Chapitre M6

Géométrie 5 et 6

GEOMETRIE DANS LE PLAN ET DANS L'ESPACE : CONSOLIDATION.

VECTEURS.

Capacités	Connaissances
G5: Géométrie dans le plan et dans l'espace: consolidation	
Représenter, avec ou sans TIC, la section d'un solide usuel par un plan. Identifier un solide usuel dans un objet donné, à partir d'une représentation géométrique de ce dernier. Lire et interpréter une représentation d'un solide. Isoler une figure plane extraite d'un solide à partir d'une représentation. Utiliser les définitions, propriétés et théorèmes mis en place dans les classes précédentes pour identifier, représenter et étudier les figures planes et les solides cités dans ce paragraphe.	Solides usuels : le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre droit, le cône de révolution, la sphère.
G6 : Vecteurs 2	
Calculer la norme d'un vecteur dans un repère orthonormal dans l'espace.	Dans l'espace mini d'un repère orthonormal : - coordonnées cartésiennes d'un point ; - coordonnées d'un vecteur ; - norme d'un vecteur.

<u>Contenu du dossier :</u>

- ☐ **Cours**
- ☐ **Exercices (livre Chapitre 6 et 7 pages 89-116)**
- ☐ **Correction exercices**
- ☐ **Evaluation EM6**
- ☐ **Correction évaluation EM6**

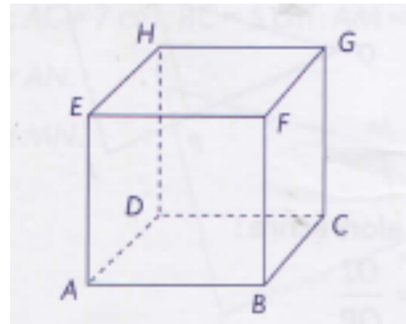
TBP M6 (G5&6)

Partie A : Géométrie dans le plan et dans l'espace : Consolidation.

A.I. La perspective cavalière

Activité 1

On considère la représentation en perspective cavalière d'un cube ABCDEFGH.

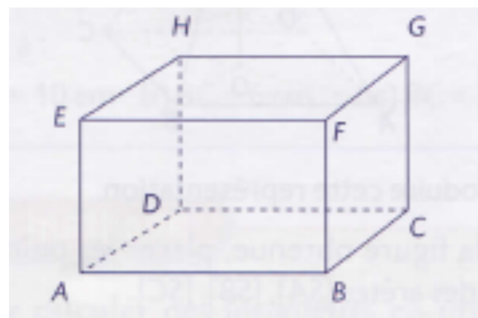


1. Les arrêtes cachées sont :...
2. Les faces cachées sont :...
3. La face de dessous est :...
4. La face de dessus est :...
5. **Citer** deux arêtes parallèles :...
   Citer deux arêtes perpendiculaires :...

Activité 2

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

Choisir la bonne réponse :



1. La face DCGH est :

☐La face avant du parallélépipède
☐dessinée en vraie grandeur
☐ la face de dessus du parallélépipède

2. Les droites (EF) et (BC) sont :

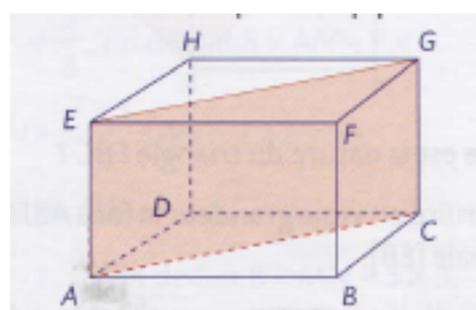
☐ concourantes
☐ parallèles
☐orthogonales

3. Le triangle HDB est :

☐ isocèle
☐ rectangle
☐ quelconque

Activité 3

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.



1. La surface colorée est la section du parallélépipède par le plan AEC. Quelle est la nature de cette section ?

....

....

2. Quelle est la section du parallélépipède par le plan BDH ?

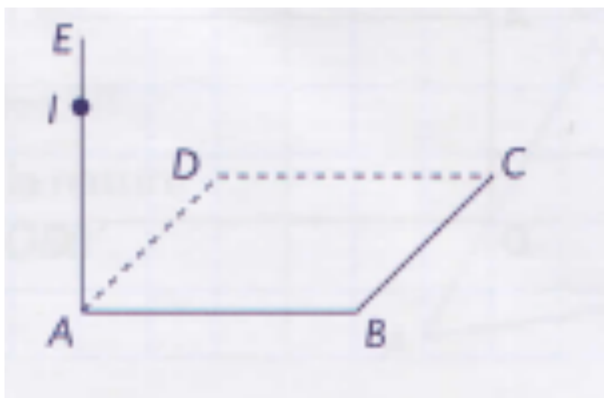
....

Représenter cette section.

Activité 4

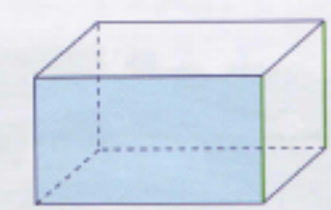
La figure ci-dessous est la représentation incomplète en perspective cavalière d'un cube.

1. **Compléter** la figure afin d'obtenir la représentation du cube ABCDEFGH.
2. Sur la figure obtenue, représenter la section du cube par le plan parallèle au plan ABCD passant par I.
   Quelle est la nature de la section plane obtenue ?...



La perspective cavalière est une méthode de représentation d'un solide par une figure plane.
Cette figure plane permet d'imaginer le solide dans l'espace.
Dans cette représentation :

- une figure plane située dans un plan face à l'observateur est représentée par une figure de même forme ;
- deux arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par deux segments parallèles et de même longueur ;
  .
- le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment dessiné ;
- les arêtes visibles sont dessinées en trait plein, les arêtes cachées sont dessinées en pointillés

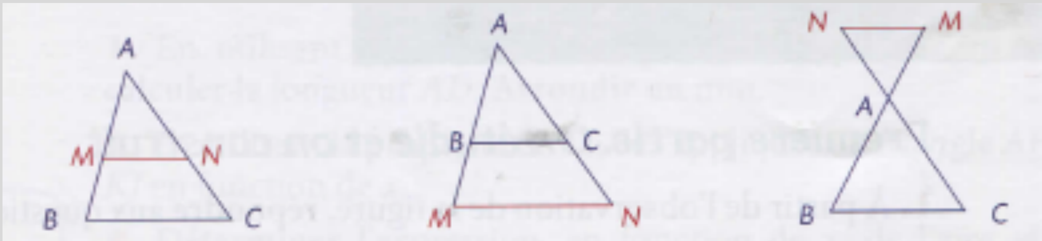


Représentation du parallélépipède rectangle

Exercices : ☐ **6 p 90** ☐ **7 p 90** ☐ **8 p 90**

A.II. Configuration de Thalès et théorème de Pythagore

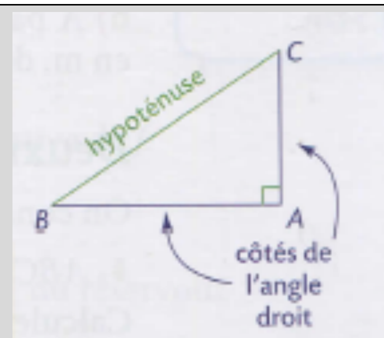
Configuration de Thalès



Dans les trois cas de figure ci-dessus :

- Si les droites (BC) et (MN) **sont parallèles**, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites **(BC) et (MN) sont parallèles**.

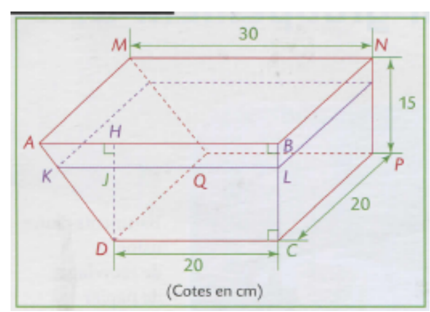
Théorème de Pythagore



Si le triangle *ABC* est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Si dans un triangle *ABC*, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ce triangle est **rectangle en A**.

Activité 5 : **Comment utiliser les résultats de géométrie plane ?**



Un lycée professionnel a mis en place un club KART. Les élèves ont, à travers le domaine professionnel, l'objectif de réaliser un Kart.
Le réservoir d'essence de ce véhicule est représenté par la figure ci-contre.
Le niveau de carburant contenu dans le réservoir est représenté sur la face avant par le segment $[KL]$.
On note, en cm, $DJ = x$.

Première partie.

1.1. En utilisant la propriété de Pythagore appliquée au triangle *AHD*, **calculer** la longueur *AD*. **Arrondir** au mm.

1.2. En utilisant la propriété de Thalès appliquée au triangle *AHD*, **exprimer** *KJ* en fonction de *x*.

1.3. Déterminer l'expression, en fonction de *x*, de l'aire $\mathcal{A}$, en cm², du trapèze rectangle *KLCD*.

1.4. Le volume *V*, en cm³, de carburant contenu dans le réservoir est donné par $V = 20\,\mathcal{A}$.

Montrer que $V = \frac{20x^2}{3} + 400x$.

Deuxième partie.

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ;15] par $f(x) = \frac{20x^3}{3} + 400x$.

2.1. A la calculatrice, **tracer** la courbe représentative de *f*.

Fenêtre : $X_{min} = 0$; $X_{max} = 15$; pas = 1;
$Y_{min} = 0$; $Y_{max} = 7500$; pas = 100 ;

2.2.a) Déterminer la contenance totale, en cm³, du réservoir.

b) L'exprimer en litre.

2.3. Résoudre graphiquement l'équation *f(x)* = 3000.

2.4. Indiquer, en utilisant le résultat précédent, le niveau de carburant lorsqu'il reste 3 litres dans le réservoir.

Activité 6 : Comment étudier une figure de l'espace ?

La figure ci-contre donne une représentation schématique de la toiture du Pavillon d'or de Kyoto.
Dans sa représentation, *SABCD* est une pyramide de sommet *S* dont la base est un carré *ABCD*.
AB= 5 m ; les triangles *SOA*, *SOB*, *SOC*, et *SOD* sont des rectangles en *O* ; *SO* = 1,5 m.
On se propose de déterminer géométriquement, puis par le calcul, certains élément de la toiture.

Première partie

1.1. A partir de l'observation de la figure, **répondre** aux questions suivantes.

1.1.1. Que représente le point *O* pour la base *ABCD ?*

1.1.2. Quelle est la nature des faces triangulaires de la pyramide ?

1.2. Construire à l'échelle 1/100 le carré *ABCD* et **placer** le centre *O* du carré.

1.3.

1.3.1 **Tracer** une droite et, à l'aide du compas, **reporter** sur cette droite le segment [*AC*].

1.3.2 A partir de la figure obtenue, **construire** le triangle *SAC*.

1.4.

1.4.1 Sur la figure obtenue, **mesurer** *SA* et *SC***.**

1.4.2 A partir du résultat précédent, **donner** une estimation de la longueur, en m, des arêtes de la toiture.

Deuxième partie.

On considère la représentation en perspective cavalière donnée plus haut.

2.1. *ABCD* est un carré de côté 5m.

Calculer la longueur, en m, de la diagonale [*AC*]. On donnera la valeur exacte.

2.2. En considérant le rectangle *SOA* rectangle en *O*, **calculer** la longueur en m, de l'arête *SA* de la toiture. On donnera la valeur arrondie au dm. On rappelle que *SO* = 1,50 m.

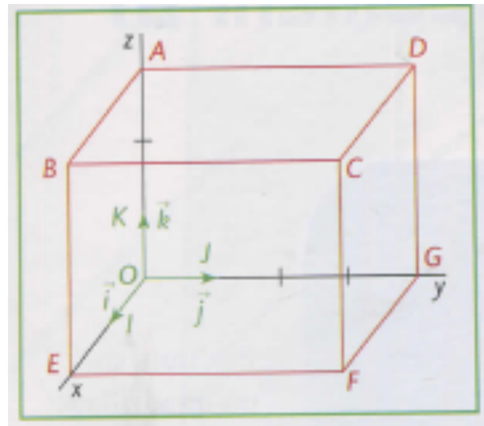
2.3. **Calculer**, l'aire, en m^2, d'une face triangulaire de la toiture. **Arrondir** au dm^2

☐ **44 p 95**

Partie B : Les vecteurs.

B.I. Coordonnées d'un vecteur dans l'espace.

Activité 7



On considère le parallélépipède rectangle, représenté ci-contre, de côtés $OF= 2$, $OG= 4$, $OA = 3$.

Sur les segments $[OE]$, $[OG]$et $[OA]$ on a placé les points I, J et K tels que $OI = OJ = OK = 1$.

On note $\vec{\imath} = \overrightarrow{OI}$, $\vec{\jmath} = \overrightarrow{OJ}$ et $\vec{k} = \overrightarrow{OK}$.

On dit alors que le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ est un repère orthonormal de l'espace.

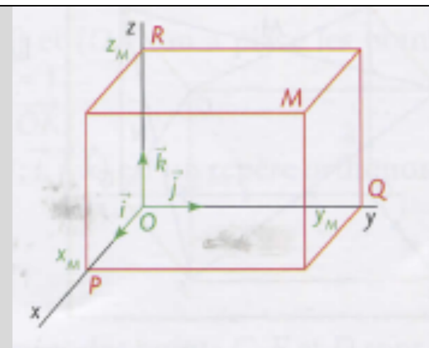
1. Dans le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ les coordonnées des points C, E *et* D sont respectivement (2 ;4 ;3), (2 ;0 ;0) et (0 ;4 ;3).

   Donner les coordonnées des points A, G et F.

Coordonnées d'un point dans l'espace.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.
M est un point de l'espace ; on considère le parallélépipède rectangle représenté ci-contre.

Les coordonnées du point M sont les abscisses des points P, Q, R sur chaque axe.
On not $M(x_M\,;\, y_M\,;\, z_M)$.



2. En utilisant l'encadré ci-dessous, calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AF}$.

Coordonnées d'un vecteur dans l'espace.

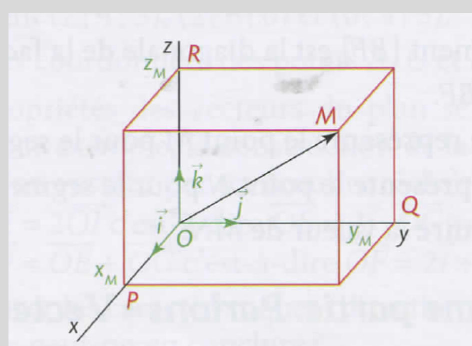
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$.sont les coordonnées du point M.

On note : $\overrightarrow{OM}(x_M\,;\, y_M\,;\, z_M)$;

$\overrightarrow{OM}.= x_M\vec{\imath} + y_M\vec{\jmath} + z_M\vec{k}$.

Si les points A et B ont pour coordonnées $(x_A\,;\, y_A\,;\, z_A)$et $(x_B\,;\, y_B\,;\, z_B)$, alors les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$sont : $X = x_B - x_A$;
$Y = y_B - y_A$;
$Z = z_B - z_A$.

On note $\overrightarrow{AB}(X; Y; Z)$;
$\overrightarrow{AB} = X\vec{\imath} + Y\vec{\jmath} + Z\vec{k}$.



3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EF}$,. $\overrightarrow{CF}$ et $\overrightarrow{DC}$.

.--

----

4. Montrer que $\overrightarrow{ED}$= $\overrightarrow{EF}$-$\overrightarrow{CF}$ + $\overrightarrow{DC}$.

B.II. Norme d'un vecteur dans l'espace

Méthode

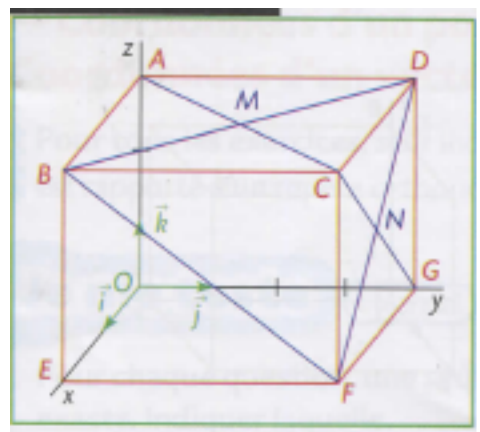
Etape ① : Déterminer les coordonnées (x ; y ; z) de $\vec{u}$.

Etape ② : Calculer la norme (longueur)$\|\vec{u}\|$= $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Activité 8

On considère le parallélépipède rectangle de côtés *OE*= 2 cm ; *OG* = 4 cm ; **OA** = 3cm.

Les points *M* et *N* sont les centres des faces *ABCD* et *CFGD*.



Première partie.

1. Le segment [*BF*] est la diagonale de la face *BEFC*.
Calculer *BF*.

2.

2.1. Que représente le point *M* pour le segment [*DB*] ?

2.2. Que représente le point *N* pour le segment [*DF*] ?

2.3. En déduire la valeur de *MN*.

Deuxième partie.

L'espace est rapporté au repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ d'unité graphique 1 cm.

1.

1.1.Donner les coordonnées de $\overrightarrow{OM}$.

1.2.Donner les coordonnées de $\overrightarrow{ON}$.

----

2. En utilisant les résultats précédents, **déterminer** les coordonnées (*X ; Y ; Z*) de $\overrightarrow{MN}$.

3.

3.1.Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{MN}$**, notée** $\|\overrightarrow{MN}\|$.

3.2.Comparer cette norme avec le résultat de *MN*.

----

4. Donner la valeur exacte de $\|\overrightarrow{ED}\|$.du vecteur $\overrightarrow{ED}$.

Exercices : ☐ **2 p 106** ☐ **3 p 106** ☐ **9 p 106** ☐ **12 p 106** ☐ **17 p 107** ☐ **18 p 107**

Problèmes : ☐ **41 p 110** ☐ **44 p 110** ☐ **46 p 110**