

Charles Mugler

Les dimensions de l'univers platonicien d'après Timée 32 B

In: Revue des Études Grecques, tome 66, fascicule 309-310, Janvier-juin 1953. pp. 56-88.

Citer ce document / Cite this document :

Mugler Charles. Les dimensions de l'univers platonicien d'après Timée 32 B. In: Revue des Études Grecques, tome 66, fascicule 309-310, Janvier-juin 1953. pp. 56-88.

http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/reg_0035-2039_1953_num_66_309_3305



LES DIMENSIONS DE L'UNIVERS PLATONICIEN

D'APRÈS TIMÉE 32 B

L'univers sphérique de Platon admet une structure fondamentale stable, malgré les mouvements multiples dont il est animé dans toutes ses parties. Il revêt la forme d'une sphère divisée en quatre couches concentriques dont chacune est le lieu naturel (1) d'un des quatre éléments ou états physiques de la matière distingués par Platon. Platon emprunte ces derniers traits de l'organisation de son univers matériel à la cosmologie d'Empédocle, avec cette différence cependant, que la partie centrale de l'univers, la terre, affectant la forme d'un cylindre plat chez le Sicilien, est sphérique (2) chez Platon, et que la stratification par couches superposées représente chez Empédocle un aspect transitoire de l'univers, que le monde revêt à la limite entre le règne de la Haine et celui de l'Amour et au voisinage de cette limite, alors qu'elle constitue chez Platon, comme nous le verrons plus loin en étudiant le fonctionnement dynamique de l'univers platonicien, la configuration permanente d'équilibre vers laquelle l'univers est constamment ramené grâce à l'information mathéma-

⁽¹⁾ Cp. pp. 52 E, 53 A, 57 C, et surtout 62 D sq, où Platon démontre la sphéricité des différentes couches en montrant que le seul facteur spatial qui compte pour la localisation des particules des différents éléments, c'est leur distance au centre de la terre et où il joint à sa démonstration une polémique contre une théorie des lieux naturels fondée sur une conception absolue des notions de haut et de bas.

⁽²⁾ Platon admet implicitement la sphéricité de la terre, cp. A. RIVAUD, Notice au *Timée*, p. 63, par exemple aux pages 58 A sq, où le ciel, sphérique, exerce par sa révolution une pression sur les couches successives des éléments à son intérieur, qui sont par conséquent forcément sphériques.

tique qu'il a reçue du monde intelligible. Cette information mathématique est en effet le ciment, le ξυνδεσμός, qui assure à l'univers sa stabilité et la continuité (1).

Elle assigne d'abord à chacun des quatre constituants du monde, des éléments, sa juste proportion avec les autres, en insérant entre les éléments extrêmes, le feu et la terre, que Platon pose en premier lieu comme conditions (2) de la consistance et de la visibilité de l'univers sensible, deux autres éléments, l'air et l'eau, liés aux deux premiers par la proportion continue, c'est à dire de manière que le feu soit à l'air comme l'air à l'eau et comme l'eau à la terre. La fin expresse de cette insertion de deux médiétés entre les éléments fondamentaux du feu et de la terre est de consolider le corps du monde, de le rendre indissoluble. En précisant que seul le Démiurge, qui a lié ainsi les parties constituantes du monde, pourrait les délier (3) et anéantir ainsi l'univers, Platon complète en quelque sorte, dans son langage mythique, la proposition directe sur l'efficacité physique de la forme mathématique par la proposition réciproque: la suppression de cette forme signifierait la fin du monde dans le chaos.

Mais quel est le sens exact de cette proportion continue entre les quatre éléments? Des données physiques ne peuvent être liées par des rapports mathématiques que si elles ont été soumises à la détermination quantitative, si elles sont mesurables. Or, en cet endroit du *Timée*, à part cette loi des médiétés ellemême, Platon se borne à des appréciations qualitatives des éléments extrêmes, feu et terre, réservant le développement de ses théories quantitatives des éléments à une page ultérieure de

⁽¹⁾ Le Timée abonde en expressions où Platon affirme sa confiance dans le pouvoir stabilisateur de la forme mathématique: ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἀπεργασάμενος ... συνέδησεν καὶ συνεστήσατο οὐρανὸν κτλ. 32 B; ἀνὰ λόγον μερισθεῖσα καὶ συνδεθεῖσα 37 A etc. Nous reviendrons sur ces expressions et sur la croyance de Platon à une efficacité physique de la forme mathématique quand nous analyserons les antécédents physiques et cosmologiques du Timée dans les dialogues métaphysiques.

^{(2) 31} B.

^{(3) 32} C.

cet exposé. Aussi la plupart des exégètes modernes du Timée (1) ont-ils essayé d'interpréter la proportion continue des éléments, affirmée ici par Platon, en fonction des indications quantitatives qu'il donne sur les polyèdres représentatifs aux pages 53 C sq. J'ai moi-même rapporté dans une étude antérieure sur Platon (2) la théorie des médiétés relative aux éléments, 32 B, aux relations métriques des polyèdres, 53 C, en particulier aux surfaces de ces corps en raison de leur importance dans la transformation des états physiques où elles font fonction, comme nous le verrons, d'invariants. Le lien établi ainsi entre ces deux passages du Timée m'était même apparu alors comme le seul moyen pour déterminer, au moins d'une manière approchée, les dimensions, pour une substance matérielle donnée, de celui des quatre polyèdres représentatifs qui ne pouvait pas se transformer, dans la théorie de Platon, dans les autres, du cube. Malgré quelques restes d'inexactitude que laisse subsister dans les théories de Platon cette application de la proportion continue aux données métriques des polyèdres, cette interprétation doit être maintenue. Platon a lui-même prévu une certaine marge de tolérance autour de l'exactitude absolue de ses lois, en disant que le Démiurge a instauré cette proportion continue dans les éléments καθ' ὅσον ἦν δυνατόν (3), en montrant ainsi que le Démiurge lui-même, comparable au Dieu de Leibniz, est soumis, et par conséquent « postérieur », aux vérités mathématiques ancrées dans l'intelligible et ne saurait rendre compatible ce qui ne l'est pas. D'autre part, les

⁽¹⁾ Cp. entre autres A. Bobckh et T. H. Martin dans leur commentaire aux passages indiqués du *Timée*; A. Rivaud, *Timée*, Paris 1925, Notice pp. 77 sq.

⁽²⁾ Platon et la recherche mathématique de son époque, Strasbourg 1948, pp. 99 sq.

^{(3) 32} B. L'information mathématique de l'univers se heurte, dans le Timée, à deux genres d'incompatibilité bien différents que Platon n'a pas nettement distingués, à l'incompatibilité classique, au sein des mathématiques, que les Pythagoriciens ont fait éclater par la découverte de l'irrationnel, entre la géométrie et l'arithmétique du nombre entier, et à une incompatibilité nouvelle, entre l'ordre mathématique et l'ordre physique. Ici, 32 B, nous sommes en présence de la première, ailleurs, 56 C par exemple, de la seconde de ces incompatibilités.

pages 55 D à 56 B du Timée montrent que Platon conçoit effectivement le rapport mutuel entre les données géométriques relatives aux différents polyèdres représentatifs suivant des rapports dont le résumé est notre loi des médiétés de la page 32 B. Les propriétés physiques des états de la matière, telles que leur mobilité et leur tranchant, y sont en effet présentées comme des fonctions décroissantes de la surface totale, régies par les mêmes rapports mutuels de proportionnalité qui lient ces surfaces elles-mêmes (1).

Mais la portée de cette loi des proportions continues ne s'épuise pas dans son application à l'échelle microcosmique (2). Au moment où Platon l'énonce pour la première fois dans le *Timée*, il n'est pas encore question dans ses développements de la structure du monde à l'échelle invisible, mais de son organisation à une perspective macroscopique. Il faut donc examiner quel sens mathématique précis il convient de donner à la formule des médiétés

$$\frac{\text{terre}}{\text{eau}} = \frac{\text{eau}}{\text{air}} = \frac{\text{air}}{\text{feu}}$$

si on l'applique non seulement à la structure invisible des éléments, mais à leur totalité enfermée dans les limites de l'univers.

Il eût été bien étonnant, en effet, que Platon, qui, dans les pages suivant immédiatement cette première introduction des éléments, nous trace la structure du ciel et fixe les distances des planètes, eût omis de résoudre le problème non moins important de la distribution des quatre éléments dans l'univers ordonné et de leur assigner des contours rigoureusement déter-

⁽¹⁾ Le terme μέσον employé par Platon pour situer l'air entre le feu et l'eau, l'octaèdre entre le tétraèdre et l'icosaèdre, doit être entendu dans le sens technique de μεσότης en 32 B, celui de moyenne proportionnelle. Cela résulte de la conclusion par laquelle Platon termine ce développement, à savoir que le Démiurge a ainsi organisé les éléments suivant des rapports de proportion, συνηρμόσθαι ταῦτα ἀνὰ λόγον 56 C.

⁽²⁾ Les polyèdres représentatifs restent à jamais invisibles à l'homme, διὰ σμιπρότητα οὐδὲν ὁρώμενον ὑφ' ἡμῶν 56 B, et n'agissent sur nos sens que par leur grand nombre.

minés suivant des relations mathématiques préétablies dans le modèle intelligible.

S'il en est ainsi, la formule des médiétés s'applique, en plus de la structure microscopique des éléments, aux dimensions des régions qu'ils occuperont dans l'espace. Nous avons établi plus haut, en nous référant aux pages 58 A sq. du Timée, que les éléments étaient distribués dans l'univers de Platon en quatre couches sphériques concentriques dont la première était formée par la sphère de la terre, et la dernière par la région des astres. Mais il restait à déterminer les dimensions de ces couches, sans la connaissance desquelles la structure fondamentale du monde platonicien gardait quelque chose de vague et de flottant, incompatible avec le souci du Démiurge de faire prévaloir dans le plan du cosmos des lois précises. La détermination des dimensions des quatre couches d'éléments a d'autant plus d'importance dans le système physique de Platon, que l'univers est destiné à garder indéfiniment, à travers tout le temps, la forme qui en résulte, comme une figure d'équilibre autour de laquelle les forces de l'ανάγκη, toujours contenues par l'information. mathématique du monde, ne produisent des écarts que d'une amplitude réduite et de courte durée.

Or cette indétermination est précisément levée par notre formule des médiétés. Non seulement les molécules des éléments, les polyèdres représentatifs, ont entre eux des rapports mutuels régis par cette formule, mais aussi les différentes régions de l'univers stratifié de Platon, les lieux naturels des quatre éléments, se superposent les unes aux autres d'après la même loi. Mais à quelle mesure précise de ces couches sphéririques la loi des médiétés s'applique-t-elle? Plusieurs hypothèses sont possibles à priori. On peut songer à définir, à « mesurer », ces régions par la somme des polyèdres d'une espèce déterminée que contient chacune d'elle. Mais cette tentative de solution conduit à des difficultés inextricables. Il est d'une part inadmissible de concevoir le volume d'une de ces couches sphériques, de la troisième par exemple, comme la

somme moyenne des volumes des polyèdres particuliers, des octaèdres dans notre cas, dont elle est le lieu naturel, puisque d'un côté le volume des corpuscules ne joue aucun rôle dans la physique platonicienne et n'y est le support d'aucune des qualités mises en jeu par le mouvement et dans les transformations des éléments, et que, d'un autre côté, ces polyèdres ne remplissent pas tout l'espace du lieu naturel assigné à l'élément qu'ils représentent et admettent entre eux des régions vides (1). Il est encore plus difficile d'établir un rapport entre une détermination métrique relative à une couche sphérique considérée dans sa totalité et la somme des surfaces des polyèdres dont elle est le lieu. Cette somme n'est finie, comme nous le montrerons plus loin quand nous étudierons la portée des lois de conservation dans cet univers, que lorsqu'on se borne à envisager un nombre limité d'espèces de matière accusant l'état physique représenté par le polyèdre spécifique attaché à cette région; elle dépasse toute limite lorsqu'on l'étend à la totalité de toutes les espèces, qui est infinie (2) chez Platon, comme le nombre des variantes de qualité est infini chez Anaxagore. Il faut donc concevoir d'une manière plus élastique le rapport entre les dimensions des couches sphériques et les corpuscules qu'elles abritent, et définir les premières non pas comme la région de l'espace qu'ils remplissent, mais comme le lieu, limité par deux sphères concentriques, où les polyèdres d'une espèce déterminée resteraient suspendus librement sans l'action motrice des astres qui les déplace de cette localisation d'équilibre, et où ils retournent, comme nous le verrons plus loin, une fois que l'impulsion reçue est épuisée. Cette définition n'a-

⁽¹⁾ Ceci résulte clairement de 58 B, où Platon dit qu'il y a plus de vide entre les icosaèdres qu'entre les tétraèdres. Cette affirmation n'est pas en contradiction avec ce que Platon affirme quelques lignes plus haut, à savoir que ἡ τοῦ παντὸς περίοδος... κενὴν χώραν οὐδεμίαν ἐᾳ λείπισθαι. Ce que Platon note ici, ce n'est pas un état de choses réalisé, mais une tendance; ἐᾳ est à interpréter de conatu. Le vide n'est supprimé de l'univers de Platon que dans des phénomènes isolés et passagers, cp. encore Timée 60 C; ce que Platon nie, c'est le vide à de grandes distances de l'espace, à l'échelle visible, cp. 79 B.

⁽²⁾ Cp. Timée 57 C sq.

bolit pas toute relation entre les corpuscules individuels et l'étendue de la région qui leur est assignée, mais cette relation est autre (1) que celle d'une somme de termes additifs. La formule des médiétés s'applique donc, en 32 B, à une des relations métriques relatives aux couches successives de l'univers stratisié, abstraction faite du contenu de ces couches. S'applique-t-elle à leur volume? Ceci compliquerait, même pour nous, d'une manière extrême le calcul effectif des dimensions des zones affectées aux différents éléments. Les Grecs, qui ne connaîtront le volume de la sphère et, par conséquent, celui de la couche sphérique, que par Archimède, qui n'avaient pas de moyen pour opérer, au delà d'un certain degré de complication, sur la quantité abstraite, qui étaient réduits, pour les problèmes mathématiques où entraient des irrationnelles d'un degré supérieur, aux ressources de l'algèbre géométrique s'exerçant au moyen de figures, ne pouvaient même pas envisager cette hypothèse. La seule façon d'entendre la loi des proportions continues des éléments, qui fût à la portée de l'algèbre géométrique de l'époque de la rédaction du Timée (2), c'était d'appliquer la formule des médiétés à une grandeur

⁽¹⁾ Cette relation est postulée par Platon d'une part à la page, déjà citée, 56 C, où Platon étend à l'échelle de la matière visible les relations mathématiques régissant la structure à l'échelle invisible, et à la page 32 C, dont nous aurons encore à parler, où Platon, en expliquant le maintien de la forme fondamentale du monde au milieu et en dépit du parcours cyclique des éléments — εὶς ταὐτὸν αύτῷ συνελθὸν ἄλυτον - par l' « amitié » enlre les éléments, établit un rapport d'interdépendance entre la structure macrocosmique de l'univers qui est sa forme permanente et la structure microcosmique des polyèdres qui est à l'origine précisément de la transformation des éléments et de leur parcours cyclique, du συνελθόν de l'univers. Structure à l'échelle invisible et plan macroscopique du monde sont conçus a priori d'après une même loi mathématique de telle sorte que, dans le jeu du devenir universel qui s'effectue entre ces deux limites, la forme du monde à l'échelle cosmique apparaisse, a posteriori, comme la résultante statistique des phénomènes microcosmiques dont les polyèdres sont le substrat. Nous verrons plusieurs sois au cours de cette étude, en particulier quand nous analyserons les pages 58 A sq., que Platon a été très près de certaines conceptions modernes de statistique physique.

⁽²⁾ L'école de Platon n'était pas étrangère à l'invention et au développement de l'algèbre géométrique, cp. L. Van der Warden, Zenon und die Grundlagenkrise der griechischen Mathematik, Math. Annalen, Bd. 117, Berlin 1940.

géométrique linéaire entrant dans la définition des couches sphériques, à savoir à leur épaisseur.

C'est cette grandeur, en effet, que l'on cherche avant tout à connaître lorsqu'on se propose de se représenter cet univers de Platon par une figure, en prenant pour plan du dessin un plan passant par le centre du monde. Les couches sphériques, y compris la sphère de la terre qui forme la partie centrale, sont connues géométriquement, leur volume est donné, une fois qu'on connaît le rayon de la sphère intérieure et l'épaisseur des trois couches consécutives superposées à la terre. Platon, même si le texte définitif de son livre ne comportait pas de figures, a dû faire pour son orientation personnelle, pendant les travaux de recherche dont le Timée est le résultat, parmi d'autres dessins, une figure de cette coupe à travers son univers par un plan passant par son centre.

Or cette figuration quantitative des quatre éléments au moyen de l'épaisseur des couches par lesquelles ils se superposent se trouve déjà chez le penseur présocratique qui est le premier inventeur d'un univers stratifié, chez Empédocle. Quand il dit que les quatre éléments de son univers sont égaux (1), il se représentait cette égalité bien plutôt sous la forme concrète de couches sphériques également épaisses (2) au moment où, la Haine étant arrivée au terme de son règne, les éléments se sont séparés les uns des autres, qu'il ne pensait, d'une manière abstraite, à l'égalité des volumes (3). Platon, qui avait étudié

⁽¹⁾ ταῦτα γὰρ ἴσά τε πάντα frgt 17, v. 27.

⁽²⁾ La terre affectant à ce moment, chez Empédocle, la forme d'un cylindre, l'élément géométrique de la terre qu'il faut égaler aux épaisseurs des trois couches d'eau, d'air et de feu, est le rayon de la base de ce cylindre.

⁽³⁾ L'Amour et la Haine eux-mêmes, que le Sicilien se représente comme substances matérielles, sont égalés aux autres éléments, la Haine au vers 19 du fragment 17, si on y préfère, avec Burner, Early Greek Philosophy⁴, 1948, p. 208, la leçon εκαστον de Simplicius à celle de Sextus, ἀπάντη, adoptée par Diels; l'Amour, indirectement, au vers 20 du même fragment. Cette substance y est dite ἐση μῆκός τε πλάτος τε, et puisqu'il est question de la Haine immédiatement avant, cette égalité ne peut se rapporter qu'à elle. En d'autres termes, une coupe à travers l'univers au moment du triomphe définitif de la Haine nous montre l'Amour relégué à la frontière du monde sous forme d'un anneau circulaire ayant

à fond Empédocle, très probablement au moyen de dessins, et qui s'était inspiré, pour la structure stratifiée qui caractérise son univers à lui d'une manière permanente, de l'univers transitoire du Sicilien, ne procède pas autrement que lui pour les dimensions relatives des espaces occupés par les éléments : ses indications métriques concernent une coupe à travers le monde par un plan passant par son centre.

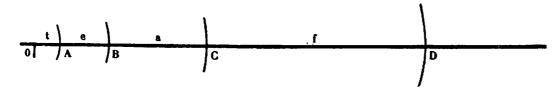
L'idée d'une superposition de couches d'éléments d'égale épaisseur lui semblait cependant manquer d'élégance et présenter trop peu de garanties pour la stabilité d'un monde qui aurait été fait d'après un plan ainsi conçu. Chez Empédocle, la stratification de l'univers ne durait que pendant le temps, très court par rapport à tout le cycle cosmique, qui séparait le règne expirant de la Haine de la domination naissante de l'Amour; elle était condamnée d'avance, par toute la conception du système, à un équilibre instable et à une existence éphémère. La simple égalité pouvait suffire ici pour garantir une stabilité passagère. L'univers de Platon doit au contraire conserver un équilibre permanent et garder des formes stables dans le flux incessant du devenir. Il fallait donc en assurer la stabilité par une liaison tout aussi simple entre ses parties constituantes qu'était la relation d'égalité utilisée par Empédocle, mais plus apte que cette dernière à traduire les différences entre les quatre éléments dans l'économie dynamique de l'univers. Or le rapport mathématique qui semblait le mieux (1) convenir à Platon pour cette fonction, c'était la proportion continue. La formule

$$\frac{[1]}{a} = \frac{a}{e} = \frac{e}{t}$$

le même pourtour et la même largeur, ἴση μῆκός τε πλάτος τε, que l'anneau circulaire représentant la Haine au moment opposé de l'évolution cyclique, lorsque l'Amour ayant fini par faire du Sphairos un ensemble sphérique homogène, la Haine se trouve à son tour reléguée aux limites de l'univers. L'épaisseur de chacune des couches formées ainsi tour à tour par la Haine et par l'Amour est égale à l'épaisseur des couches sphériques de l'air, de l'eau et du feu à la fin du règne de la Haine.

(1) Δεσμών δε κάλλιστος κτλ.; τουτο δε πέφυκεν αναλογία κάλλιστα αποτελείν. 31 C.

s'applique donc non seulement aux surfaces des polyèdres représentatifs mais aussi aux largeurs des anneaux concentriques sur un dessin représentant une coupe à travers l'univers platonicien, aux segments consécutifs t, e, a et f, découpés sur une demi-droite issue du centre par les circonférences marquant les frontières entre les différents éléments. Le problème à résoudre pour qui voulait tracer cette section d'une manière exacte suivant les indications de Platon était donc d'insérer entre les deux segments connus 0A = t et CD = f, deux autres segments AB = e et BC = a



de manière à satisfaire l'équation [1]. Or ce problème était une des préoccupations le plus en vogue dans la recherche mathématique de la première moitié du 1ve siècle, et si Platon y songe maintenant pour la structure fondamentale de son univers, c'est parce que, à son instigation, les géomètres de son école avaient participé d'une façon intense aux recherches autour de cette question difficile et que leurs travaux lui avaient révélé la puissance des méthodes d'investigation et la sobre élégance du résultat. La solution du problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux segments donnés représentait en effet, dans le cas particulier où le plus grand des deux segments était double du plus petit, la solution d'un problème qui appartenait en apparence à un tout autre ordre de recherches, celle de la duplication du cube, pour laquelle, comme on sait, on s'était adressé à Platon (1). Rappelons brièvement qu'Hippocrate de Chios, d'après une lettre, faussement attribuée à Ératosthène, au roi Ptolémée,

⁽¹⁾ Cp. Théon de Smyrne, Éd. J. Dupuis, Paris 1892, pp. 3 sq. Le Pseudo-Ératosthène dans le Commentaire d'Eutocius à Archimède, Heiberg III, pp. 88 sq. REG, LXVI, 1953, no 309-310.

était arrivé à ramener le célèbre problème de stéréométrie (1) à notre problème de proportions continues, que les chercheurs, d'après Proclus (2), ne s'appliquaient plus, une fois cette ἀπαγωγή faite, qu'à résoudre cette question préalable qui reçut effectivement, d'après le Pseudo-Ératosthène, trois solutions différentes par des géomètres se rattachant à l'école de Platon, par Archytas de Tarente, par Eudoxe de Cnide, et par Ménechme. Les trois solutions (3), dont celle d'Archytas est la plus ingénieuse, font intervenir des lieux géométriques, dont la théorie, fondée sur la réciprocité des propositions géométriques et étroitement liée, pour cette raison, à la méthode analytique, avait occupé une place très large dans les études mathématiques de Platon et de ses disciples (4). Notons que cette interprétation de la loi des proportions continues de Platon, consistant à déterminer le rapport mutuel des couches successives formées par les éléments par des relations métriques portant sur l'épaisseur de ces couches ou, dans le dessin de l'univers platonicien, sur la largeur des couronnes circulaires assignées aux dissérents éléments, avait été proposée dès l'antiquité (5), par des commentateurs inconnus traités, injustement, avec mépris par Démocrite le Platonicien, qui n'était pas de leur avis. Dans son commentaire au Timée, Proclus fait dire à Démocrite que la question de ces médiétés avait causé beaucoup d'embarras à ses prédécesseurs, et que certains d'entre eux s'étaient « égarés », pour lui trouver une solution, dans des

⁽¹⁾ Il représente la transposition dans l'espace du problème de la duplication du carré, que Platon choisit comme objet de l'interrogation géométrique du Ménon.

⁽²⁾ In Eucl. Ed. Friedlein p. 213.

⁽³⁾ Pour une information plus ample sur ce chapitre intéressant de l'histoire de la géométrie grecque, cp. Th. Heath, A History of Greek Mathematics, Oxford 1921, I, pp. 244 sq.; G. Milhaud, Les Philosophes Géomètres de la Grèce, Paris 1934, pp. 170 sq.

⁽⁴⁾ Cp. CH. MUGLER, Platon et la recherche mathématique de son époque, pp. 324 sq.

⁽⁵⁾ Démocrite le Platonicien étant un contemporain de Longin, d'après le témoignage de cet auteur dans Porphyrios, Vita Plotini 20, ces tentatives se situent entre la mort de Platon et le milieu du 111º siècle de notre ère.

théories relatives à la duplication du cube (1). Le rapprochement que nous venons d'établir entre le problème délien et le problème cosmologique posé par Platon, en appliquant sa loi des proportions continues aux grandeurs linéaires que sont les épaisseurs des couches d'éléments, nous montre cependant que l'égarement de ces vieux commentateurs n'était pas si grave. Il nous paraît représenter une exégèse bien plus plausible de la pensée platonicienne que les solutions fondées sur les propriétés des parallélépipèdes semblables, proposées par Démocrite lui-même.

Une des données, cependant, du problème délien est à rejeter, si nous passons maintenant à l'évaluation effective des hauteurs relatives des dissérentes couches d'éléments qui constituent la structure fondamentale de l'univers platonicien. L'insertion de deux moyennes entre deux segments donnés conduit à la duplication du cube à condition que le rapport de ces deux segments soit 2. Prendre au pied de la lettre le terme de duplication dans les rapprochements entre le problème délien et la cosmologie du Timée reviendrait donc à prêter à Platon l'hypothèse que la couche ultime de l'univers sensible, la couronne de feu, a une épaisseur ayant avec l'épaisseur de la couche inférieure, c'est-à-dire avec le rayon de la terre, le rapport deux à un. Or cette hypothèse est, comme nous le verrons, incompatible avec les autres hypothèses physiques et cosmologiques du système de Platon. Ce n'est pas du problème particulier de la duplication, mais du problème plus général de la multiplication (2) du cube par un facteur à, qu'il faut rapprocher cette question du Timée.

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{y}}{\lambda \mathbf{a}}$$

on déduit en effet $y^3 = \lambda x^3$

⁽¹⁾ καὶ εἰπῶν ἄλλους εἰς ἄλλας ἐμδεδλῆσθαι ταραχὰς διὰ τὴν ἀπορίαν ταύτην καὶ ἐπὶ τὸν διπλασιασμὸν τοῦ κύδου καὶ τὰς τοιαύτας ζητήσεις ἐκπεσεῖν. Proclus, In Timaeum 149 c.

⁽²⁾ Les cubes construits sur les deux moyennes proportionnelles construites entre deux segments donnés ont le même rapport que ces deux segments. De la proportion d'Hippocrate

Mais quel est le rapport supposé par Platon entre les profondeurs des couches des deux éléments primordiaux du feu et de la terre? Pour le déterminer, il faut avoir recours à un procédé d'extrapolation analogue à celui qui nous a servi (1) à trouver, d'une manière approchée, les dimensions du polyèdre représentatif de l'élément terre, du cube. Partons, en tenant compte de ce que Platon nous dit de la transformation des éléments (2), des triangles élémentaires capables de produire les trois polyèdres représentatifs des éléments feu, air et eau. Considérons la somme minima de ces triangles qui est nécessaire pour la formation d'au moins un polyèdre de chaque espèce. Cette somme est 240, plus petit multiple commun des nombres 24, 48 et 120 qui indiquent de combien de triangles élémentaires se composent le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre. Si, à la suite d'actions et d'interactions physiquesdont Platon nous précise le mécanisme à la page, très importante, 57 A, B, cette somme de 240 triangles élémentaires est appelée à ne produire qu'une seule espèce de polyèdre, elle donnera naissance soit à 10 tétraèdres, soit à 5 octaèdres, soit à 2 icosaèdres. Dans le jeu permanent de ces forces physiques, appliquées pendant des intervalles de temps très longs à des quantités immenses d'atomes triangulaires, il se produira donc, sur 10 polyèdres de feu, 5 octaèdres d'air et 2 icosaèdres d'eau (3). Cette proportion se reproduira donc, quand, par

⁽¹⁾ Ibid. pp. 99 sq.

⁽²⁾ Timée 56 D sq. Nous aurons souvent besoin ainsi d'anticiper sur des parties ultérieures de ce développement de la cosmologie de Platon. Son système du monde constitue un ensemble de propositions physiques si parfaitement lièrs que le tout éclaire les parties, et réciproquement.

⁽³⁾ Nous verrons dans la suite qu'on ne commet pas d'anachronisme en prêtant à Platon des considérations statistiques de ce genre. Ce sont, au contraire, des notions très voisines de la probabilité en physique moderne, de la loi des grands nombres appliquée à un phénomène à l'échelle invisible, qui constituent dans le système de Platon le lien entre la physique de la nécessité, de l'àváyan, et la physique téléologique. En d'autres termes, l'information mathématique de l'univers platonicien est telle que, par son action d'orientation, les forces, à l'origine disparates, de la nécessité, tendent à produire, à l'échelle visible, deseffets où apparaissent à leur tour des lois mathématiques.

l'effet de la loi de l'attraction du semblable (1) par le semblable, les corpuscules de chaque espèce affluent chacun dans la région qui lui est propre en s'y superposant suivant des épaisseurs qui sont en raison de la quantité relative des polyèdres représentatifs de chaque élément formés par les triangles élémentaires. Ce calcul, certes, n'est pas exact au point de vue de la stéréométrie des couches sphériques. En procédant de cette manière, Platon étend à des couches sphériques un raisonnement qui serait juste pour des couches horizontales finies comprises entre des plans parallèles, et qui serait encore valable pour son univers sphérique, si la hauteur des couches était négligeable par rapport au rayon de leur base inférieure (2), ce qui n'est pas le cas. Mais il répond, sensiblement, aux idées naïves qu'on devait se faire du volume de la sphère avant les travaux d'Archimède (3).

Les trois zones du feu, de l'air et de l'eau auront donc des épaisseurs accusant entre elles, dans la mesure où l'univers sensible peut céder à l'information par l'intelligible (4), les rapports des nombres 10, 5 et 2 et cette proportion reste conservée au milieu du flux incessant des particules de matière causé par les forces de la nécessité. Le jeu des mécanismes de cette dernière agit, comme il le fait, sur les corpuscules repré-

⁽¹⁾ Cp. Timée 57 C et passim.

⁽²⁾ La formule $V = \frac{4\pi}{3} (3r^2h + 3rh^3 + h^3)$ qui exprime exactement le volume d'une couche sphérique en fonction de ces deux données, se réduit en effet à $V = 4\pi r^2h$,

si h devient négligeable par rapport à r.

⁽³⁾ Ce raisonnement, prêté à Platon, n'est pas contredit, non plus, par Timée 58 B, où Platon dit que les corpuscules les plus grands, les icosaèdres, par exemple, laissent subsister plus de vide entre eux que les polyèdres plus petits, les tétraèdres notamment. Platon a en vue, là aussi, un état limite de compression maxima qui n'a jamais le temps de se réaliser complètement.

⁽⁴⁾ Platon croit que l'information par l'intelligible n'atteint pas la totalité du sensible. Il fait des réserves à cet égard dans le Timée aux pages 32 Β καθ' ὄσον τιν δυνατόν, 53 Β τι δυνατόν, 56 C ὅπηπερ ἡ τῆς ἀνάγκης ἐκοῦσα πεισθεῖσά τε φύσις ὑπεῖκεν, et passim. Nous verrons à l'instant à quelle difficulté insurmontable se heurte l'information mathématique rigoureuse dans la question de la distribution spatiale des éléments qui nous occupe ici.

sentatifs et s'exerce sur les différents genres dans les limites et les proportions que nous venons de voir (1), parce que la structure macrocosmique de l'univers présente ces rapports, et, réciproquement, ces rapports dans la structure fondamentale se maintiennent grâce à une orientation des petites fluctuations qui répare les pertes et les gains de chaque espèce suivant la même loi. Platon exprime cette réciprocité en disant, à la page 32 C déjà citée du Timée, que dans le parcours cyclique des éléments l'univers reste indissoluble par toute autre puissance que celle qui l'a informé suivant cette loi des proportions (2).

Mais il nous reste à déterminer les dimensions de la zone inférieure du monde, celle qui est occupée par l'élément terre. Or, les trois nombres que nous venons d'évaluer par nos calculs préalables appliqués aux trois zones supérieures ne forment que d'une manière approchée le commencement d'une proportion continue, et nous obtenons par conséquent des valeurs différentes pour le rayon de la terre, suivant que nous égalons le rapport $\frac{e}{t}$ au rapport des deux premiers termes ou à celui des deux derniers termes de la progression 10, 5, 2. Dans le second cas, la fin de la progression serait le nombre fractionnaire $\frac{4}{5}$. Avec la première hypothèse, au contraire, le rayon de la terre aurait pour mesure l'unité. Ce nombre répondant mieux que la fraction à la haute dignité attribuée à la terre par le Timée (3), nous respecterons le mieux la pensée de Platon en nous arrêtant à cette solution.

⁽¹⁾ D'après Timée 56 D sq.

⁽²⁾ L'auteur du traité pseudo-pythagoricien De l'âme du monde, qui a passé à la postérité sous le nom de Timée de Locres, exprime cette interdépendance entre les proportions de la structure macrocosmique de l'univers et le fonctionnement des éléments à petite échelle en disant que les éléments, d'une égale force, jouissent de l'isonomie. Il s'agit là, comme l'a montré A. E. Taylon, A Commentary on Plato's Timaeus, Oxford 1928, pp. 587, 659, d'une métaphore médicale, le médecin Alcméon ayant fait dépendre la santé de l'équilibre, l'oovoµín, entre les parties composantes de l'organisme.

⁽³⁾ Platon l'y appelle πρώτην καὶ πρεσδυτάτην θεῶν ὅσοι ἐντὸς οὐρανοῦ γεγόνασιν. 40 C.

Mais souvenons-nous maintenant que les calculs et les déductions que nous venons de faire n'étaient entendus que comme provisoires. Ils ne devaient servir qu'à évaluer, par extrapolation, le dernier terme, relatif à l'élément terre, de la proportion continue liant les quatre éléments. Ils étaient indispensables, comme étant le seul moyen pour trouver le nombre qui caractérisait l'un des deux éléments primordiaux dont Platon pose l'existence avant celle des deux autres. Cette valeur désormais déterminée, revenons au problème des médiétés que Platon se pose à la page 32 B. Les éléments ne pouvant se ranger en proportion continue que d'une manière approchée, d'après ce passage, Platon avait à se demander à quel endroit précis de la séquence des valeurs caractéristiques de ses quatre éléments il devait laisser subsister la marge d'inexactitude qui lui était imposée. Il était naturel de faire bénéficier le feu et la terre, qu'il avait placés comme nous l'avons vu au sommet de la hiérarchie logique respectée par le Démiurge, d'une rigueur mathématique absolue et de mettre la part d'approximation que comportait l'établissement de la proportion continue sur le compte des deux éléments intermédiaires, l'air et l'eau. Or cette hypothèse est confirmée par le texte. Dans 32 B, la restriction καθ' όσον ην δυνατόν dans πρὸς ἄλληλα... ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἀπεργασάμενος, se rapporte avant tout à υδωρ αέρα τε, compléments d'objets à la fois de θείς et de ἀπεργασάμενος. Mais elle est confirmée aussi par la physique du Timée développée dans les pages ultérieures de ce dialogue et par certaines précisions que reçoivent les théories physiques de Platon dans les Lois et dans l'Épinomis. Des quatre zones assignées aux éléments, seules celle de la terre et celle du feu, c'est-à-dire les zones extrêmes, gardent en effet, dans le flux du devenir, des frontières rigoureusement invariables. Le rayon de la terre, et par conséquent la limite sphérique (1) entre les éléments terre et eau, reste le même,

⁽¹⁾ Platon fait abstraction dans la cosmologie de ses derniers dialogues du relief de la terre, à laquelle il prête, dans le plan macrocosmique, une surface sphérique.

parce que l'élément terre, l'état solide, reste exclu, dans la physique de Platon, du parcours cyclique des éléments. Les cubes qui sont les molécules de cet état physique peuvent bien être décomposés en leurs triangles élémentaires, mais ces triangles, d'une espèce différente de ceux dont sont faits les trois autres polyèdres représentatifs, ne peuvent se regrouper qu'en cubes et ne sauraient donc augmenter la masse, l'όγχος, des trois autres éléments au détriment de l'élément terre (1). La zone du feu, à l'autre extrémité de la séquence des éléments, garde à son tour une épaisseur invariable, parce qu'elle est limitée d'un côté, à l'extérieur, par la sphère des étoiles fixes qui constitue les confins de l'univers sensible et qui, bien que purement géométrique (2) et immatérielle, est tout aussi indéformable que les sphères cristallines des cosmologies ioniennes, et de l'autre côté par la sphère, non moins rigide, qui porte l'orbite de la lune. Les deux zones extrêmes, de la terre et du feu, gardent donc invariablement la même forme et les mêmes dimensions, l'une en vertu des particularités géométriques des corpuscules qui sont le substratum, à l'échelle invisible, de l'élément terre, l'autre grâce à l'invariance (3) des lois mathématiques qui informent l'univers à l'échelle macroscopique et astronomique. Les deux zones intermédiaires, en revanche, celles de l'eau et de l'air, ont des épaisseurs variables, et leur frontière, la surface de la région où se forment les premières traces d'humidité visible, les nuages, se

⁽¹⁾ Cp. Timée 56 D. Cette exclusion de la terre du cycle des transformations d'état, en contradiction avec l'expérience, comme Platon l'a bien vu, cp. 49 C, constitue une des grandes difficultés du système dont son auteur n'est pas venu à bout.

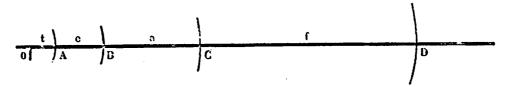
⁽²⁾ La sphère des étoiles fixes ne saurait être matérielle, parce que les corps célestes dont elle est le lieu sont animés, en plus de la révolution diurne, de mouvements de rotation autour d'un axe, cp. Timée 40 A, B. Ce qui les fixe à leur place, c'est une loi mathématique tout aussi infrangible que celle qui impose à la matière sa structure discontinue par atomes triangulaires.

⁽³⁾ La régularité absolue du cours des astres est affirmée à maintes reprises dans le Timée, à la page 47 C et passim; elle constituera un des grands thèmes des cosmologies des Lois et de l'Épinomis.

déplace au profit tantôt de l'un, tantôt de l'autre des deux éléments intérieurs. Les inondations périodiques envahissant de vastes régions de la terre, dont Platon parle à plusieurs reprises dans ses dernières œuvres (1), sont un des effets de cette instabilité de la proportion entre les deux éléments air et eau. Tout se passe donc dans la cosmologie platonicienne du Timée comme si l'armature de l'univers sensible était constituée avant tout par un noyau central compact d'une forme sphérique immuable, constitué par l'élément terre, et par une enceinte sphérique extérieure, les flammantia moenia mundi, comme dira Lucrèce, non moins invariable dans sa forme et ses dimensions, remplie par le feu, et qu'entre ces limites marquées par les deux éléments primordiaux les plus « anciens » des quatre, dans les régions occupées par les deux éléments dérivés, l'ordre imposé au sensible par l'intelligible fût moins rigoureusement suivi. Il était donc tout indiqué, dans le compromis que Platon avait à chercher entre la construction rigoureuse de deux moyennes proportionnelles postulées dès le commencement de l'organisation du monde, à la page 32 B d'une part, et la solution approchée de ce problème que permet d'envisager la théorie de la matière développée au centre du dialogue, d'autre part, de laisser à ces parties essentielles de l'armature du monde, au noyau central et à l'écorce indéformable de l'univers, exactement les déterminations mathématiques 1 et 10 déduites des propriétés géométriques des polyèdres représentatifs, et de traiter d'une manière plus élastique les régions intermédiaires, en considérant les résultats du calcul, 2 et 5, déduits pour l'eau et pour l'air de la théorie des polyèdres, comme une approximation de la construction rigoureuse par laquelle il alluit maintenant réaliser les termes a et e de la proportion continue $\frac{t}{e} = \frac{e}{a} = \frac{a}{f}$ en partant, pour t et pour f, des valeurs 1 et 10.

⁽¹⁾ Cp. Timée 23 A sq; Critias 111 A; Lois III 677 A sq.

Le dessin d'une coupe de l'univers par un plan passant par son centre aura donc, d'après les indications géométriques de Timée 32 B, les dimensions que voici : un cercle intérieur, délimitant la région de la terre, aura le rayon $r_1 = t = l$.



Pour obtenir les rayons des cercles suivants, on construira les deux moyennes proportionnelles et a entre le segment le tun segment mesurant le décuple de l, en se servant d'une des méthodes de construction, soit de celle d'Archytas, soit de celle d'Eudoxe ou de Ménechme, qui ont été employées, comme nous l'avons vu plus haut, dans l'école de Platon pour la solution de ce problème. On aura alors le rayon r₂ du cercle délimitant la zonc de l'eau en y ajoutant le plus petit des segments moyens, e, à l'unité, et le rayon r₃ délimitant la zone de l'air en ajoutant à l'unité la somme des deux segments moyens,

$$r_2 = l + e$$

 $r_3 = l + e + a$

On tracera, ensin, le dernier cercle, frontière de l'univers, avec un rayon r_4 obtenu par l'addition d'un segment de 10 unités à l'avant-dernier rayon r_3 . Dans la figure ainsi construite, les épaisseurs AB et BC] des deux couches intermédiaires seront alors, avec la précision que permet d'atteindre la réalisation de cette construction délicate au moyen de coniques ou même de courbes gauches, les moyennes proportionnelles exactes entre l'unité attachée à la terre, et la décade attachée au feu. Mais ces deux segments sont incommensurables, d'une irrationnalité du 3° degré. Leur expression en algèbre moderne est $AB = e = \sqrt[3]{10}$ et $BC = a = \sqrt[3]{100}$. Platon assimilera donc, pour éviter l'irrationnel dans ses calculs, la mesure des épaisseurs AB et BC aux nombres

rationnels 2 et 5 déduits, pour ces médiétés, de la considération des faces des polyèdres dont nous sommes partis. La première des deux racines cubiques étant égale à 2,15, la seconde à 4,64, l'approximation adoptée ainsi par Platon est de 7 0/0 pour la zone d'eau, et de 7,7 0/0 pour la zone d'air. Platon s'y résigne. Elle représente à ses yeux la solution optima qu'on puisse espérer en présence des incompatibilités irréductibles entre le plan idéal de l'univers et sa réalisation dans l'espace.

Mais la structure fondamentale du cosmos que nous venons de déduire de l'équation de la page 32 B n'est-elle pas en contradiction avec les lois que Platon semble vouloir imposer à l'univers sensible par l'âme du monde, dont il nous développe l'organisation quelques pages plus loin (1)? Ces lois n'assignent-elles pas, en particulier, à la zone du feu, qui est le lieu où se situent les trajectoires des astres, une étendue singulièrement plus vaste que celle que nous venons d'évaluer d'après l'équation fondamentale 32 B? D'après une des interprétations traditionnelles de ces pages célèbres, l'unité dans la progression 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27 représenterait le rayon de l'orbite de la lune, et les autres astres qui, au delà de la lune, se suivent dans l'ordre Soleil, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, auraient des distances au centre de la terre allant soit jusqu'à 27 fois la distance de la lune, si l'on admet que les nombres de la progression se rapportent à des longueurs mesurées chaque fois à partir du centre de la terre, soit même jusqu'à 54 fois cette distance, si l'on admet que les termes de la progression mesurent les intervalles entre les différentes orbites ou les différences entre leurs rayons. Les deux hypothèses donnent à la région du feu, séjour des astres, une étendue absolument disproportionnée, à l'époque de Platon, avec la région sublunaire qui, elle, comprend les trois zones de la terre, de l'eau et de l'air; cette disproportion est d'autant plus grande que le calcul de Platon, ainsi inter-

⁽¹⁾ Timée 34 B - 40 D.

prété, s'arrête à l'orbite de Saturne et ne tient pas compte de la partie de la région du feu située entre la trajectoire de cette planète et la sphère des fixes, limite de l'univers. Aucun texte de Platon ne justifie cependant cette manière d'interpréter la progression astronomique du Timée. A la page 36 D, Platon dit que le Démiurge fend six fois la révolution intérieure de façon à produire sept cycles inégaux suivant la progression 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27. Or le texte précise que cette opération de subdivision porte sur la révolution de l'Autre sans la déborder à sa limite intérieure. C'est donc cette couronne circulaire intérieure qui est fendue par le Démiurge en sept couronnes circulaires partielles dont les largeurs, d'un bord à l'autre, ont entre elles les rapports indiqués par la suite 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27. Pour nous rendre compte de la disposition du système stellaire qui résulte de cette construction, examinons d'abord quelles sont les limites de cette région céleste que Platon appelle le cercle de l'Autre ou de la révolution intérieure. Contrairement au cercle de l'identité, qui est une circonférence au sens géométrique du terme, à savoir le grand cercle de l'équateur céleste, le cercle de la diversité est en réalité une couronne circulaire, limitée intérieurement par l'orbite de la lune, extérieurement par le grand cercle de l'écliptique. En d'autres termes, le cercle de l'Autre est la couronne circulaire interceptée sur le plan (1) de l'écliptique par les deux sphères qui limitent intérieurement et extérieurement la zone ou couche sphérique du feu. Nous avons vu précédemment que l'épaisseur de cette couche, et donc la largeur du cercle de la diversité, est le décuple du rayon de la terre.

$\Pi \Pi$		$\neg \neg$				Γ
LS'M	\mathbf{v}	M.	J	S'	ï	F

Soit LF la largeur de cette couronne, c'est-à-dire le segment

⁽¹⁾ Platon admet dans le Timée, pour simplifier ses développements, que les trajectoires de toutes les planètes appartiennent à un même plan, celui de l'écliptique.

intercepté par l'orbite de la lune et le cercle de l'écliptique sur une demi-droite issue de leur centre commun. On aura les intersections S, M, V, M', J et S' des orbites des planètes Soleil, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne (1) avec ce segment en le divisant en 7 segments partiels proportionnels aux nombres de la suite de l'âme du monde. Au moment des conjonctions il y aura ainsi une distance proportionnelle à 1 entre la lune et le soleil, à 2 entre le soleil et Mercure, à 3 entre Mercure et Vénus, et ainsi de suite (2). Le point S' occupera exactement le milieu du segment LF, puisque la somme des segments partiels 1, 2, 3, 4, 8, 9 est égale au dernier segment S'F. La trajectoire de la dernière planète sera donc à mi-distance entre l'orbite de la lune et la sphère des fixes, au milieu du cercle de l'Autre.

L'univers de Platon auquel aboutit ainsi cet essai de conciliation entre l'équation fondamentale de 32 B, qui est posée pour le cosmos tout entier, et les indications de 36 D, qui ne prétendent organiser que la zone du feu, est singulièrement plus petit, relativement à la terre, que les univers tels que celui qui est prêté à Philolaus par Plutarque, où les orbites des corps célestes ont des rayons croissant suivant des progressions géométriques. Mais n'oublions pas que Platon était encore tout près d'une époque où l'on prêtait aux distances des astres et à leur grandeur des dimensions comparables à celles de la terre, où le géocentrisme avait, outre la signification astronomique précise que cette conception de l'univers a gardée dans l'histoire, encore ce sens général, que la terre, comme l'homme de Protagoras dans le monde moral, était la

⁽¹⁾ Les astres errants se meuvent, bien entendu, sur les cercles concentriques passant par les points L, S, M, V etc. dans le plan de l'écliptique, ici le plan de la figure, alors que la sphère des fixes passant par le cercle en F tourne autour d'un axe oblique à ce plan. Nous laisserons de côté les questions concernant le mouvement des astres, dans cette étude consacrée essentiellement aux dimensions de l'univers de Platon.

⁽²⁾ Ces déterminations permettraient d'assigner une limite supérieure aux dimensions que peut avoir dans ce système le soleil (cf. p. 84).

mesure de toutes choses dans l'univers cosmologique. Souvenons-nous qu'Empédocle avait placé le soleil, égal en grandeur à la terre, tout près de la sphère (1) des fixes où il se constituait par la réflexion du feu disfus montant de la terre, que le même astre a chez Anaxagore l'ordre de grandeur du Péloponnèse (2), que le sage de Clazomènes, d'accord en ceci avec Démocrite, avait assigné aux astres une origine tellurique en les considérant comme des pierres incandescentes projetées par la terre (3). Rappelons-nous, en plus, que Platon surestime déjà par rapport aux évaluations de l'époque d'Aristote et des astronomes ultérieurs les dimensions de la terre dans son Phédon (4). Mais c'est surtout le mythe cosmologique du Phèdre (5) qui nous montre que Platon, même encore à une date avancée de sa carrière, loin de reléguer les astres aux distances énormes qu'on leur assignera plus tard et de les séparer par des abîmes cosmiques de tout élément attaché à la terre, considère la suite de leurs orbites et par conséquent la zone de feu où ils tracent leurs cercles, comme le prolongement naturel des zones concentriques qui, au voisinage immédiat de la terre, constituent les lieux superposés de l'eau, de l'air et de l'éther (6). Si on retranche en effet des 10 divinités qui forment le cortège céleste dirigé par Zeus, présidant à la sphère des fixes, les 7 dieux et déesses qui donnent leur nom, d'après la tradition mythologique, aux 5 planètes, au soleil et à la lune, il en reste trois qui n'ont pas d'affectation dans le ciel étoilé et dans lesquelles il faut voir, pour cette raison, des démons commandant, dans les régions sublunaires, aux trois éléments fluides qui entourent la

⁽¹⁾ Cp. D. V. 21 A 58.

⁽²⁾ Cp. D. V. 46 A 1,8.

⁽³⁾ Cp. D. V. 46 A 42,6 et 55 A 39.

^{(4) 109} A sq.

^{(5) 246} D sq.

⁽⁶⁾ On sait que Platon introduit, dans l'Épinomis, un cinquième élément. l'éther, entre l'air et le feu, alors que la physique du Timée n'en admet que quatre. Cp. R.E.G. 1949. pp. 32 sq. Mais l'idée d'un cinquième élément hantait Platon déjà à l'époque de la composition du Cratyle, cp. 408 D.

terre (1). Cette affectation des trois divinités aux zones inférieures du cosmos paraît d'autant plus naturelle que Platon place à la fin de la série des divinités régnant sur le devenir Hestia, la terre restant immobile au milieu de cette mobilité générale, et indique ainsi son intention d'étendre son système de régions d'influence des confins de l'univers jusqu'à la surface du globe terrestre. Or cet espace est subdivisé dans toute son étendue, sans que Platon nous indique d'après quelles lois numériques, en onze sections (2) par dix surfaces de démarcation, dont 7 sont les sphères où sont situées les orbites des astres errants et dont les trois autres ne peuvent être que les surfaces limites de l'eau, de l'air et de l'éther. Dans le Phèdre, Platon soumet donc à une loi unique de subdivision, à une même διακόσμησις, tout l'univers sensible, sans distinction entre les régions inférieures et la zone du feu dont il fera dans le Timée, comme nous venons de le voir, l'objet d'une double sollicitude de la part du Démiurge, en lui mesurant d'abord son étendue dans la structure générale du monde par l'équation fondamentale de 32 B, et en lui appliquant ensuite la διαχόσμησις particulière dont la séquence de 36 D est l'expression mathématique. Il faut par conséquent donner à 36 D une interprétation telle que les deux déterminations mathématiques de la région des astres que Platon substitue dans le Timée à la détermination unique du Phèdre restent compatibles entre elles et laissent à la région des astres la place, à la suite des zones réservées aux autres éléments, que Platon leur assigne en toute forme dans le mythe restreint du Phèdre et qu'il leur destine implicitement dans le mythe plus développé du Timée. Il faut donc rejeter ces attributions généreuses, aux distances des corps célestes situés au-delà de l'orbite de la lune, de mesures qui entraînent, pour la largeur totale de toute la région de feu, des valeurs en contradiction

⁽¹⁾ Cp. Sir Th. Heath, Aristarchus of Samos, Oxford 1913, p. 143; L. Robin, Phèdre, Paris 1933, note des pp. 37 et 38.

⁽²⁾ κατά ενδεκα μέρη κεκοτμημένη 246 Ε.

avec l'équation fondamentale 32 B, et borner la subdivision suivant la progression de l'âme du monde à la zone du feu gardant la largeur qui résulte pour elle de 32 B. Platon lui-même nous donne l'exemple d'une subdivision de la région annulaire des astres en couronnes partielles concentriques, indépendante de toute représentation relative au rapport de la zone des astres à celle des autres éléments, dans le mythe (1) d'Er le Pamphylien au 10° livre de la République, où il décrit, suivant un modèle matériel dont A. Rivaud et P. M. Schuhl ont reconstruit le mécanisme, l'organisation du ciel, en assignant à chacun des huit corps célestes son rang par distances croissantes du centre de la terre. Chacun est porté, dans ce planétaire, par un anneau dont la largeur varie de l'un à l'autre. La loi numérique qui règle la mesure de ces largeurs est différente (2) de celle que nous avons déduite plus haut, pour la page 36 D du Timée, de la séquence arithmétique de l'âme du monde, mais elle non plus n'engage pas les idées que Platon se fait ici sur les distances relatives des astres au centre de la terre (3).

L'interprétation traditionnelle (4) de 36 D, qui mesure au

^{(1) 616} B sq.

⁽²⁾ Ici, les orbites des corps célestes sont situées à l'intérieur des anneaux (cp. A. Rivaud, Notice au Timée, p. 55), alors que dans le Timée elles en marquent les limites. Dans le Timée, la largeur des anneaux va en croissant depuis la couronne limitée par les orbites de la lune et du soleil jusqu'à celle qui est située entre l'orbite de Saturne et la sphère des fixes. Dans la République, la largeur des anneaux n'est pas une fonction croissante de la distance des astres à la terre, puisque, si l'anneau attaché à la sphère des fixes est bien le plus large, le second rang dans la largeur est occupé par l'anneau portant Vénus, et que l'anneau portant Saturne ne vient qu'à la fin. Notons en plus que la section à travers la zone du feu représentée dans le mythe d'Er par l'ensemble de ces anneaux n'est pas limitée exactement par l'orbite lunaire à l'intérieur et extérieurement par un grand cercle de la sphère des fixes. La zone du feu de la République déborde donc celle du Timée, qui, elle, est rigoureusement limitée par la sphère portant la trajectoire de la lune et la sphère des fixes.

⁽³⁾ Cp. Sir Th. Hearth dans l'excellente analyse astronomique de cette page de Platon, dans son Aristarchus of Samos, Oxford 1913, pp. 157 et 158.

⁽⁴⁾ Cp. entre autres E. Zeller, Die Philosophie der Griechen, Il⁴ p. 779; A. Rivaud, Notice du Timée, Paris 1925, p. 53; A. E. Taylor, A commentary on Plato's Timaeus, Oxford 1928, pp. 162 sq.

contraire par la séquence arithmétique de l'âme du monde les distances des corps célestes au centre de la terre (1) en prenant comme unité la distance de la lune, remonte dans l'antiquité à des époques où l'astronomie avait démontré, par des raisons scientifiques qui n'étaient pas encore à la portée des sayants du temps de Platon, qu'il fallait effectivement compter, pour les astres et surtout pour la sphère des fixes, avec des distances singulièrement plus grandes que celles qu'on avait admises jadis. Cette révolution dans la représentation des dimensions de l'univers fut commencée par Aristarque de Samos, auquel Archimède fait dire que les dimensions de la sphère des fixes sont telles que, par rapport au rayon de celle-ci, la distance du soleil au centre de la terre est une quantité négligeable (2); et, même après l'abandon de l'idée héliocentrique par les successeurs d'Aristarque, les proportions entre la terre et les distances célestes restent accentuées en faveur de ces dernières. C'est la grandeur du monde sidéral dans l'astronomie contemporaine qui a conduit les commentateurs anciens du Timée à prendre comme unité dans la séquence de Platon la distance de la lune à la terre et à prêter ainsi à l'univers platonicien les dimensions du leur. Certains d'entre eux ne se sont pas contentés d'une simple multiplication de cette distance par les nombres successifs de la séquence. Chalcidius donne ainsi aux rayons successifs des orbites les valeurs 1, 1 + 2 = 3, 1+2+3=6 et ainsi de suite; Macrobius, dans son commentaire au Songe de Scipion, - sur l'autorité de Porphyre, d'après Taylor, — les valeurs 1, 1.2 = 2, 1.2.3 = 6, 1.2.3.4= 24 etc. (3). On peut même dire que cette hantise des

⁽¹⁾ Taylor, *ibid.* p. 162, justifie l'évaluation de la suite des distances 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 à partir du centre de la terre et de l'univers en disant que ce centre est le seul point qui soit déterminé sans ambiguïté par l'information mathématique des pages du *Timée* antérieures à 36 D. Ceci est vrai si on borne la portée de l'équation de 32 B aux relations métriques des polyèdres. Dès qu'on en étend, au contraire, la validité aux zones des différents éléments, l'univers se trouve déterminé d'une manière univoque dans plusieurs traits de sa structure avant 36 D.

⁽²⁾ Arenarius I, 5; cp. Archimedis Opera, Ed. Heiberg, II, p. 218.

⁽³⁾ Pour plus de détails cp. Heath, op. laud. p. 164; TAYLOR, op. laud. pp. 163 sq. REG, LXVI, 1953, n. 309-310.

grandes dimensions cosmiques a empêché le seul parmi ces commentateurs qui se soit posé le problème du rapport de la subdivision céleste avec la division de la zone sublunaire de trouver une solution satisfaisante à ce problème. Commentant la page 36 D du Timée, Proclus se demande en esset pour quelle raison on borne le champ de la διαίρεσις aux régions célestes, pourquoi on ne l'étend pas aussi aux quatre éléments (1). La vraie réponse à cette objection eût été que le τετράστοιγον avait déjà été l'objet d'une information, par l'équation posée en 32 B, et qu'il fallait par conséquent chercher une conciliation entre les pages 32 B et 36 D qui ne sacrissat aucune des deux lois mathématiques que Platon y entendait appliquer à l'organisation du monde. Mais Proclus se contente de dire qu'une extension de la διαίρεσις de l'âme du monde à la région des quatre éléments était superflue parce que cette région est soumise à l'influence (2) de l'âme du monde par le seul fait d'être comprise entièrement (3) à l'intérieur de l'orbite de la lune, et il ajoute, comme pour expliquer cette domination à distance, sans l'aide d'une διαίρεσις allant jusqu'au centre du monde, que le noyau matériel de l'univers est petit par rapport au tout (4), en se servant d'une expression qui rappelle la formule citée plus haut d'Aristarque.

⁽¹⁾ διὰ τί δὲ... εἰς τὴν ἀπλανῆ καὶ πλανωμένην πεποιήμεθα τὴν διαίρεσιν μόνην, ἀλλ' οὐγὶ καὶ εἰς τὸ τετράστοιχον; 223 Α.

⁽²⁾ ἡ γὰρ τοῦ παντὸς ψυχὴ κἀκεῖνα συνέχει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεσι καὶ ποδηγεῖ ταῖς ἑαυτῆς κινήσεσιν. 223 A. Les astres exercent effectivement une influence sur les éléments chez Platon, qui présente, 58 A sq., leurs mouvements comme un effet de la rotation de la voûte céleste. Cette influence est donc d'ordre dynamique. La proportion entre les quatre éléments, leur organisation sur le plan statique, relève de l'information directe par le Démiurge. Elle est hiérarchiquement antérieure à la διαίρεσις de l'âme du monde et assigne d'abord ses dimensions à la région céleste, la zone du feu, où celle-ci doit s'opérer.

⁽³⁾ ὅτι τὸ τετράστοιχον πᾶν ἐν τῷ κύκλῳ συνείληπται τῷ τῆς σελήνης ibid. Ceci est inexact en ce qui concerne le Timée. La sphère portant l'orbite de la lune y sépare la zone du feu de celle de l'air, de façon qu'en deçà de cette orbite il n'y a que trois éléments. Dans l'Épinomis, en revanche, où Platon introduit comme 5° élément l'éther entre le feu et l'air, il y a un τετράστοιχον à l'intérieur de l'orbite lunaire.

⁽⁴⁾ σμικρόν γάρ έστιν ώς πρός τὸ πᾶν.... τὸ ἔνυλον. ibid.

Si nous renonçons à ces représentations de grandes distances célestes, introduites dans l'interprétation du Timée par l'influence de l'astronomie postérieure à Platon, voici donc les dimensions du cosmos de Platon telles qu'elles résultent des données du Timée lui-même. Le centre de l'univers est occupé par la terre, immobile, constituée par l'élément solide. Autour de ce noyau central, caractérisé par le nombre 1, mesure du rayon de la terre, s'étendent deux couches sphériques concentriques à la terre, constituées l'une par l'élément liquide, l'autre par l'élément air, et ayant comme épaisseurs théoriques les irrationnelles $\sqrt[3]{40}$ et $\sqrt[3]{400}$ représentant les deux moyennes proportionnelles entre 1 et 10, comme épaisseurs approchées les nombres 2 et 5. Autour de ces régions intermédiaires du monde, dont la limite est située à une distance approximative de 1+2+5=8 rayons terrestres du centre de la terre, s'étend, comme une écorce enflammée, la zone du feu avec une épaisseur mesurée par le nombre 10, de façon que le rayon total de l'univers est de 1 + 2 + 5 + 10 = 18 rayons terrestres (1). La zone du feu est limitée intérieurement par la sphère abstraite portant l'orbite lunaire, extérieurement par la sphère des fixes. Sur la couronne circulaire qui représente l'intersection de cette zone et du plan de l'écliptique se meuvent les astres aux distances que voici : sur le bord intérieur de cette couronne, donc à la distance 8 du centre de la terre, la lune, le soleil à la distance $8 + \frac{10}{54} = 8 + \frac{5}{27}$ rayons terrestres, Mercure à $8 + \frac{30}{54} = 8 + \frac{5}{9}$, Vénus à $8 + \frac{60}{54} = 9 + \frac{1}{9}$, Mars à 8 + $\frac{100}{54}$ = 9 + $\frac{23}{27}$, Jupiter à 8 + $\frac{180}{54}$ = 11 + $\frac{1}{3}$, et enfin Saturne à 8 + 5 = 13 rayons terrestres de distance (2).

⁽i) En prenant pour les zones de l'eau et de l'air les valeurs approchées de leurs épaisseurs. Nous leur supposerons ces valeurs dans la suite des calculs.

⁽²⁾ Cette théorie sur les distances des astres au centre de la terre permet de se faire une idée de la grandeur relative attribuée par Platon, au moment de la

Cette façon de concevoir la structure de l'univers platonicien laisse subsister, certes, les difficultés musicales offertes par le

rédaction du Timée, à ceux de ces astres dont on savait mesurer, d'une manière primitive, le diamètre apparent, du soleil par exemple.

Le diamètre réel δ d'un astre étant en effet lié à son diamètre apparent α et à sa distance d au centre de la terre par la formule

$$2 \pi d = 360 . \delta$$

dans laquelle on néglige l'effet produit sur α par la parallaxe terrestre, on peut évaluer approximativement quelle valeur résulte, pour le diamètre réel du soleil, de la valeur que nous venons de calculer pour la distance d de cet astre d'après les hypothèses de Platon. En prenant, en effet, pour π la valeur approchée par défaut 3 et pour α la valeur d'un demi-degré, dont la découverte sera attribuée par Archimède à Aristarque de Samos, mais qui était peut-être connue déjà avant lui, on oblient pour δ une limite inférieure de l'ordre de $\frac{1}{15}$ de rayon terrestre.

En prenant pour π la valeur approchée par excès $\frac{315}{100}$ et pour α la valeur de $\frac{5}{3}$ de degré qui semble avoir été la valeur du diamètre apparent du soleil admisé par Anaximandre (Cp. Sir Th. Heath, Aristarchus of Samos, p. 35), on obtient pour δ une limite supérieure de l'ordre de $\frac{1}{4}$ de rayon terrestre. Le diamètre du soleil est

donc, avec les hypothèses astronomiques du *Timée*, compris entre $\frac{1}{30}$ et $\frac{1}{8}$ du diamètre de la terre. Cette grandeur du soleil est donc compatible avec la subdivision de la zone du feu, et le soleil peut se mouvoir sur son orbite sans heurter les astres voisins.

Mais si cette évaluation faible de la grandeur du soleil est bien conforme à la cosmologie générale du Timée, si elle répond, comme nous l'avons vu, aux appréciations quantitatives qui avaient eu cours parmi les penseurs contemporains de la jennesse de Platon, elle est en contradiction avec la page 983 A de l'Épinomis, où Platon dit que les astres, en général, sont de taille immense et qu'on peut démontrer, en particulier, que le soleil est plus grand que la terre. Mais il s'agit là, dans le dernier dialogue de Platon, d'une révision de ses jugements sur les dimensions des astres due à une évolution générale de ses idées cosmologiques. Souvenons-nous, en effet, que l'univers de l'Épinomis pour lequel Platon conserve bien la structure stratifiée et le fonctionnement dynamique (Cp. REG, LXII, 1949, pp. 31 sq.), mais dans lequel il introduit un cinquième élément, l'éther, n'est plus ordonné d'après la loi fondamentale Timée 32 B, qui ne peut s'appliquer qu'à un monde à quatre éléments, à un τετράστοιχον, et que, par conséquent, les calculs que nous avons faits pour la profondeur des zones de la terre, de l'eau, de l'air et du feu ne sont plus valables pour l'univers de l'Épinomis.

Remarquons que même dans l'hypothèse que Platon aurait laissé, dans son dernier univers. aux trois couches intérieures les-profondeurs 1, 2 et 5, qu'il aurait donné à la quatrième couche, celle de l'éther, l'épaisseur 10 qu'avait eue la zone du feu dans l'univers du *Timée*, et à la cinquième couche, celle du feu, l'épaisseur 20 de façon à établir la progression 5, 10, 20 de la troisième à la cin-

système du monde de Platon (1); elle ne rend pas mieux compte, non plus, de certains faits astronomiques, que les représentations à grandes distances des commentateurs anciens et de leurs successeurs. Mais tout en sauvant les apparences célestes que Platon a prétendu sauver par la cosmologie du *Timée*, en maintenant tout le mécanisme astronomique développé dans ce dialogue, elle jette un pont entre deux passages du *Timée* dont chacun semblait imposer d'autres proportions à l'univers, et elle rend à celui-ci des dimensions compatibles avec les perspectives cosmologiques de ce temps.

Ces dimensions sont un peu plus petites que celles du cosmos d'Anaximandre, dans lequel Taylor (2) voit le prototype des univers à orbites croissant d'après des proportions géométriques. La zone extrême d'Anaximandre, celle du soleil, est à 27 rayons terrestres du centre de la terre, alors que dans le Timée le corps céleste le plus éloigné du centre, la sphère des fixes, est à une distance de 18 rayons terrestres. Chez le Milésien, le champ des phénomènes célestes s'étend sur une profondeur de 18 rayons terrestres, de la sphère des fixes située à 9 rayons terrestres de distance jusqu'à la zone du soleil, chez

quième zone, le soleil n'eût été qu'à une distance de (18 + $\frac{10}{27}$) rayons terrestres du centre de la terre — en maintenant pour l'Épinomis la division de la région céleste suivant les lois de l'âme du monde —, et le diamètre du soleil, comme le montre le calcul, serait resté encore sensiblement inférieur à celui de la terre, contrairement à 983 A. Il est donc probable que Platon, à la fin de sa vie, a conçu les rapports entre les profondeurs des différentes zones concentriques de l'univers suivant une loi mathématique telle que la limite intérieure de la zone du feu fût rejetée à une distance compatible avec les résultats récents de la recherche astronomique, en particulier avec les calculs d'Eudoxe qui avait évalué, d'après une remarque d'Archimède dans l'Arénaire, le rapport des diamètres du soleil et de la terre à 3,3 (Cp. Heath, op. laud. p. 332). Le texte de l'Épinomis, en présentant les derniers jugements de Platon sur la grandeur des astres et du soleil comme fondés sur des démonstrations exactes (ἀποδείξεσι... ἱκαναῖς, διανοη-θῆναι... ὀρθῶς), fait peut-être allusion aux travaux consacrés par Eudoxe à cette question.

⁽¹⁾ Cp. l'exposé de ces difficultés par A. RIVAUD, Notice du Timée pp. 42 sq. et par Taylon, op. laud. pp. 164 sq.

⁽²⁾ Ibid. p. 163.

Platon la zone du feu n'est profonde que de 10 rayons terrestres.

Mais la parenté entre l'univers permanent de Platon et l'aspect transitoire que revêt le monde d'Anaximandre au moment de son acmé dans l'évolution cyclique réside surtout dans l'importance de la terre. Dans les deux systèmes, elle occupe le centre du monde (1) et ses dimensions représentent l'unité par laquelle se mesurent les espaces cosmiques. Or cette idée de placer l'unité, source de toutes les relations métriques, au centre du monde caractérise la cosmologie d'une autre école encore, d'une école qui attribuait au nombre un rôle prépondérant dans la structure de l'univers, celle des Pythagoriciens, avec cette différence que c'est un feu central, au lieu d'une terre centrale comme chez Platon, qui constitue l'unité et la mesure de la nature (2). Mais les affinités arithmétiques du système du monde de Platon avec ceux des Pythagoriciens ne se bornent pas à la représentation d'une unité localisée au centre du monde. En plaçant le nombre 10 à l'extrémité supérieure de la séquence des nombres mesures des éléments et en le donnant comme mesure à la couche extrême de l'univers, à la zone du feu, la relation fondamentale du Timée confère à la décade une dignité analogue à celle que lui accordent les Pythagoriciens dans leurs systèmes. Mais là aussi, si Platon πυθαγορίζει, il le fait à sa manière, en donnant un sens nouveau et rationnel aux spéculations mystiques de cette école. Il règne en effet, dans l'usage que les Pythagoriciens font de la décade, un certain dualisme qu'ils ne semblent pas être arrivés à surmonter. D'un côté, la théorie de la décade nombre fondamental est rattachée

⁽¹⁾ Et elle l'occupe grâce aux mêmes causes physiques. L'exégèse moderne est unanime à reconnaître dans l'explication que Platon donne de la position centrale de la terre à la page 109 A du *Phédon* l'influence des théories d'Anaximandre, conservées par Aristote *De Caelo* 295 b 10 sq; cp., entre autres, L. Robin, Édition du *Phédon*, Paris 1926, p. 87.

⁽²⁾ Cette expression, μέτρον φύσεως, figure en effet parmi les noms donnés par Philolaus, d'après la tradition doxographique, à la terre, Aétius II, 7,7. Sur cette unité centrale chez les Pythagoriciens cp. A. Rivaud, Le Problème du devenir, Paris 1906, p. 206.

par eux, — d'après le fragment de Speusippe dans les Théologoumènes (1), qui présente, comme l'a observé A. Rivaud (2), la doctrine de Philolaus vue à travers les interprétations de l'Académie, - aux propriétés des cinq corps réguliers, d'un autre côté Philolaus introduit la décade dans ses théories astronomiques en faisant tourner (3), d'une manière assez arbitraire, dix corps célestes autour du feu central. Le nombre 10 produit donc par sa vertu à la fois l'organisation du cosmos et les propriétés des corps qui le remplissent (4), sans qu'apparaisse un lien entre ces deux manifestations aux extrémités opposées de l'échelle de la quantité et de l'étendue. Chez Platon, ce lien est réalisé. La structure macrocosmique du monde a son origine dans les mêmes lois mathématiques auxquelles obéit aussi la structure microcosmique des polyèdres élémentaires. L'univers du Timée s'étend d'une monade centrale, la terre, aux confins d'une décade périphérique, la zone du feu, en vertu d'un arrêt préempirique, formulé en 32 B, qui prescrit leur forme aux corpuscules invisibles composant les éléments et aux zones occupées par eux.

Dans la théorie des nombres idéaux enseignée par Platon pendant les dernières années de sa vie, l'unité et la décade (5) sont considérées comme des nombres particulièrement importants, sans que ce rang privilégié ait pu se justifier par un texte explicite de Platon, même dans les dialogues les plus tardifs. La tradition orale relative à ces nombres, conservée par Aristote, ne remonterait-elle pas en partie à des leçons de Platon sur certaines parties de sa cosmologie, dont la présentation trop concise dans le *Timée* exigeait des explications et dont le développement faisait alors apparaître le rôle prépondérant des

⁽¹⁾ Cp. D. V. I4, pp. 303 sq.

⁽²⁾ Op. laud. p. 204.

⁽³⁾ Cp. Aétius II, 7,7.

⁽⁴⁾ Cp. A. RIVAUD, op. laud. p. 204.

⁽⁵⁾ Cp. dans le travail qui fait autorité dans cette question, L. Robin, La Théorie platonicienne des Idées et des Nombres d'après Aristote, Paris 1908, pp. 273 sq; 329 sq. et passim.

nombres un et dix dans l'information du monde sensible? Les rêveries arithmologiques de Proclus (1) sur l'organisation de l'univers par l'âme du monde de Platon, où il croit percevoir la manifestation d'une monade et d'une heptade dont il n'est jamais question chez Aristote, sont peut-être un écho lointain et déformé de théories platoniciennes authentiques sur la monade et la décade, suggérées à Platon et à ses disciples par l'exégèse des pages du *Timée* que nous venons d'examiner.

Ch. MUGLER.

(1) In Timaeum 223 B sq.