Chapitre M5

Statistique et probabilités 6

PROBABILITES 3

Capacités	Connaissances
Passer du langage probabiliste d'un événement au langage courant et réciproquement	Expérience aléatoire, événement élémentaire, univers, événement. Réunion et intersection d'évènements. Evènements incompatibles, évènements contraires.
Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'évènements élémentaires. Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues : tirages aléatoires avec ou sans remise, urnes. Calculer la probabilité d'un événement contraire $\overline{A}$. Calculer la probabilité de la réunion d'événement de la réunion d'évènements incompatibles. Utiliser la formule reliant la probabilité de $A \cap B$ et de $A \cup B$.	Probabilité d'un événement. Evènements élémentaires équiprobables. Evènements élémentaires non équiprobables

<u>Contenu du dossier :</u>

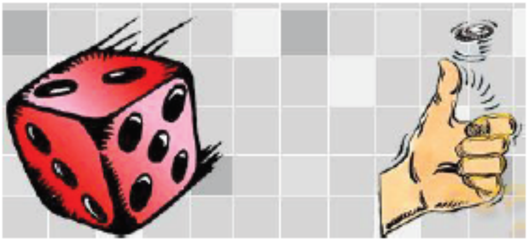
- ☐ **Cours**
- ☐ **Exercices (Livre Chapitre 2 pages 25-36)**
- ☐ **Corrigé des exercices**
- ☐ **Evaluation EM5**
- ☐ **Corrigé de l'évaluation EM5**

TBP M5

I. Langage probabiliste

I.1. Expérience aléatoire

Une expérience aléatoire **est une expérience dont on ne connaît pas l'issue.**
Ou le résultat d'une expérience aléatoire est dû au hasard.



Le lancer de dé est une expérience aléatoire car on ne connaît pas le résultat à l'avance.

Définitions :

- ***Evénement*** **: un évènement est le résultat cherché d'une expérience aléatoire.**
- ***Evénement élémentaire*** **: il est constitué d'une seule issue.**
- ***Univers*** **: on appelle l'univers l'ensemble de toutes les issues. On le note :Ω (oméga)**
- ***Equiprobabilité*** **: lorsque toutes les issues ont la même probabilité, on dit qu'il y a équiprobabilité.**

Application n°1 : les dés sont jetés.

On lance un dé non truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6. Chaque numéro correspond à une issue possible. Quelles sont les issues possibles ?

☐ $\Omega = \{1\ ;\ 6\}$
☐ $\Omega = \{pile;\ face\}$
☐ $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5\ ; 6\}$

Application n°2 : Jouons aux cartes

On considère un jeu de 32 cartes. ***Relier*** *l'événement à sa probabilité.*

☐ $p = \frac{8}{32}$

☐ $p = \frac{12}{32}$

☐ $p = \frac{4}{32}$

A : l'événement : « la carte tirée est un roi »	B : l'événement : « la carte tirée est un cœur »	C : l'événement : « la carte tirée est une tête »

I.2. Probabilité d'un événement

<u>Fondamental</u>
La probabilité d'un événement élémentaire noté p(A) est la somme des probabilités des issues qui le réalise.

<u>Exemple</u> : Probabilité de sortie de nombre pair lors d'un tirage de dé à 6 faces.

- p(pair) = p(2) + p(4) + p(6)
  p(pair) = ...+........+.........
  p(pair) = ...
- Chaque événement (avoir 2 ou 4 ou 6) est un *événement élémentaire* car constitué par une seule issue.

<u>Méthode</u> : <u>calcul de la probabilité de l'événement élémentaire</u>

Si E est l'événement en question : p(E) = $\dfrac{\textit{Nombre de cas favorables}}{\textit{Nombre de cas possibles}}$

p(pair) = $\dfrac{\text{..........................}}{\text{..............................}}$ =

<u>Application n°3</u> : le dé à 20 faces.

On considère un dé particulier à 20 faces numérotées de 1 à 6 telle que le dé possède :
2 faces numérotées 1, aucune face numérotée 2, 4 faces numérotées 3, 5 faces numérotées 4, 8 faces numérotées 5 et une seule face 6.

Compléter alors le tableau ci-dessous :

Issues x_i	face 1	face 2	face 3	face 4	face 5	face 6
p(x_i)						

I.3. Arbre

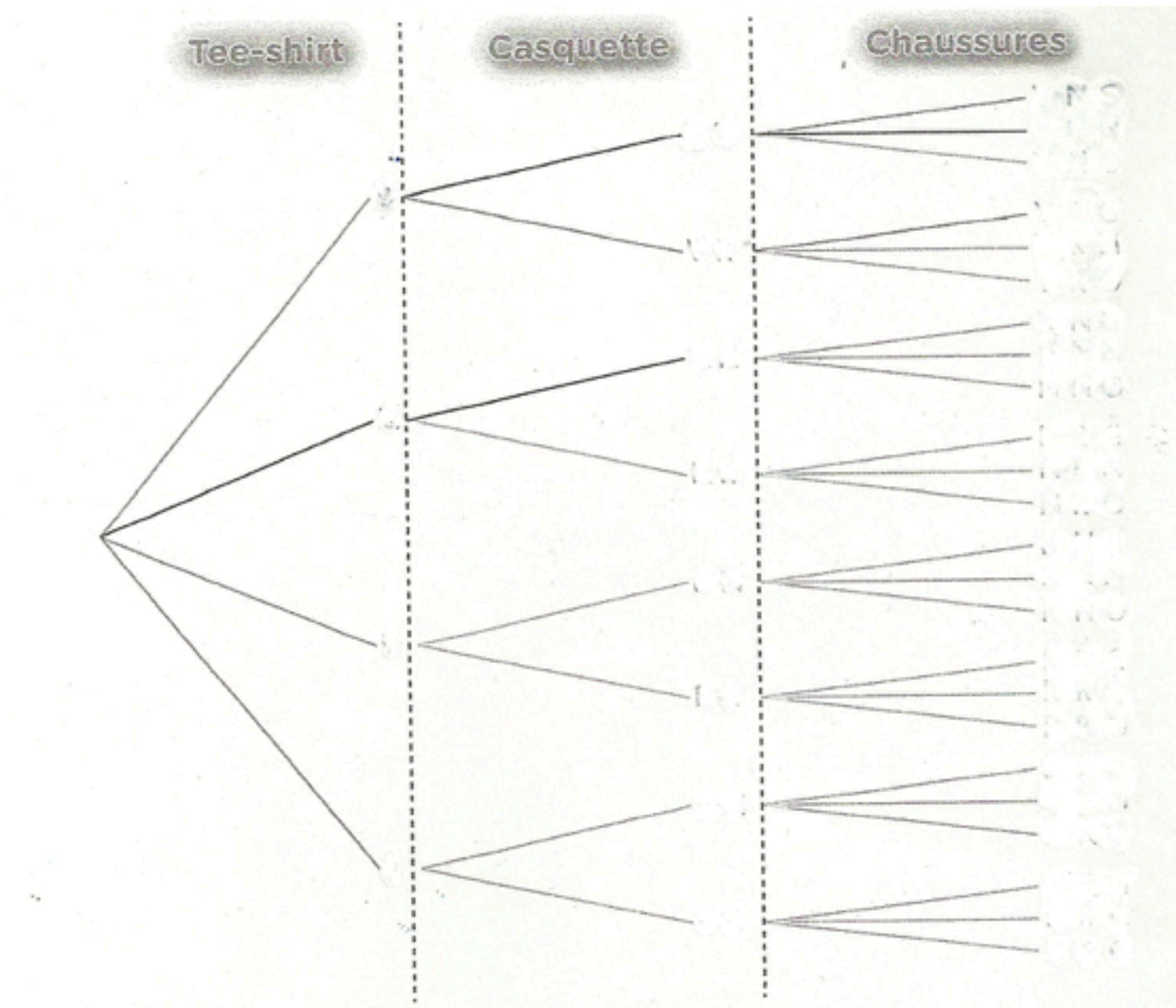
On peut représenter à l'aide d'un arbre ou d'un tableau toutes les issues d'une expérience aléatoire pour déterminer celles qui réalisent un événement.

Application n°4 : Tenue correcte exigée

Dans son armoire, Anatole dispose, entre autres, de quatre tee-shirts (de couleurs verte, noire, bleue et rouge), de deux casquettes (une noire et une rouge) et de trois paires de chaussures (grises, noires et oranges).

Il aime changer souvent de tenue et se demande de combien de choix de couleurs il dispose avec les vêtements de l'armoire.

1. Pour définir l'ensemble des possibilités de choix des vêtements, il réalise un arbre. **Compléter** cet arbre en représentant la couleur verte par un V, la couleur **noire** par un **N**, la couleur bleue par un B, la couleur rouge par un R, la couleur grise par un G et la couleur orange par un O.
   Les premières branches modélisent les tee-shirts, les secondes les casquettes et les troisièmes les chaussures.



2. **Déterminer,** à partir de l'arbre, le nombre total de possibilités.

----

3. Anatole choisit au hasard un vêtement de chaque sorte dans l'armoire.
Déterminer la probabilité pour que les trois vêtements aient la même couleur.

----

4. **Modifier** l'arbre en représentant, sur une feuille blanche, les casquettes pour la première branche, les tee-shirts pour la deuxième et les chaussures pour la troisième. Cette modification change-t-elle le nombre de possibilités de s'habiller ?

☐ oui ☐ non

II. Opération sur les événements

II.1. Définitions

- ***Evénement impossible* :** évènement conduisant à une issue impossible à réaliser.(exemple : réussir à faire 7 avec un dé à 6 faces)
- ***Evénements incompatibles* :** événement conduisant à des issues ne pouvant se réaliser simultanément (exemple : on ne peut pas avoir à la fois un nombre pair et un nombre impair)
- ***Evénement contraire* :** événement constitué de tous les éléments non contenu dans l'événement A, noté $\overline{A}$.(exemple contraire de pair et impair)
- $\boldsymbol{p(A) + p(\overline{A}) = 1}$

Application n°5 : Pour chaque question, une seule réponse est acceptable.

- *On effectue le tirage d'une carte au hasard. Parmi les trois évènements ci-dessous, **indiquer** celui qui n'est pas un événement élémentaire.*

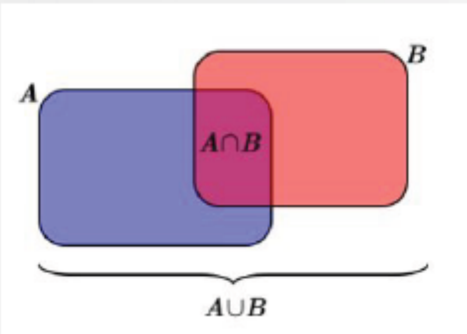
  ☐ Tirage d'une carte de cœur
  ☐ Tirage du 10 de pique
  ☐ Tirage du roi de carreau

- *Lors du lancer d'une pièce de monnaie. On note A l'événement « la pièce tombe sur pile ». Comment appelle-t-on l'événement « la pièce tombe sur face » ?*

- *Dans un lycée de 500 élèves, on comptabilise : 280 garçons dont 58 ont plus de 18 ans. 72 filles sont mineures.*
  On note :
    - *A l'événement l'élève est un garçon.*
    - *B : l'élève est majeur*

1. Calculer la probabilité de l'événement A : p(A) = ...
2. Calculer la probabilité de l'événement contraire à A : $p(\overline{A})$= ....
3. Calculer la probabilité de l'événement B : p(B) = ...
4. Calculer la probabilité de l'événement contraire à B : $p(\overline{B})$= ....

II.2. Opération sur les évènements : Réunion et intersection



Réunion et l'intersection de deux événements

Vocabulaire	Notation	Définition	Exemple
Réunion d'événements	$A \cup B$ « (se lit A union B) »	Evénement constitué par les issues de A ou B (au moins l'un des deux)	$A \cup B$ = {2 ;4 ;5 ;6}
Intersection d'événements	$A \cap B$ « (se lit A inter B) »	Evénement constitué par les issues de A et B (les deux à la fois)	$A \cap B$ ={6}

Application n°6 : Jouer n'est pas gagner

On considère un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on note A et B les évènements suivants :

- *A : l'événement « le nombre tiré est pair ».*
- *B : l'événement « le nombre tiré est strictement supérieur à 4 »*

a. **Calculer** la probabilité de l'événement A. (sous forme fractionnaire)

....

....

....

b. Quelle est la probabilité de l'événement B, notée $p(B)$. ....

....

....

c. **Déterminer** les issues possibles de $A\cap B$ et de $A\cup B$.

- ☐ $A\cap B = \{6\}$
- ☐ $A\cap B = \{1\}$
- ☐ $A\cup B = \{1; 6\}$
- ☐ $A\cup B = \{2; 4; 5; 6\}$
- ☐ $A\cup B = \{1; 2; 4; 6\}$

d. **En déduire** la probabilité $p(A\cap B)$ et $p(A\cup B)$.

$p(A\cap B) =$ .... $p(A\cup B) =$ ....

e. Vérifier que $p(A\cap B) = p(A) \times p(B)$.

$p(A\cap B) =$ .... **=** ....

f. Vérifier que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$

$p(A\cup B) =$ .... = ...

> **Complément :**
> **Si A et B sont deux évènements, on peut écrire que :**
>
> $$\boldsymbol{p(A\cap B) = p(A)\ x\times p(B)}$$
>
> $$\boldsymbol{p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)}$$

Application n°7 : Vaccination

Une épidémie de grippe s'est déclarée au cours de l'hiver. Au printemps, l'infirmière du lycée veut vérifier l'efficacité de la campagne de vaccination faite en début d'année scolaire.
Pour cela, elle fait une enquête auprès des 1 500 élèves de l'établissement.
D'après les résultats obtenus :

- 450 élèves ont été vaccinés ;
- 10 % des élèves du lycée ont eu la grippe ;
- seulement 2 % des élèves vaccinés ont eu la grippe.

1. **Présenter** les résultats de cette enquête en complétant le tableau suivant.

	Nombre d'élèves vaccinés	**Nombre d'élèves non vaccinés**	**Total**
Nombre d'élèves ayant eu la grippe			
Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe			
Total			

2. Un élève du lycée est choisi au hasard.
   L'événement A correspond à : « l'élève a été vacciné »
   L'événement B correspond à : « l'élève a eu la grippe »
   Déterminer les probabilités suivantes :

   p(A) = ... p(B) = ...

3.
   3.1. Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$. ....
   ....
   3.2.Déterminer la probabilité $p(\overline{A})$.
   $p(\overline{A})$= ....
   3.3.Vérifier que $p(\overline{A}) = 1 - p(\text{A})$.
   $p(\overline{A}) = 1 - p(\text{A}) =$ ....
   $p(\overline{A}) = 1 - p(\text{A}) =$ ....

4.
   4.1.Définir par une phrase l'événement A∩ B. ....
   ....

   4.2.Déterminer la probabilité p (A∩ B).
   p (A∩ B) = ...

5. L'événement A∪ B désigne l'ensemble des élèves qui ont été vaccinés ou qui ont eu la grippe.
   5.1.Déterminer le nombre d'élèves correspondant à l'événement A∪ B.
   ....
   ....

   5.2. En **déduire** la probabilité p(A∪ B).
   p(A∪ B) = ...

5.3.Vérifier que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$.

$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B) =$ ....

$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B) =$ ....

Exercices:

- ☐ **1 page 25**
- ☐ **4 page 26**
- ☐ **6 page 26**
- ☐ **7 page 26**
- ☐ **8 page 26**
- ☐ **10 page 27**
- ☐ **12 page 27**
- ☐ **15 page 27**
- ☐ **16 page 27**
- ☐ **20 page 27**
- ☐ **22 page 30**

Problèmes :

- ☐ **31 page31**
- ☐ **33 page 32**
- ☐ **45 page 34**
- ☐ **48 page 34**
- ☐ **49 page 34**