

F 49: CALCULER LES VOLUMES DE SOLIDES USUELS

COURS:

I- PAVE DROIT, CUBE

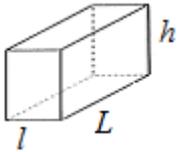
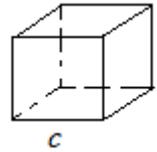
Propriété 1 :

Pour les volumes, l'unité est le mètre cube (m³) et pour les capacités, l'unité est le litre (L) et les tableaux de conversion sont les suivants ; ils sont liés par l'égalité : **1 dm³ = 1 L**

km³	hm³	dam³	m³	dm³	cm³	mm³
			kL	hL	daL	L
				dL	cL	mL

Propriété 2: Expressions littérales, formules

Pour les calculs de volume V, les dimensions doivent être dans la même unité.

<p>Pavé droit : L: longueur, l: largeur, h: hauteur</p>  $V = L \times l \times h$	<p>Cube : arête c :</p>  $V = c \times c \times c$ $V = c^3$
--	--

Exemple 1 :

On calcule le volume d'un pavé droit de 32 mm de longueur, 2,5 cm de largeur et 0,4 dm de hauteur.

$V = L \times l \times h$ ← On écrit la formule

$V = \quad \times \quad \times$ ← On remplace par les données numériques exprimées dans la même unité:
32 mm = ... cm et 0,4 dm = ... cm

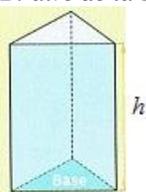
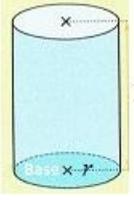
$V =$ ← On calcule

Le volume du pavé droit est de ... cm³. ← On répond avec les unités

II- CYLINDRE ET PRISME DROIT

Propriété 2 (suite): Expressions littérales, formules

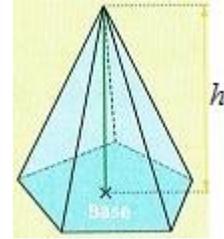
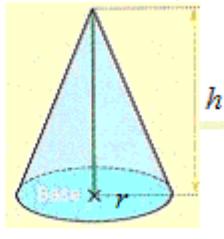
Pour les calculs de volume V, les dimensions doivent être dans la même unité.

<p>Prisme droit:3 h: hauteur, B: aire de la base</p>  $V = B \times h$	<p>Cylindre: r: rayon de la base, h: hauteur</p>  $V = \pi \times r^2 \times h$
---	---

III- PYRAMIDE ET CÔNE

Propriété 2 (suite): Expressions littérales, formules

Pour les calculs de volume V, les dimensions doivent être dans la même unité.

<p>Pyramide: h: hauteur, B: aire de la base</p>  $V = \frac{B \times h}{3}$	<p>Cône: h: hauteur, r: rayon du disque de base</p>  $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$
---	--

EXERCICES:

Exercice 1:

Convertir:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| 1) a) 1 dm³ = ... mm³ | e) 35,635 cm³ = ... mm³ |
| b) 1 dam³ = ... km³ | f) 534 273 m³ = ... km³ |
| c) 200 mm³ = ... cm³ | g) 72,54 m³ = ... dm³ |
| d) 1 542 km³ = ... dam³ | h) 245,6 km³ = ... dam³ |
| 2) a) 1 L = ... dL | d) 1 hL = ... dL |
| b) 1,53 daL = ... cL | e) 12 dL = ... daL |
| c) 35 dL = ... L | f) 172,4 mL = ... dL |
| 3) a) 1 dm³ = ... L | e) 35,635 cm³ = ... dL |
| b) 1 m³ = ... L | f) 2,76 m³ = ... daL |
| c) 1 hL = ... cm³ | g) 7 302 L = 0,007 302 ... |
| d) 131,2 L = ... m³ | h) 10 000 000 mm³ = 100 ... |

Exercice 2:

Compléter avec la bonne unité ou la bonne valeur

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) a) 1 000 000 cm³ = 0,000 001 ... | d) 0,004 67 hm³ = 4 670 ... | |
| b) 6 521 mm³ = 0,000 006 521 ... | e) 24,06 hm³ = 0,024 06 ... | |
| c) 12 dam³ = 12 000 000 ... | | |
| 2) a) 200 L = 2 ... | c) 25 000 mL = 2,5 ... | e) 78,22 hL = 7 822 ... |
| b) 0,085 hL = 85 ... | d) 4,01 mL = 0,401 ... | f) 1 722 daL = 172,2 ... |
| 3) a) 1 m³ = ... dm³ | b) 1 dam³ = ... m³ | |
| c) 1 dm³ = ... m³ | d) 1 m³ = ... dam³ | |
| e) 1 L = ... cm³ | f) 1 mL = ... cm³ | |
| 4) a) 43 000 cm³ = ... dm³ | b) 5,7 m³ = ... dm³ | |
| c) 0,0025 m³ = ... dm³ | d) 500 L = ... m³ | |
| e) 720 cm³ = ... L | f) 48 mL = ... cm³ | |
| 5) a) 4 m³ = ... dm³ | e) ... L = 980 cL | |
| b) 3,87 hm³ = 3 870 ... | f) 1,36 daL = ... dL | |
| c) 137 cm³ = ... dm³ | g) 700 dm³ = 700 ... | |
| d) 1 300 dm³ = ... m³ | h) 58 hL = 5,8 ... | |

Exercice 3:

Choisir une unité pour que le nombre s'écrive avec le moins de zéros possible.

- a) 23 000 cm³ = ... c) 199 700 000 dam³ = ...
 b) 0,000 07 m³ = ... d) 0,060 8 dam³ = ...

Exercice 4:

Associer à chaque volume ou capacité l'objet qui lui correspond.

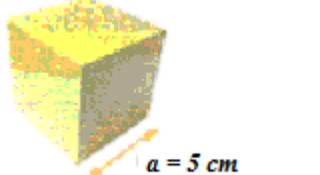
Volume ou capacité

- 16 L *
 1 hm³ *
 10 mm³ *
 600 m³ *
 3 700 000 km³ *
 5 cm³ *
 200 L *

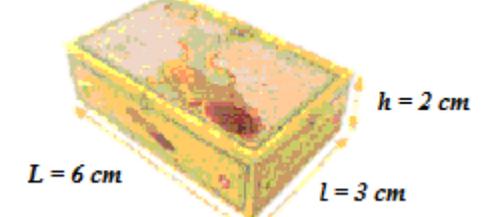
Objet

- * Maison
 * Cartable
 * Baignoire
 * Mer Méditerranée
 * Bille
 * Empire State Building (grand immeuble américain)
 * Grain de riz

I- PAVE DROIT, CUBE**Exercice 5:**

1) Calculer le volume V du cube ci-contre.		$V = a \times a \times a$ $V = \quad \times \quad \times$ $V = \quad \text{cm}^3$
--	---	---

2) Calculer le volume d'un cube dont l'arête mesure: a) 3 m b) 6 dm.

1) Calculer le volume V du pavé droit ci-contre.		$V = L \times l \times h$ $V = \quad \times \quad \times$ $V = \quad \text{cm}^3$
--	--	---

4) Calculer le volume V (en cm³) d'un pavé droit dont les dimensions sont : Longueur = 3 dm; largeur = 10 cm et hauteur = 7 cm

Exercice 6:

Une boîte a la forme d'un pavé droit de dimensions 12 cm, 8 cm et 5 cm.

- a) Calculer le nombre de cubes de côté 1 cm que l'on peut ranger dans cette boîte.
 b) Déterminer le nombre de cubes de côté 1 mm que l'on peut ranger dans cette boîte.
 c) Exprimer son volume en cm³ puis en mm³.
 d) Déduis-en le nombre de millimètres cubes contenus dans un centimètre cube.

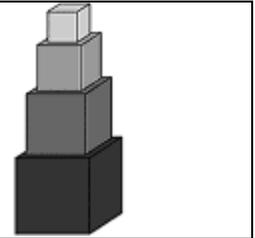
Exercice 7:

Soit un parallélépipède rectangle de largeur l , de longueur L , de hauteur h et de volume V .

Compléter le tableau	<table border="1"> <tr><td>l</td><td>4 cm</td><td>1,2 dm</td></tr> <tr><td>L</td><td>5 cm</td><td>5 dm</td></tr> <tr><td>h</td><td>6 cm</td><td>2 dm</td></tr> <tr><td>V</td><td></td><td></td></tr> </table>	l	4 cm	1,2 dm	L	5 cm	5 dm	h	6 cm	2 dm	V		
l	4 cm	1,2 dm											
L	5 cm	5 dm											
h	6 cm	2 dm											
V													

Exercice 8:

Le petit frère de Pierre a réalisé l'empilement ci-contre. Calculer son volume sachant que le côté du plus gros cube mesure 10 cm et que les côtés des autres cubes mesurent deux centimètres de moins que celui du dessous.

**Exercice 9:**

Pour transporter des marchandises par bateau ou camion, on utilise des containers dont la longueur est de 12 m, la largeur de 2,5 m et la hauteur de 2,5 m.

- a) Calculer le volume d'un container en mètres cubes.
 b) Exprimer ses dimensions en décimètres puis calculer son volume en décimètres cubes.
 c) Donner son volume en décamètres cubes.

Exercice 10:

La fiche technique d'un congélateur donne les dimensions intérieures suivantes:

($L \times P \times H$) en cm: 44 × 42 × 47.

Déterminer la capacité de ce congélateur en litres.

Exercice 11:

Un bac à fleurs est réalisé en bois à l'aide de planches de 12 mm d'épaisseur. La longueur du bac est de 110 cm, sa largeur de 65 cm et sa hauteur de 45 cm (ces dimensions sont mesurées à l'extérieur). Combien de sacs de terre de 25 L faut-il acheter pour remplir le bac?

Exercice 12:

Un homme au repos fait pénétrer dans ses poumons 0,5 L d'air à chaque inspiration.

Combien lui en faudra-t-il pour inspirer au total 1 m³?

Exercice 13:

- 1) Calculer le volume d'un pavé droit de longueur 0,7 dm, de largeur 2,1 cm et de hauteur 11 mm.
 2) Le Groovik's cube est un Rubik's cube géant de 4,5 m de côté. Calculer son volume.

**Exercice 14:**

Une boîte contient exactement 600 cubes d'arête 5 cm chacun, sans qu'il reste d'espace vide.

Calculer le volume V de cette boîte (en cm³, puis en L).

Exercice 15:

Une piscine olympique, qui est un pavé droit, doit avoir les dimensions suivantes:

Longueur $L = 50$ m; largeur $l = 25$ m; Profondeur p : minimum 2 m et maximum 3 m.

Calculer en m³, puis en L, le volume minimal V_{\min} et le volume maximal V_{\max} d'une piscine olympique.

Exercice 16:

La cour de récréation d'une école a la forme d'un rectangle de 60 mètres de long sur 30 mètres de large. Cette nuit, il est tombé 15 cm de neige.

- 1) Calculer le volume V de neige dans la cour.
 2) Une salle de classe mesure 10 mètres de longueur sur 6 mètres de largeur et 2,5 mètres de hauteur. Pourrait-elle contenir toute la neige accumulée dans la cour?

Exercice 17:

Gil a un aquarium de la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur 60 cm, de largeur 8 dm et de longueur 1,1 m. Calculer son volume V (en cm^3 , puis en L).

Exercice 18:

Le bassin de jardin chez Donia a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,50 m. Il est profond de 2,50 m. Le bassin est rempli à 80%.

Calculer le volume V d'eau (en m^3 , puis en L) contenu dans ce bassin.

Exercice 19:

Marion a acheté un jeune arbre de 2 m de hauteur. Ses racines sont prises dans une "motte" dont la forme est celle d'un pavé droit de longueur 30 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 40 cm. Avant de planter cet arbre dans son verger, Marion doit creuser un trou. Son pépiniériste lui a conseillé un trou en forme de pavé droit en doublant toutes les dimensions de la motte. Quel est le volume V du trou que Marion va devoir creuser?



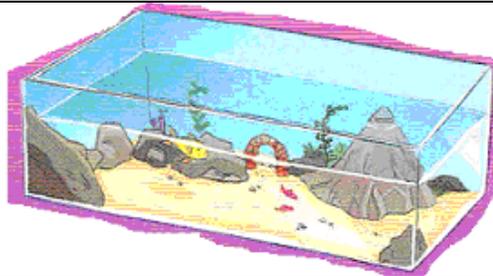
Exercice 20:

- Calculer le volume d'un cube de 54 mm de côté.
- Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle ayant pour dimensions 0,32 cm; 6 mm et 36 mm.

Exercice 21:

Emma vient de verser 50 L d'eau dans cet aquarium. Quelle est la hauteur de l'eau?

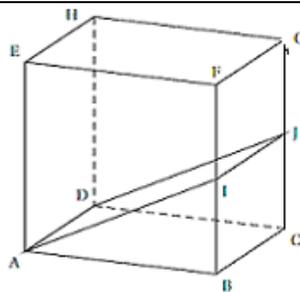
Dimensions de l'aquarium:
 $L\ 60\ \text{cm} \times l\ 30\ \text{cm} \times h\ 41\ \text{cm}$



Exercice 22:

Dans cet exercice, la figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur et ne reflète pas la réalité. Soit un cube ABCDEFGH de 6 cm de côté et I le milieu du segment [BF]. On considère la section AIJD du cube par un plan parallèle à l'arête [BC] et passant par les points A et I.

- Cocher la ou les bonne(s) réponse(s) à la question: La section AIJD du cube est-elle:
 un losange; un rectangle; un parallélogramme; un carré? Justifier la réponse.
- Dessiner en vraie grandeur le triangle AIB et la section AIJD.
- Montrer que l'aire du triangle AIB est égale à $9\ \text{cm}^2$.
- La partie basse ABIDCJ du cube est un prisme droit. Calculer le volume du prisme droit ABIDCJ en cm^3 .



Exercice 23: Thème E fil rouge

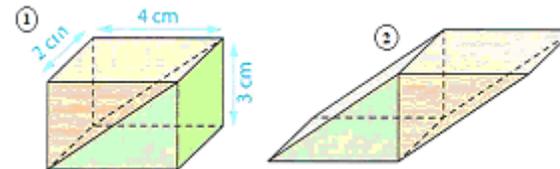
A quoi sert le script suivant?



Exercice 24:

On a découpé le parallélépipède rectangle en deux parties comme indiqué sur la figure 1 ci-dessous, puis on a assemblé les deux parties pour former le solide de la figure 2.

- Quel est le volume du nouveau solide?
- Quelle est l'aire de la face avant?

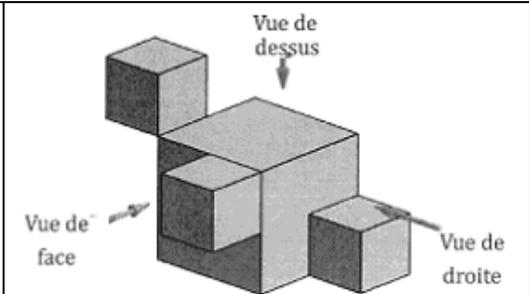


Exercice 25:

La figure ci-contre représente un solide constitué de l'assemblage de quatre cubes:

- trois cubes d'arête 2 cm;
- un cube d'arête de 4 cm.

Quel est le volume de ce solide?



Exercice 26:

Un cube de glace dont l'arête mesure 12 cm est placé au soleil. Quelques minutes plus tard, il a fondu, c'est toujours un cube mais ses arêtes ne mesurent plus que la moitié de celles du départ.

- Calculer le volume: a) du cube du départ; b) du cube "fondu".
- Par quel nombre faut-il multiplier le volume du cube "fondu" pour trouver le volume de départ?

Exercice 27:

I- Calculer le volume V (en cm^3) d'un pavé droit dont les dimensions sont : Longueur = 30 mm; largeur = 1,5 cm et hauteur = 2,5 dm.

II- Le volume d'un pavé droit est 30 m^3 . Ce pavé a une longueur de 5 m et une largeur de 3 m. Calculer sa hauteur.

III- 1) Calculer le volume V d'un parallélépipède rectangle de longueur 3 cm, de largeur 2 cm et de hauteur 5 cm.

2) On multiplie par 2 toutes les dimensions de ce parallélépipède.

a) Calculer le volume V' du nouveau parallélépipède rectangle.

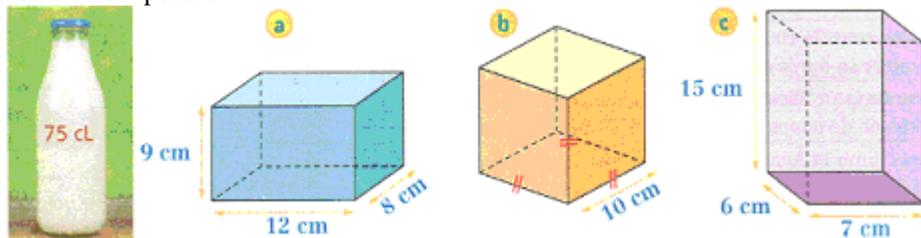
b) Par quel nombre faut-il multiplier V pour obtenir V' ?

Exercice 28:

Amine veut vider une bouteille de 75 cL dans un récipient.

Lesquels des trois récipients ci-dessous peuvent contenir tout le liquide de la bouteille?

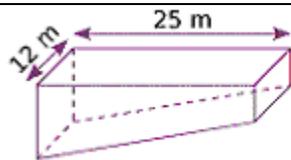
Justifier les réponses.



II- CYLINDRE ET PRISME DROIT

Exercice 29:

Un prisme a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L par minute, combien de temps faut-il pour la remplir?

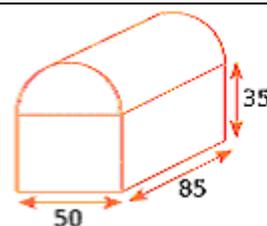


Exercice 30:

Un seau a la forme d'un cylindre de révolution. Le fond du seau est un disque de diamètre 30 cm. Sa hauteur mesure 4,5 dm. Quelle est, en litres, la contenance de ce seau?

Exercice 31:

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre). Calcule le volume de coffre arrondi au cm^3 .



Exercice 32:

Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux $\frac{5}{6}$ de sa

hauteur. Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau ne déborde? Expliquer la réponse.

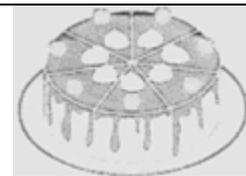
Exercice 33:

Un gâteau cuit dans un moule cylindrique de 22 cm de diamètre et de 6 cm de hauteur est partagé en sept parts égales.

1) Calculer le volume en cm^3 de chaque part, arrondi au dixième.

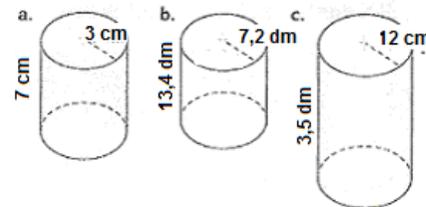
2) Sachant que 100 cm^3 de ce gâteau apporte 115 Kcal.

Combien de Kcal absorbe-t-on si l'on mange une de ces sept parts? Présenter une démarche claire et un ou plusieurs calculs. Arrondir à l'unité.



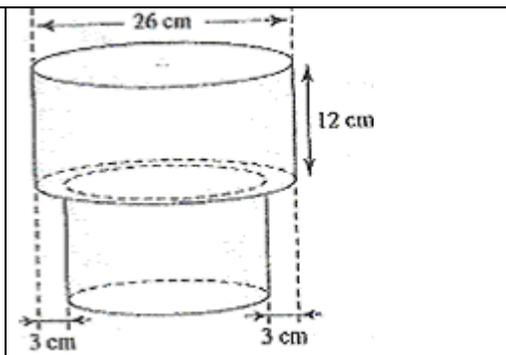
Exercice 34:

En utilisant la touche π de la calculatrice, trouver l'arrondi au dixième du volume de chacun des cylindres de révolution ci-dessous.



Exercice 35:

Cette coupe est composée de deux cylindres superposés de même hauteur. Calculer le volume total en dm^3 de cette coupe, arrondi au millième.



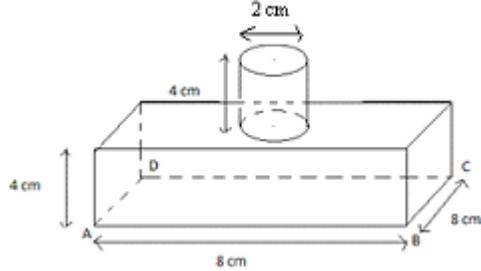
Exercice 36:

Lucas a acheté un bloc de paraffine qui a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions 8 cm, 12 cm et 4 cm.

Il fait fondre cette paraffine pour confectionner des bougies cylindriques de 1,5 cm de rayon et de 12 cm de hauteur. Combien de bougies pourra-t-il réaliser ?

Exercice 37:

Un appareil photo est composé de deux parties représentées par un pavé droit surmonté d'un cylindre de diamètre 2 cm pour le zoom qui est placé au centre de la face du dessus. Voir schéma ci-dessous.



Partie 1 : 1) Quel est le volume de l'appareil photo entier, arrondi à 1 cm^3 près ?

2) Sachant que la masse est de $0,5 \text{ g}$ par cm^3 d'appareil photo en moyenne.

Quelle est la masse totale de l'appareil ?

3) Zachary veut fabriquer un cache pour son zoom. Il prend un morceau de plastique carré de 2 cm de côté. Il découpe dedans un disque de 2 cm de diamètre.

Quelle est la surface de plastique perdue lors de la découpe, arrondir à 1 mm^2 près ?

Partie 2 : 1) Zachary peut prendre 120 photos par minute avec son appareil.

Combien cela fait-il de photos en 1 seconde ?

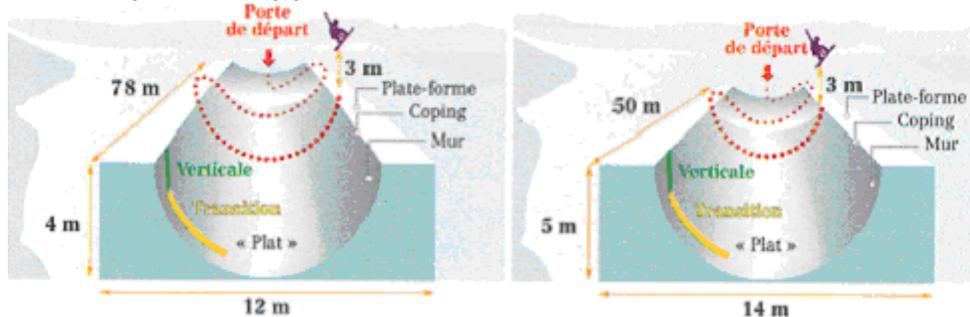
2) Finalement Zachary veut quand-même profiter du paysage et décide de ne faire que 12 photos par heure pendant son voyage. Il part pour ce voyage le matin à 8 h 17 min et rentre le soir à 17 h 12 min. Combien aura-t-il pris de photos au total? Arrondir à une photo près.

Exercice 38:

Le halfpipe, demi-tube en anglais, est une épreuve de snow-board, discipline des jeux Olympiques d'hiver, qui se déroule dans un demi-cylindre creusé dans la neige.



Voici deux pistes de halfpipe:

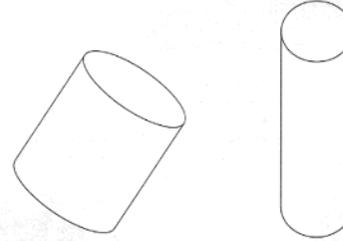


Question: Pour le creusement de quelle piste de halfpipe a-t-il fallu évacuer le plus de neige?

Exercice 39:

A l'aide d'une feuille de papier A4, on peut construire deux tubes cylindriques différents.

Question: Quel est celui qui contient le plus grand volume?



Exercice 40:

Pour reboucher un trou ayant la forme d'un pavé droit de longueur $0,5 \text{ m}$, de largeur 30 cm et de profondeur 10 cm . Jonathan doit réaliser un

mélange de $\frac{1}{3}$ de ciment, la moitié de sable et $\frac{1}{6}$ de graviers. Pour faire

ses dosages, il utilise une boîte cylindrique de diamètre 10 cm et de hauteur $1,6 \text{ dm}$.

1) Combien de boîtes de chaque matériau devra-t-il mettre dans le mélange? (Arrondir le volume de la boîte au 100^{e} de dm^3).

2) Pour ce mélange, il faudra environ $1,5 \text{ L}$ d'eau. Combien de boîtes cela représente-t-il?



Exercice 41:

Les élèves d'un collège de Périgueux ont été sensibilisés à la lutte contre le gaspillage alimentaire.

Un groupe d'élèves s'est intéressé au gaspillage du pain en relevant la fin de chaque semaine le nombre de poubelles de pain jeté pendant six semaines. Le modèle de poubelle utilisé est décrit ci-dessus. Voici le nombre de poubelles de pain relevé par les élèves:

- semaine 1: 2 poubelles entières
- semaine 2: 3 poubelles entières
- semaine 3: 2 poubelles entières et une demi poubelle
- semaine 4: 2 poubelles entières et un quart de poubelle
- semaine 5: trois quarts de poubelle
- semaine 6: 2 poubelles entières

En moyenne, quel est le volume approximatif de pain gaspillé par semaine dans ce collège? Donner la réponse en litres.



Poubelle
hauteur 67 cm x diamètre 51 cm
Matière principale :
100 % plastique

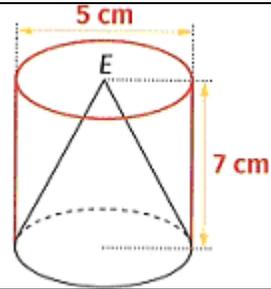
III- PYRAMIDE ET CÔNE

Exercice 42:

Calculer le volume d'une pyramide à base rectangulaire de longueur 5,4 m, de largeur 3,2 m et de hauteur 7 m.

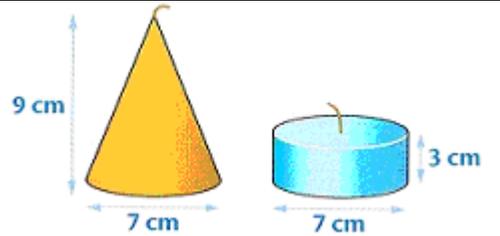
Exercice 43:

Un cylindre contient un cône de révolution.
Calculer le volume du cylindre et le volume du cône. Donner les valeurs exactes puis les valeurs arrondies à l'unité.



Exercice 44:

Vrai ou Faux. Justifier la réponse.
Ces 2 bougies ont le même volume de cire.



Exercice 45:

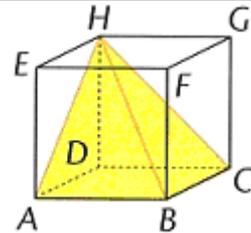
Le plateau de Gizeh près du Caire en Égypte est réputé pour ses trois pyramides à base carrée.

Khéops: Hauteur 147 m; Côté de la base 232 m
Khephren: Hauteur 143 m; Côté de la base 215 m
Mykérinos: Hauteur 65 m; Côté de la base 105 m
Calculer le volume de ces 3 pyramides.



Exercice 46:

ABCDEFGH est un cube de 12 cm d'arête.
1) Calculer le volume de la pyramide ABCDH.
2) Quelle fraction du volume du cube celui de la pyramide représente-t-il?

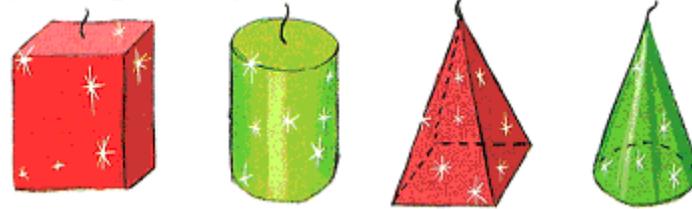


Exercice 47:

Une coupe en verre a la forme d'une pyramide à base carrée de côté 6 cm. Elle peut contenir au maximum 18 cL de liquide. Quelle est sa hauteur?

Exercice 48: Les bougies de Noël

Quatre bougies sont représentées ci—dessous. Elles ont toutes une hauteur de 20 cm.



Leurs bases sont des carrés de 7 cm de côté ou des disques de 7 cm de diamètre.

a) Calculer le volume V de cire, arrondi au centilitre près, de chacune de ces bougies. On ne tiendra pas compte de la mèche.

b) Noé dit: "Il faut exactement 98 cL de cire pour fabriquer trois bougies en forme de pyramide."

Ali dit: "Comment peux-tu l'affirmer puisque l'on ne connaît pas exactement le volume de cire d'une bougie?"

Noé a-t-il raison? Si oui, expliquer son raisonnement.

c) Avec 4 L de cire rouge, 8 bougies ont été fabriquées et il ne reste plus assez de cire pour en faire une de plus.

Combien de ces bougies ont la forme d'une pyramide?

Exercice 49:

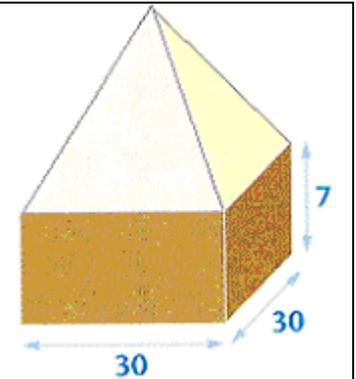
Pour son anniversaire, Julien a commandé un gâteau composé de deux parties: une partie en chocolat, en forme de pavé droit, surmontée d'une partie à la vanille en forme de pyramide.

Vanille et chocolat ont le même volume.

a) À l'aide des dimensions en cm données sur le schéma, calculer V_1 , le volume du pavé droit.

b) On appelle h la hauteur de la pyramide et V_2 son volume. Montrer que $V_2 = 300 \times h$.

c) En déduire h .

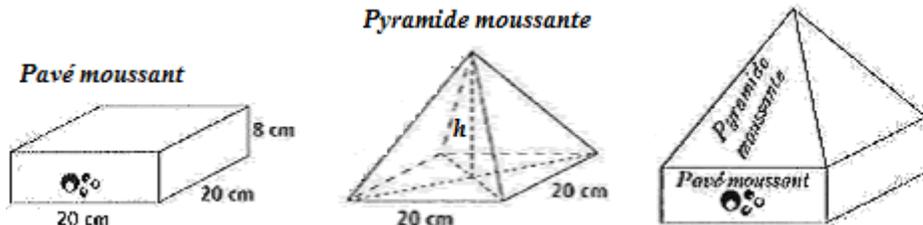


Nom: _____ **Classe:** _____ **Date:** _____
Prénom: _____ **Évaluation de compétences F49**

Exercice 50: Re et Ca

Un vendeur de bain moussant souhaite faire des coffrets pour les fêtes de fin d'année. En plus du traditionnel "pavé moussant", il veut positionner par-dessus une "pyramide moussante" qui ait le même volume que le pavé.

Les schémas suivants donnent les dimensions (h désigne la hauteur de la pyramide):

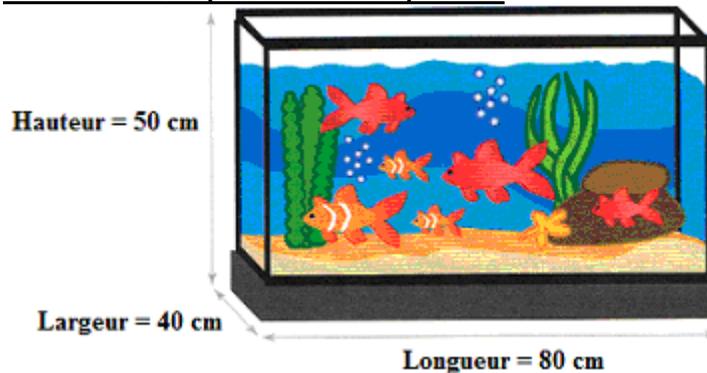


- 1) Calculer le volume d'un "pavé moussant".
- 2) Montrer que le volume d'une "pyramide moussante" est égal à $\frac{400h}{3}$ cm³.
- 3) En déduire la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.

Exercice 51: Re et Ca

L'aquarium de Lyly a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il est rempli d'eau aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur. Elle souhaite y installer une pyramide de décoration d'une hauteur de 9 cm.

Document 1: Croquis annoté de l'aquarium.



Document 2: Dessin de la pyramide	Document 3: Fiche descriptive de la pyramide
	<u>Thème</u> : pyramide
	<u>Couleur</u> : noir et sable
	<u>Matière</u> : résine
	<u>Dimensions</u> : 10 cm × 10 cm × 9 cm
	<u>Forme</u> : pyramide régulière à base carrée
	<u>Poids</u> : 0,3 kg
	<u>Utilisation</u> : Décoration aquatique

Lyly peut-elle plonger sa pyramide décorative sans craindre de voir l'eau déborder de l'aquarium?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

