	8	Octogone
4	Quadrilatère	9	Ennéagone
5	Pentagone	10	Décagone
6	Hexagone	11	Hendécagone
7	Heptagone	12	Dodécagone

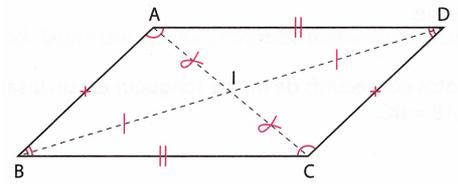
## Trapèze

- ✓ le trapèze est un quadrilatère convexe qui possède **deux côtés parallèles**
- ✓ il est **isocèle**, s'il a 2 côtés égaux ou 2 angles égaux à la base
- ✓ il est **rectangle**, s'il a 2 angles droits



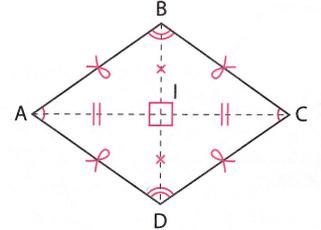
## Parallélogramme

- ✓ un parallélogramme est un **quadrilatère** dont les côtés opposés sont parallèles
- ✓ il possède :
  - des diagonales qui se coupent en leur milieu →  $IA = IC$  et  $IB = ID$
  - des côtés opposés parallèles deux à deux →  $(AB) \parallel (DC)$  et  $(AD) \parallel (BC)$
  - des côtés opposés de même longueur →  $AB = DC$  et  $AD = BC$
  - deux côtés opposés parallèles et de même longueur →  $(AB) \parallel (DC)$  et  $AB = DC$  ou  $(AD) \parallel (BC)$  et  $AD = BC$
  - des angles opposés de même mesure →  $\hat{A} = \hat{C}$  et  $\hat{B} = \hat{D}$
  - des angles consécutifs supplémentaires →  $\hat{A} + \hat{D} = \hat{D} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ$



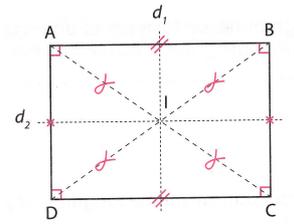
## Losange

- ✓ un losange est un **quadrilatère** qui a 4 côtés de même longueur
- ✓ comme un losange est un parallélogramme, il possède toutes les propriétés de ce dernier
- ✓ un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange →  $ABCD$  est un parallélogramme et  $AB = BC$
- ✓ un parallélogramme qui a des diagonales perpendiculaires est un losange →  $ABCD$  est un parallélogramme et  $(AC) \perp (BD)$
- ✓ un quadrilatère dont les diagonales sont médiatrices l'une de l'autre est un losange →  $(AC) \perp (BD)$  et  $I$  est le milieu de  $[AC]$  et de  $[BD]$



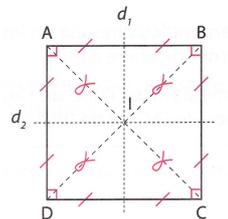
## Rectangle

- ✓ un rectangle est un **quadrilatère** qui a 4 angles droits
- ✓ comme un rectangle est un parallélogramme, il possède toutes les propriétés de ce dernier
- ✓ un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle →  $ABCD$  est un parallélogramme et  $(AB) \perp (BC)$
- ✓ un parallélogramme qui a des diagonales de même mesure est un rectangle →  $ABCD$  est un parallélogramme et  $(AB) = (BC)$
- ✓ un rectangle admet deux axes de symétrie, les médiatrices de ses côtés → les médiatrices  $d_1$  et  $d_2$  sont les axes de symétrie du rectangle



## Carré

- ✓ un carré est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 1 angle droit
- ✓ comme un carré est à la fois un parallélogramme, un losange et un rectangle, il possède toutes les propriétés de ces derniers
- ✓ un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur et perpendiculaires est un carré  
↳  $ABCD$  est un parallélogramme  $AB = BC$  et  $(AB) \perp (BC)$
- ✓ un parallélogramme qui a des diagonales de même longueur et perpendiculaires est un carré  
↳  $ABCD$  est un parallélogramme  $AC = BD$  et  $(AC) \perp (BD)$
- ✓ un losange qui a des diagonales de même longueur est un carré →  $ABCD$  est un losange et  $AC = BD$
- ✓ un losange qui a deux côtés consécutifs perpendiculaires est un carré →  $ABCD$  est un losange et  $(AB) \perp (BC)$
- ✓ un rectangle qui a des diagonales perpendiculaires est un carré →  $ABCD$  est un losange et  $(AC) \perp (BD)$
- ✓ un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un carré →  $ABCD$  est un losange et  $AB = BC$
- ✓ un carré admet 4 axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés  
↳ les axes de symétrie sont  $(AC)$  et  $(BD)$  et les médiatrices sont  $d_1$  et  $d_2$



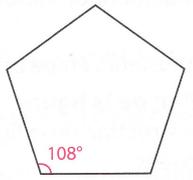
Sa diagonale est égale à : **côté  $\times \sqrt{2}$**

## Polygones réguliers

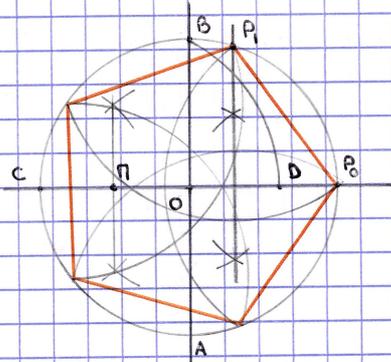
- ✓ un polygone est dit **régulier** s'il a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure

### Pentagone

- ✓ l'angle interne entre deux côtés consécutifs d'un pentagone régulier vaut  **$108^\circ$**



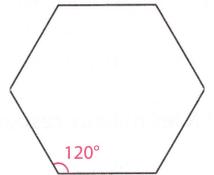
#### \* Comment tracer un pentagone régulier ?



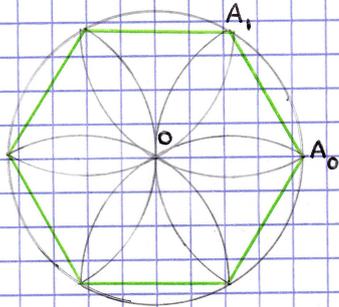
- \* Tracer un cercle de centre O et de rayon R.
- \* Tracer les deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD]
- \* Placer un point  $P_1$ , milieu de [CO], tracer un arc de cercle de centre  $P_1$  et de rayon [P1B]. Il coupe [OP1] en D
- \* Tracer la médiatrice de [OD]. Elle coupe le cercle en  $P_2$
- \* Tracer un arc de cercle de centre  $P_1$  et de rayon [P1P2]. Recommencer l'étape ainsi jusqu'à revenir à  $P_0$
- \* Tracer les segments entre les différents points du cercle

### Hexagone

- ✓ l'angle interne entre deux côtés consécutifs d'un hexagone régulier vaut  **$120^\circ$**



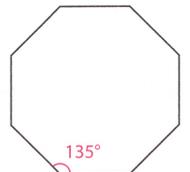
#### \* Comment tracer un hexagone régulier ?



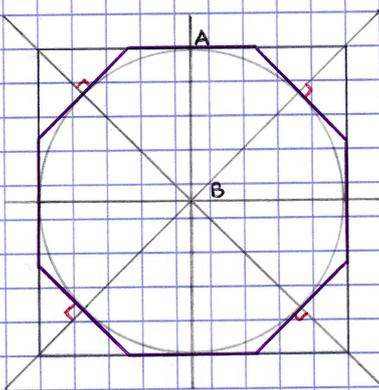
- \* Tracer un cercle de centre O et de rayon R.
- \* Placer un point  $A_0$  sur le cercle
- \* Tracer un arc de cercle de centre  $A_0$  et de rayon R. Il coupe le cercle de départ en deux points. Appelons  $A_1$  l'un de ces deux points
- \* Recommencer l'étape précédente à partir de  $A_1$  et ainsi jusqu'à revenir à  $A_0$
- \* Tracer les segments entre les différents points du cercle

### Octogone

- ✓ l'angle interne entre deux côtés consécutifs d'un octogone régulier vaut  **$135^\circ$**



#### \* Comment tracer un octogone régulier ?



- \* Tracer un carré ainsi que ses diagonales et axes de symétrie
- \* Tracer un cercle de centre B et de rayon [AB]
- \* Tracer les 4 perpendiculaires aux diagonales, tangentes au cercle
- \* Tracer les segments entre les différents points du carré