Factorisations : Résumé de cours et méthodes

1 Principe général

Dans une expression factorisée, il n'y a ni addition, ni soustraction à l'extérieur des parenthéses. L'expression se présente sous la forme d'un produit de facteurs.
Factoriser une expression revient à transformer une somme (ou une différence) en un produit.
Exemples :
$(2x-5)(4-x)$ et $x(2-3x)$ sont des expressions factorisées.
Par contre, $3+x(x+2)$ et $(x+3)^2-x^2$ ne sont pas des expressions factorisées.

2 Méthodes de factorisation

2-1 On cherche un facteur commun

Exemple 1 : Dans $A(x)=3x^2-7x$, on reconnaît x comme facteur commun. On a donc : $A(x)=x(3x-7)$.

Exemple 2 : Dans $A(x)=(x+1)(2x+3)-(x+1)^2-4x-4$, on peut faire apparaître $(x+1)$ comme facteur commun.
En effet, $A(x)=(x+1)(2x+3)-(x+1)(x+1)-4(x+1)$.
Donc, $A(x)=(x+1)[(2x+3)-(x+1)-4]=(x+1)(2x+3-x-1-4)=(x+1)(x-2)$.

2-2 On cherche une différence de deux carrés

On utilise alors l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

Exemple 1 : $A(x)=(3x+4)^2-16x^2=(3x+4)^2-(4x)^2$.
Donc, $A(x)=[(3x+4)-4x][(3x+4)+4x]=(-x+4)(7x+4)$.

Exemple 2 : $A(x)=x^2-9+(x+3)^2=(x-3)(x+3)+(x+3)(x+3)$.
Donc, $A(x)=(x+3)[(x-3)+(x+3)]=(x+3)(2x)$.

2-3 En cas d'échec des méthodes précédentes, on développe l'expression, qui en se simplifiant, peut alors se factoriser

Exemple : $A(x)=(x-2)(x^2+2x+4)+x+8$.
On ne reconnaît aucun facteur commun, ni de différence de deux carrés. On développe alors l'expression :
$A(x)=x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8+x+8$.
En simplifiant, il vient : $A(x)=x^3+x=x(x^2+1)$