Chapitre M5

Algèbre 8

APPROCHER UNE COURBE AVEC DES DROITES

Capacités	Connaissances
Expérimenter à l'aide des TIC, l'approximation affine donnée de la fonction carré, de la fonction racine carrée, de la fonction inverse au voisinage d'un point.	La droite représentative de la "meilleure" approximation affine d'une fonction en un point est appelée tangente à la courbe représentative de cette fonction en ce point.
Déterminer, par une lecture graphique, le nombre dérivé d'une fonction f en un point	
Conjecturer une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction en ce point.	
Construire en un point une tangente à la courbe représentative d'une fonction f connaissant le nombre dérivé en ce point	*Nombre dérivé et tangente à une courbe en un point*
Écrire l'équation réduite de cette tangente	

Contenu du dossier :

- ☐ **Activités (livre Chapitre 6 pages 89-100)**
- ☐ **Essentiel du cours**
- ☐ **Exercices**
- ☐ **Correction exercices**
- ☐ **Evaluation EM5**
- ☐ **Correction évaluation**

PBP M5

Activité 1

1. Entourez les expressions des fonctions affines.

$f(x) = 2x - 1$ $\quad$ $g(x) = 51x + 1$ $\quad$ $u(x) = 3x$ $\quad$ $h(x) = x^2 - 4$ $\quad$ $v(x) = -2$

2. Reliez chaque expression de fonction affine à l'équation réduite de sa droite représentative.

$f(x) = -x + 1$	•	• $y = 4$
$g(x) = -5x$	•	• $y = -x + 1$
$h(x) = 4$	•	• $y = -5x$

3 a) Rayez les encadrés inexacts.

Soit $\mathcal{D}1$ la droite d'équation réduite $y = 3x - 4$.

Le coefficient directeur de $\mathcal{D}1$ est $\boxed{4}$ / $\boxed{3}$ / $\boxed{3x}$ / $\boxed{-4}$.

La droite $\mathcal{D}1$ $\boxed{\text{monte}}$ / $\boxed{\text{descend}}$, car ce coefficient directeur est $\boxed{\text{positif}}$ / $\boxed{\text{négatif}}$

L'ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}1$ est $\boxed{4}$ / $\boxed{3x}$ / $\boxed{3}$ / $\boxed{-4}$.

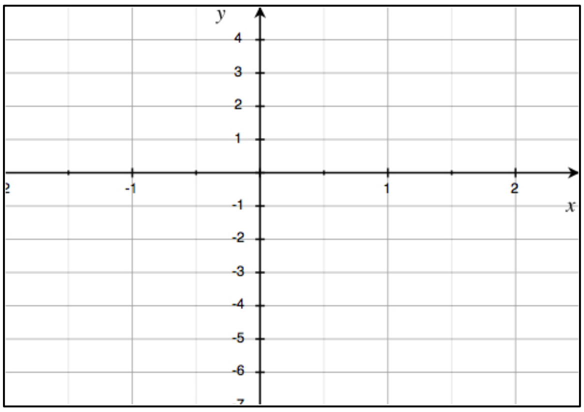
b) Rayez les encadrés inexacts.

Soit $\mathcal{D}2$ la droite d'équation réduite $y = -2x + 1$.

Le coefficient directeur de $\mathcal{D}2$ est $\boxed{-2}$ / $\boxed{-2x}$ / $\boxed{1}$ / $\boxed{2x}$.

La droite $\mathcal{D}2$ $\boxed{\text{monte}}$ / $\boxed{\text{descend}}$, car ce coefficient directeur est $\boxed{\text{positif}}$ / $\boxed{\text{négatif}}$

L'ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}2$ est $\boxed{-2}$ / $\boxed{-2x}$ / $\boxed{1}$ / $\boxed{2x}$.



c) Entourez les points qui appartiennent à la droite $\mathcal{D}$ 1 .

$A(1 ; -1)$ $\quad$ $B(0 ; 3)$ $\quad$ $C(0 ; -4)$ $\quad$ $D(-1 ; 3)$

d) Entourez les points qui appartiennent à la droite $\mathcal{D}$ 2

$A(1 ; -1)$ $\quad$ $B(0 ; 3)$ $\quad$ $C(0 ; -4)$ $\quad$ $D(-1 ; 3)$

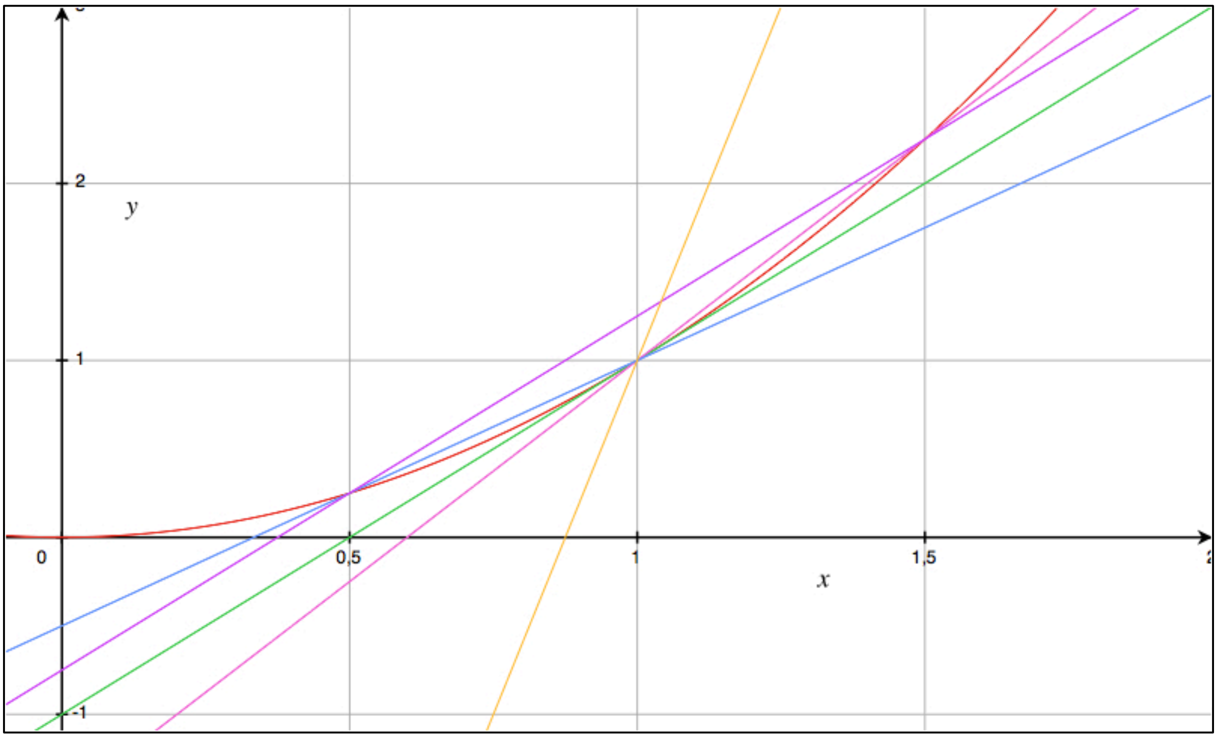
e) Tracez ci-contre les droites $\mathcal{D}$ 1 et $\mathcal{D}$ 2 .

I. Approximations affines d'une fonction

Activité 2

On a obtenu sur tableur la courbe représentative de la fonction carré c (en rouge) et les droites représentatives de cinq fonctions affines (en bleu, vert, rose, orange et violet).

Trois de ces cinq fonctions peuvent être considérées comme étant des approximations affines de la fonction c en 1 (ici $x_A = 1$).



1. Quelles sont les droites représentatives de ces trois fonctions ? Cochez les cases correspondantes.

☐ bleue ☐ verte ☐ rose ☐ orange ☐ violette

2. Cochez la case correspondant à la droite qui vous paraît la plus « proche » de la courbe représentative de la fonction *c* au voisinage du point *A(1* ; 1).

☐ bleue ☐ verte ☐ rose ☐ orange ☐ violette

II. Tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction

II. 1. Associer tangente et meilleure approximation affine

Activité 4

Sur l'intervalle [0,5 ; 1,5], on considère les fonctions :

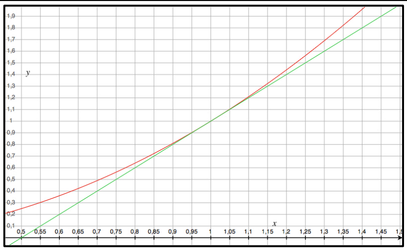
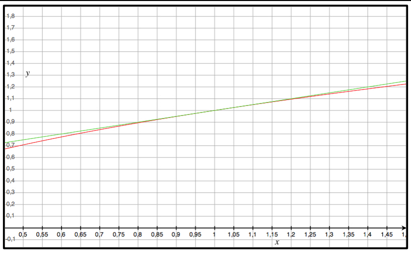
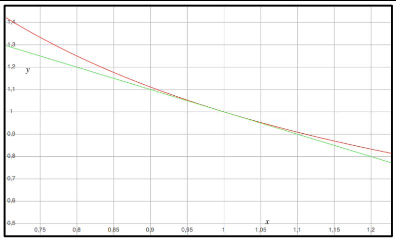
– carré c, définie par $c(x) = x^2$, de courbe représentative notée $\mathscr{C}$;

– racine carrée r, définie par $r(x) = \sqrt{x}$, de courbe représentative notée $\mathscr{R}$;

– inverse s, définie par $s(x) = \dfrac{1}{x}$, de courbe représentative notée $\mathscr{S}$.

Pour chacune de *ces trois courbes, on se place au voisinage du point A d'abscisse* 1.

On note $\mathcal{T}$ la tangente en *A*, droite représentative de la fonction affine notée *t*.

Fonction carré *c*	**Fonction racine carrée *r***	**Fonction inverse *s***
Équation de la tangente $\mathcal{T}$ en *A* : $y = 2x - 1$	Équation de la tangente $\mathcal{T}$ en *A* : $y = 0{,}5x + 0{,}5$	Équation de la tangente $\mathcal{T}$ en *A* : $y = -x + 2$
		

	A	B	C	D	E	F
1	x	0,9	0,95	1	1,05	1,1
2	c(x)-t(x)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01

	A	B	C	D	E	F
1	x	0,9	0,95	1	1,05	1,1
2	r(x)-t(x)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A	B	C	D	E	F
1	x	0,9	0,95	1	1,05	1,1
2	s(x)-t(x)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01

(Pour chaque tableau, la dernière ligne comporte les résultats arrondis à 0,01.)

1. **Cochez la case correspondant à la bonne réponse.**

Pour les trois courbes, l'ordonnée du point *A* est 1. ☐ Vrai ☐ Faux

2. **Reliez chaque fonction à l'expression de sa meilleure approximation affine en 1.**

c • • $t(x) = -x + 2$

r • • $t(x) = 2x - 1$

s • • $t(x) = 0{,}5x + 0{,}5$

3. **Cochez la case correspondant à la bonne réponse.**

Pour *x* dans l'intervalle [0,9 ; 1,1], pour laquelle des trois fonctions *c*, *r* ou *s* commet–on l'erreur la plus faible en remplaçant $c(x)$, $r(x)$ ou $s(x)$ par $t(x)$?

☐ *c* ☐ *r* ☐ *s*

II.2. Comment déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente

Méthode 1

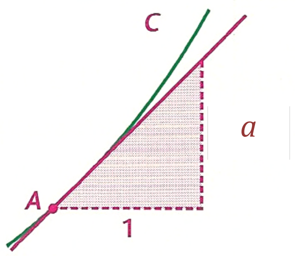
On considère la tangente en un point *A* à la courbe représentative d'une fonction.

On note *a* le coefficient directeur de cette tangente.

Étape 1 Se positionner en un point *M* de la tangente.

Étape 2 Se déplacer horizontalement d'une unité vers la droite.

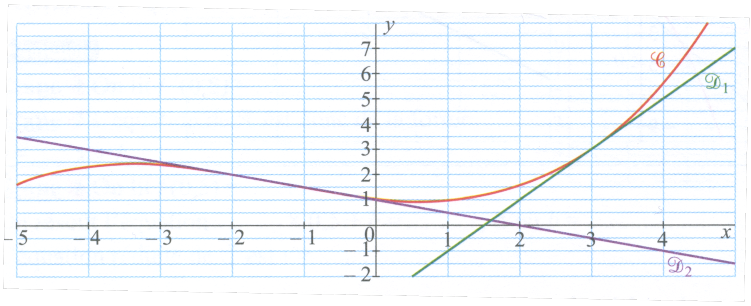
Étape 3 Se déplacer verticalement pour atteindre la tangente :
a est égal au nombre d'unités verticales nécessaires (positif si on se déplace vers le haut, négatif si on se déplace vers le bas).



La courbe $\mathcal{C}$ (en rouge) est la courbe représentative d'une fonction.

La droite $\mathcal{D}1$ (en vert) est la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3.

La droite $\mathcal{D}$ 2 (en violet) est la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse – 2.



Déterminez le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}1$. (Faites apparaître les tracés utiles sur la figure.)

Étape 1 On se positionne par exemple au point *M(............. ; ....).*

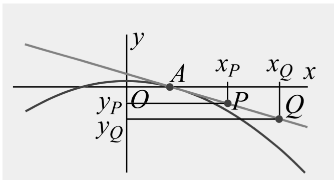
Étapes 2 et **3** Après s'être déplacé vers la droite de 1 unité, on atteint $\mathcal{D}1$ en montant de .... unités.

Le coefficient directeur de $\mathcal{D}1$ est donc *a* = ...

Méthode 2

On considère la tangente en un point *A* à la courbe représentative d'une fonction.

On note *a* le coefficient directeur de cette tangente.



Étape 1 Repérer deux points *P* et *Q* de la droite, dont les coordonnées sont simples à lire.

Étape 2 Calculer *a* avec l'égalité $a = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

Reprendre le graphique de l'énoncé précédent.

Déterminez le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}2$.

(Faites apparaître les tracés utiles sur la figure.)

Étape 1 On choisit, par exemple, les points *P(........ ; ....)* et *Q(............. ; ....).*

Étape2 Le coefficient directeur de $\mathcal{D}2$ est a = $\dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \dfrac{\quad - \quad}{\quad - \quad}$ = ...