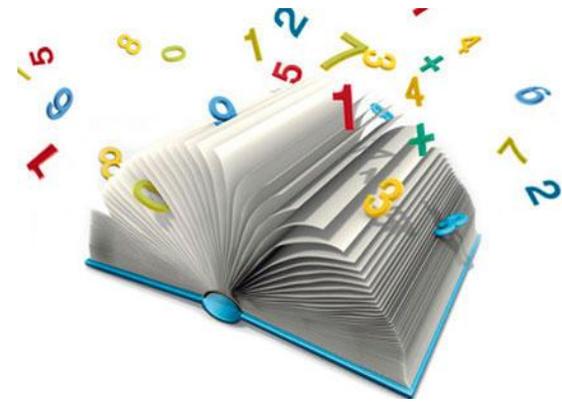


# Logique et Résolution de problèmes en maternelle



# Sources

- ▶ Conférence de Jacquart
- ▶ - Mathématiques à l'école primaire, *doc. d'accompagnement des programmes*
- Premiers pas vers les maths, *Rémi Brissiaud Ed. Retz*
- *Enseigner les mathématiques à la maternelle, F Cerquetti Aberkane, Hachette Education*
- Un rallye mathématique en maternelle - F Emprin, F. Emprin-Charlotte, SCEREN CRDP Champagne-Ardenne
- ▶ - Des situations pour apprendre le nombre, Cycle 1 et GS, C. Rajain, E Vaslot, L. Ney, SCEREN CRDP Champagne-Ardenne

# Préambule

- ▶ Les élèves ont beaucoup de difficultés pour résoudre des problèmes à l'école élémentaire (tous les cycles confondus)

*Voir les Évaluations Nationales (CE2 et 6<sup>ème</sup>) et Européennes (PISA).*

- Pourquoi cette partie de l'activité mathématique correspond, pour la majorité des élèves (*du Cycle 3, par exemple*), à un moment difficile, pénible, sans sens et surtout sans enjeu ?

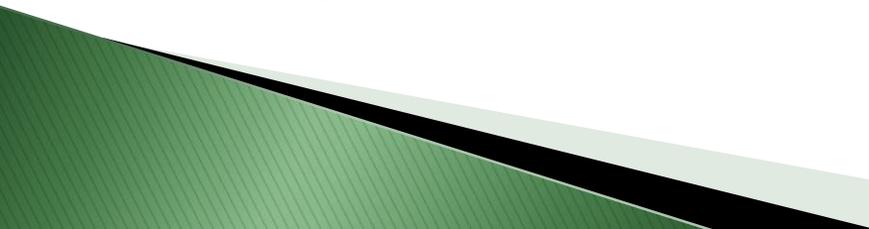
# Préambule

Simple et compliqué...

Parce que:

- les élèves ne résolvent pas de véritables problèmes à l'école,
- le contrat inhérent à la résolution de problème n'est pas correctement initié entre l'enseignant et les élèves.
- La conception est erronée car beaucoup pensent que le problème est essentiellement à support écrit, ce qui est faux !

=> On peut donc **commencer au Cycle 1!**



# Préambule

La résolution de problèmes au cycle 1 c'est:

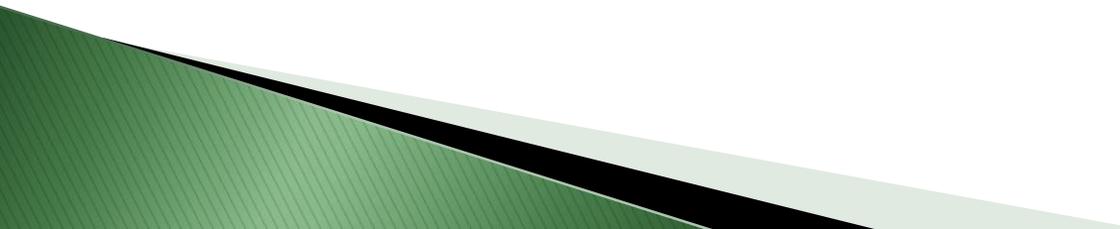
- la recherche: « sentir » que l'on peut faire des essais, les procédures peuvent et doivent être diversifiées ,
- Entrer en action sur le réel, certes, mais surtout anticiper, par une « opération mentale » une action pragmatique, à l'imaginer possible avant de la réaliser
- Commencer à se confronter à la validation théorique, avant la validation pratique ou pragmatique

# La pensée logique

D'après Jacquart...

- ▶ L'enfant apprend à :
  - formuler des interrogations plus rationnelles,
  - anticiper des situations,
  - prévoir des conséquences,
  - observer les effets de ses actes,
  - construire des relations entre les phénomènes observés,
  - identifier des caractéristiques susceptibles d'être catégorisées.
  - **Il s'essaie à raisonner.**

# Qu'est-ce qu'un problème ?

- ▶ Selon la définition du psychologue suisse Jean Brun, un problème se caractérise par:
    - 1 / une situation initiale avec un but à atteindre,
    - 2 / une suite d'actions ou d'opérations nécessaires pour atteindre ce but,
    - 3 / un rapport sujet/situation: la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire.
- 

# Qu'est-ce qu'un problème ?

1 / Une situation initiale avec un but à atteindre

- ▶ Le problème mathématique est posé par l'enseignant. Ce problème doit devenir celui de l'élève qui devra :
  - identifier la situation et le but à atteindre (donc savoir de quoi ça parle et que dois-je faire?)
  - accepter la tâche.
- ▶ Il faut qu'il y ait dévolution du problème.

# Qu'est-ce qu'un problème ?

## 2/ Une suite d'actions ou d'opérations

- ▶ Comment atteindre la dévolution, comment favoriser l'identification de la situation et de la tâche ?
  - par le matériel qui impose le problème
  - par l'utilisation d'exemples et de contre exemples
  - par la formulation puis la reformulation de la consigne par l'élève

# Qu'est-ce qu'un problème ?

## 2/ Une suite d'actions ou d'opérations

- ▶ **Comment favoriser l'acceptation de la tâche par l'élève ?**
  - par l'évidence du caractère fonctionnel de la tâche
  - par la dimension ludique de la situation et du matériel
  - par le recours à un mime ou un médiateur (marionnettes, livres,...)
  - par la mise en scène, la théâtralisation du problème

# Qu'est-ce qu'un problème ?

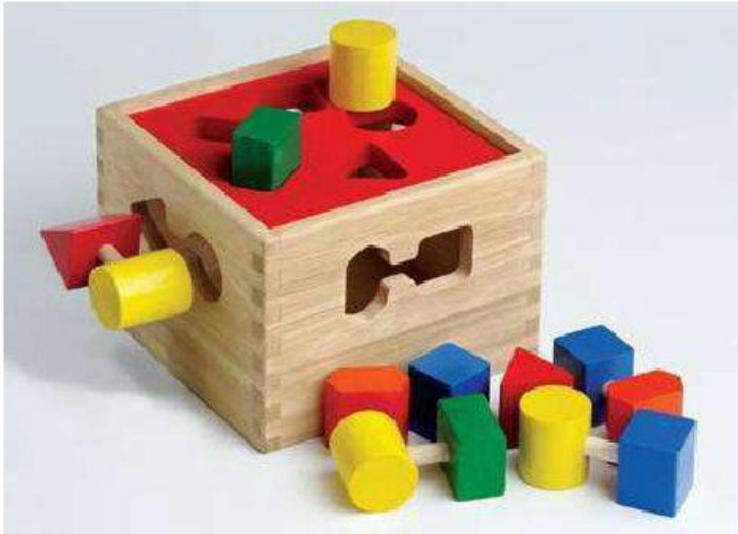
## 2/ Une suite d'actions ou d'opérations

- ▶ **Comment favoriser l'engagement dans la résolution ?**
  - par l'intérêt porté à l'activité de l'enfant par les encouragements,
  - par une aide appropriée,
  - par la mise en valeur du défi à relever

# Qu'est-ce qu'un problème ?

## 3/ Un rapport Sujet / Situation

- ▶ **Comment favoriser la construction de réponses possibles par tous ?**
  - Il faut envisager une différenciation des activités :
    - par le jeu des variables didactiques :



Pour différencier :

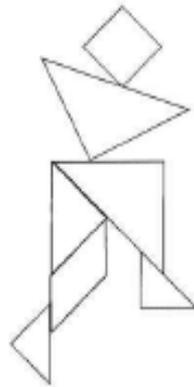
1. donner des formes simples
2. donner des formes simples mais masquer une information
3. donner l'ensemble des pièces

# Quels types de problèmes ?

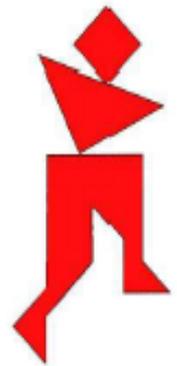
- ▶ les **problèmes pour apprendre** : on vise des connaissances
- ▶ les **problèmes pour chercher** : on développe l'esprit logique



personnage 1



personnage 2



# Procédures de résolution

## Procédure par essais et ajustements

- ▶ l'idée du tâtonnement
- ▶ inviter à prendre du recul, à réfléchir à ce qu'il a fait, à verbaliser ce qu'il a fait, à s'intéresser aux procédures des autres,...

# Procédures de résolution

## Procédures par induction

- ▶ On propose un début de réalisation à enfant ; il doit trouver comment ça marche et doit poursuivre. L'enfant doit découvrir la règle et la prolonger.



*Suite logique sur une grille*

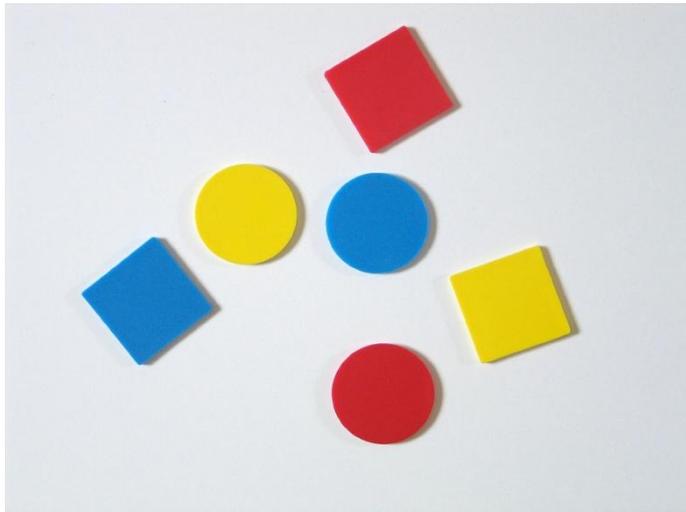


*tableau à double entrée  
sans indiquer les entrées*

# Procédures de résolution

## Procédures par déduction

- ▶ L'enfant doit s'engager dans une procédure de déduction à partir des informations à sa disposition.



J'ai caché une pièce semblable à l'une de celles-ci ... laquelle est-ce ?

Est-ce un carré ?                      NON

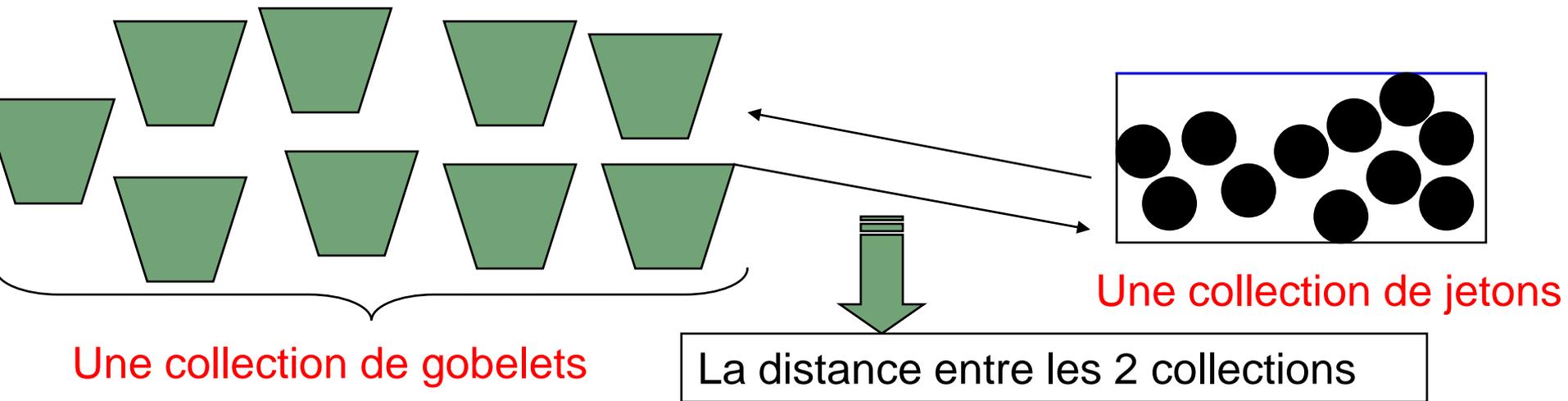
Est-il bleu ?                              NON

Est-il jaune ?                            NON

# Des problèmes :exemples

## Une situation fondamentale

- ▶ la situation des ... voleurs, lutins,.. le robot, ... etc



**Consigne:** « il faut aller chercher juste ce qu'il faut de jetons, au retour il doit y avoir un jeton dans chaque gobelet et pas de gobelet vide... »

# Des problèmes :exemples

Exemple (PS -D Valentin)

- ▶ Il s'agit de ranger des boîtes dans une valise :



Ce qui est intéressant c'est que la situation proposée permet de travailler la compétence « ranger des objets selon leur taille » en proposant aux élèves un problème qui a du sens pour eux : il y a un but à atteindre, bien ranger les boîtes »

# Des problèmes :exemples

Exemple « Les poupées » (MS – D. Valentin)

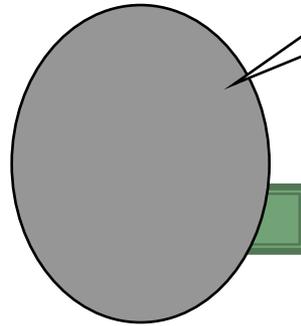
- ▶ Premier problème : « *Comment peut-on ranger toutes les poupées dans cette boîte de manière à ce qu'on ne voit qu'une poupée, que toutes les autres soient cachées ?* »
- ▶ Il s'agit de découvrir qu'il est possible de placer les poupées dans n'importe quel ordre, sauf la plus grande qui doit se trouver dessus.
- ▶ Deuxième problème : « *Comment peut-on ranger toutes les poupées dans cette boîte de manière à ce qu'on puisse voir combien il y a de poupées sans les déplacer ?* »
- ▶ Ce deuxième problème admet une seule solution : ranger les figurines de la plus grande (au fond) à la plus petite.

# Des problèmes :exemples

## Exemple « le chapeau » (MS)



Exemple de petits cadeaux



On place le  
chapeau.

Etape 1: Après avoir dénombré les cadeaux ou les pions, un chapeau vient cacher une partie de la collection.

Les élèves doivent deviner le nombre d'objets qui sont cachés....

Etape 2: Il doivent également aller chercher des jetons, pareil... pas plus, pas moins... que les pions qui sont cachés → validation.

# Des problèmes :exemples

## Exemple « les camions » (MS/GS)



Deux élèves remplissent les camions.



Pour  $a = 3$ ,  $b = 5$ ,  $n = 28$ ,  
certains camions ne sont pas  
remplis correctement.

**Il s'agit de placer 28 cubes (ou « n ») dans 7 camions (ou « p »),**  
Mais il ne faut pas que chaque camion soit trop lourd: pas plus de 5 cubes,  
mais pas trop léger, pas moins de 2 cubes.

Pour généraliser, on peut choisir:  $n$ ,  $p$  tels que:  $2 \times p \leq n \leq 5 \times p$

Exemple, une solution: 4, 4, 4, 5, 5, 3, 3...ou 5, 4, 2, 2, 5, 5, 5... et  
beaucoup d'autres encore!!!!

Le nombre est utilisé pour contrôler le partage qui est inéquitable.

# Des problèmes :exemples

Exemple « le repas des souris » (MS/GS)



Il s'agit de donner à manger à  $p$  souris

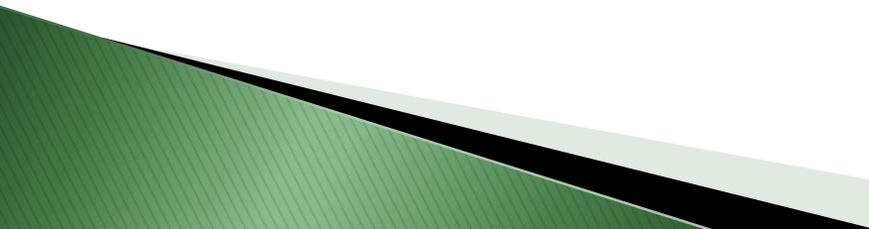
Il y en a  $n$  morceaux de fromage (=cubes).

Mais toutes les souris doivent manger la même chose, aucune ne doit être favorisée!!!

Cette fois, c'est un partage équitable...Le contrôle par les nombres est essentiel, mais difficile (surtout quand  $n = 17$  et  $p = 5$ )

# Développer la pensée logique

Quelles compétences notionnelles pour favoriser le développement de la pensée logique ?

- ▶ comparer des objets
  - ▶ classer des objets
  - ▶ ranger des objets
  - ▶ reconnaître et poursuivre des rythmes
  - ▶ interpréter et produire des symboles
  
  - ▶ **Pourquoi ? Développer les capacités d'abstraction nécessaires pour résoudre des problèmes !**
- 

# Développer la pensée logique

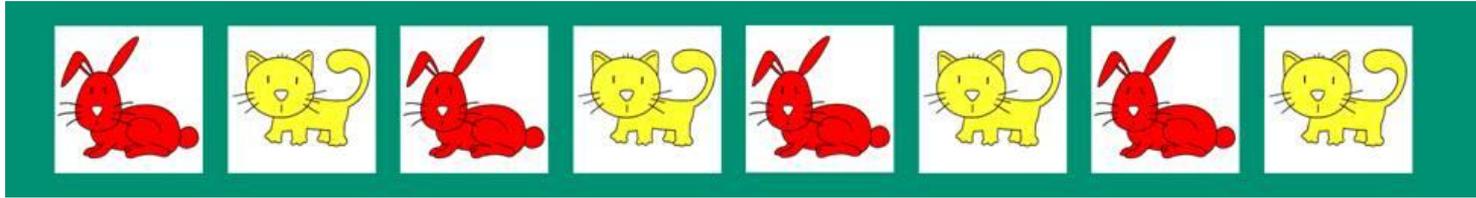
## Précisions de vocabulaire

- ▶ **Classer, trier** : c'est mettre ensemble (faire des paquets, mettre dans des boîtes...)
- ▶ **Ranger, sérier** : c'est mettre en ordre (réaliser une file, une chaîne)
- ▶ **Trier** : c'est prendre en compte une seule valeur de la propriété : la nature figurative de l'élément par exemple.
- ▶ **Classer** : c'est prendre en compte toutes les valeurs de la propriété (on ne polarise pas seulement sur une valeur).
- ▶ **Passer du tri au classement**, c'est faire preuve d'une conduite plus évoluée.

# Développer la pensée logique

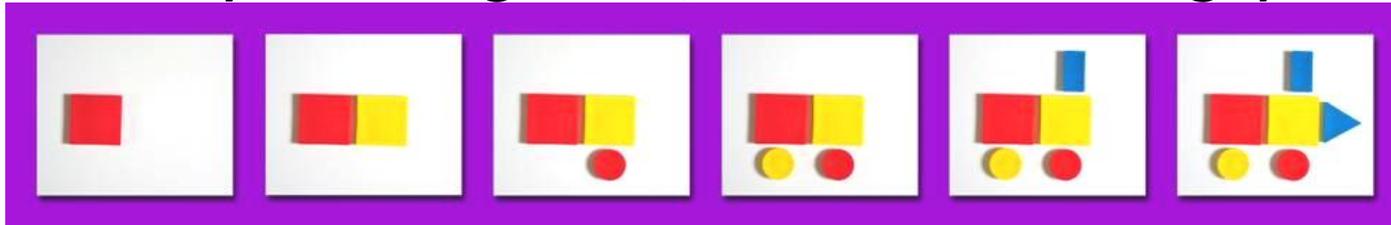
## Exemples

- ▶ *Un exemple de sériation, la frise décorative*



- ▶ *C'est un algorithme, une alternance. Il s'agit d'une sériation.*

- ▶ *Un exemple de rangement, une frise chronologique*



- ▶ *Reconstituer les étapes de la reconstitution d'un véhicule est une activité plus délicate car à chaque fois, je n'ai qu'une seule solution pour la pièce suivante. L'activité est plus contraignante que la première.*

# Développer la pensée logique

## *Des exemples d'algorithmes*

### ▶ Rythmes répétitifs



### ▶ Rythmes évolutifs



# Développer la pensée logique

## L'importance des matériels structurés

<i>les blocs logiques</i>	<i>les abaques</i>	<i>les Acromaths</i>	<i>Quadriludi</i>
			
60 blocs : 5 formes, 3 couleurs, 2 tailles, 2 épaisseurs	25 pièces : 2 propriétés, 5 formes 5 couleurs	2 tailles de clown, 4 formes de pièces, 6 couleurs	Tableau logique 4 formes figuratives. 4 couleurs

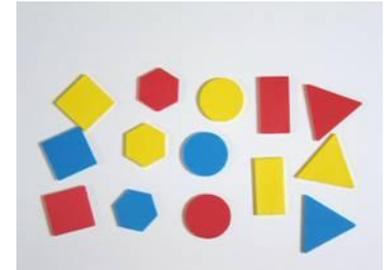
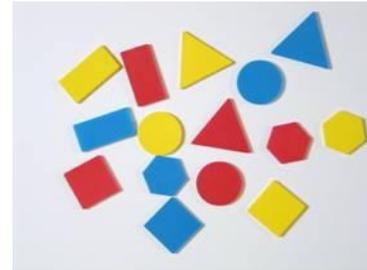
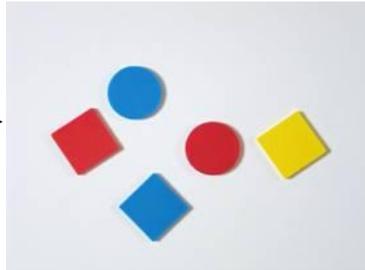
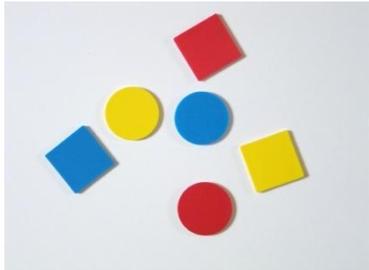
# Développer la pensée logique

L'intérêt des jeux logiques

## ▶ repérer l'intrus



## ▶ retrouver l'élément manquant



# Développer la pensée logique

## L'intérêt des jeux logiques

### ▶ Le jeu du portrait:



Le clown et le tambour sont-ils de la même couleur ? NON

Le clown est-il rouge ? OUI

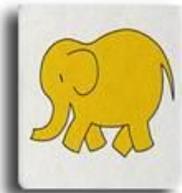
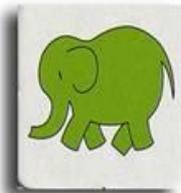
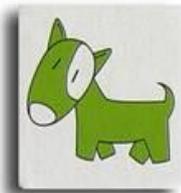
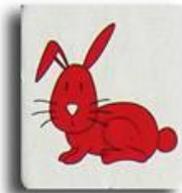
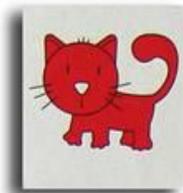
Le tambour est-il vert ? OUI

Le clown est-il grand ? OUI

### ▶ Le jeu de différence



ou



# Des problèmes pour chercher

## Les jetons

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
Une boîte rouge une boîte bleue 12 jetons	Distribuer les jetons de manière équitable dans les deux boîtes (situations de partage).  Placer les 12 jetons dans les deux boîtes mais il doit y avoir 12 jetons de plus dans la boîte rouge.	<ul style="list-style-type: none"><li>– le nombre de jetons (les procédures d'essais et d'ajustement seront plus difficiles à mettre en œuvre si le nombre est plus important)</li><li>– l'écart entre les nombres de jetons (ex : 4 jetons de plus dans la boîte rouge)</li><li>– la nature des boîtes (ex : au lieu de donner une simple boîte, proposer une boîte à compartiments pour faciliter le travail et la recherche)</li><li>– les dimensions de la boîte</li></ul>

# Des problèmes pour chercher

## Les boîtes à œufs

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
Une boîte à œuf et des jetons rouges et bleus	Remplir la boîte ( <u>un</u> jeton dans chacune des 12 alvéoles).  Il doit y avoir 2 jetons rouges de plus que de jetons bleus.	– l'écart entre les nombres de jetons.  – les « dimensions » de la boîte. ( 3x4, 2x6, 2x3 ...)

# Des problèmes pour chercher

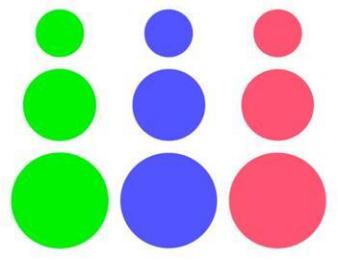
## Les acromaths

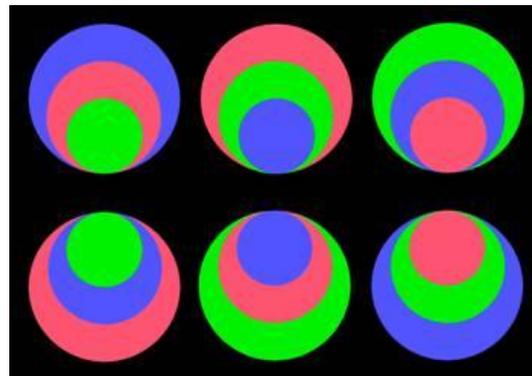
<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
Des acromaths : une seule taille, 3 couleurs. Des « tambours » : 3 couleurs.	Trouver toutes les associations possibles : un acromath sur un tambour	-le nombre de propriétés en jeu, -les propriétés en jeu, -le nombre de valeurs pour chaque propriété, -les valeurs de chaque propriété.



# Des problèmes pour chercher

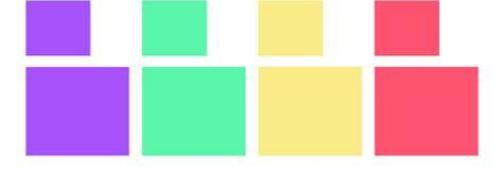
## Les disques

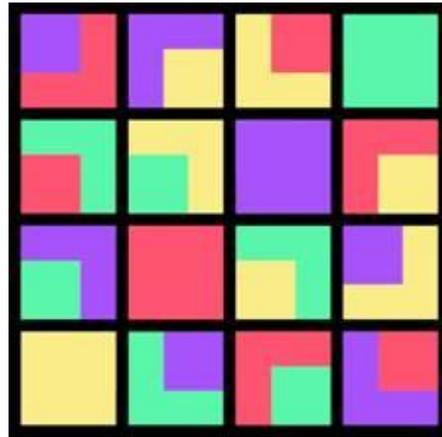
<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p>Des disques de 3 tailles et de 3 couleurs</p> 	<p>Rechercher tous les empilements (grand, moyen, petit) de 3 disques de 3 couleurs différentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Nombre de disques</li><li>- Nombre de couleurs</li></ul>



# Des problèmes pour chercher

## Les carrés

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p>Des carrés de 2 tailles et de 4 couleurs</p> 	<p>Rechercher toutes les associations (petit / grand) de 2 carrés.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Nombre de carrés</li><li>- Nombre de couleurs</li></ul>



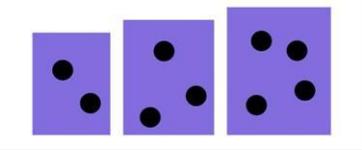
# Des problèmes pour chercher

## La carte aux étoiles

<i>Situation</i>	<i>But</i>	Variables didactiques
<p>3 cartes sur lesquelles sont déjà collées 1, 2, 3 étoiles 12 étoiles à coller</p> 	<p>Placer les 12 étoiles. Sur les 3 cartes il devra y avoir autant d'étoiles.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Le nombre de cartes</li><li>- Le nombre d'étoiles déjà collées sur chacune des cartes</li><li>- les écarts entre ces nombres</li><li>- Le nombre d'étoiles à placer</li></ul>

# Des problèmes pour chercher

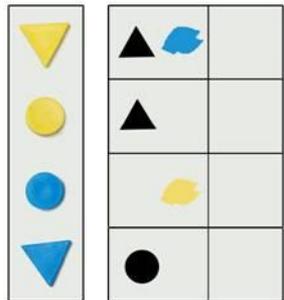
## Un de plus

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p>Au préalable:</p>  <p><i>3 boîtes (petite, moyenne, grande). La moyenne a 1 jeton de plus que la petite. La grande a 1 jeton de plus que la moyenne.</i></p> <p>3 boîtes (petite, moyenne, grande) et 12 jetons</p> 	<p>La moyenne doit avoir 1 jeton de plus que la petite. La grande doit avoir 1 jeton de plus que la moyenne</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Le nombre de jetons</li><li>- Le nombre de boîtes</li></ul>

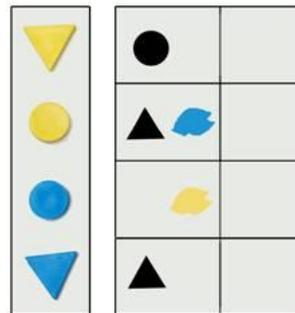
# Des problèmes pour chercher

Devinez

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
2 formes et 2 couleurs. Une carte est proposée aux enfants. Un codage indique quelle est la pièce à placer.	Retrouver les formes (à l'aide des indications données)	<ul style="list-style-type: none"><li>- L'ordre dans lequel on donne les informations</li><li>- Augmenter les critères</li><li>- Introduction de la notion de négation à partir de la première propriété</li></ul>

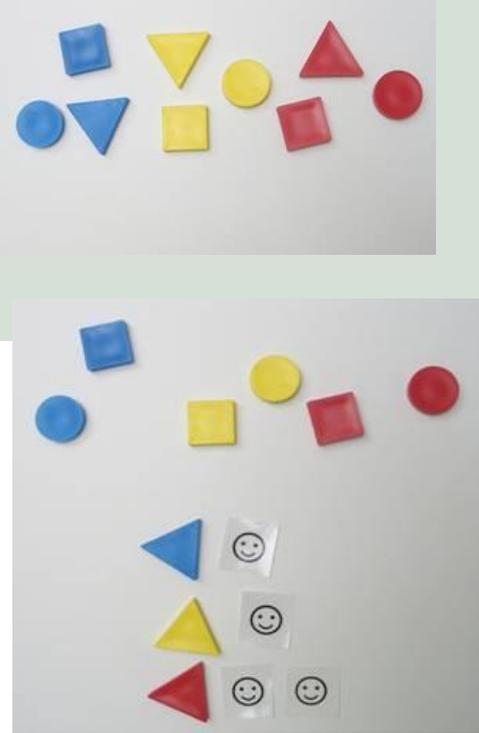


ou



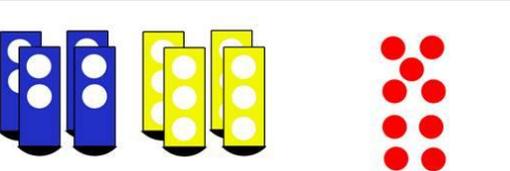
# Des problèmes pour chercher

## Mastermind

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p data-bbox="112 349 683 458">Un ensemble bien défini de blocs logiques</p> 	<p data-bbox="768 349 1170 511">Trouver le bloc logique choisi au préalable</p>	<p data-bbox="1269 349 1769 743">le nombre de propriétés en jeu (donc le nombre de pièces) le nombre de valeurs pour chacune des propriétés</p>

# Des problèmes pour chercher

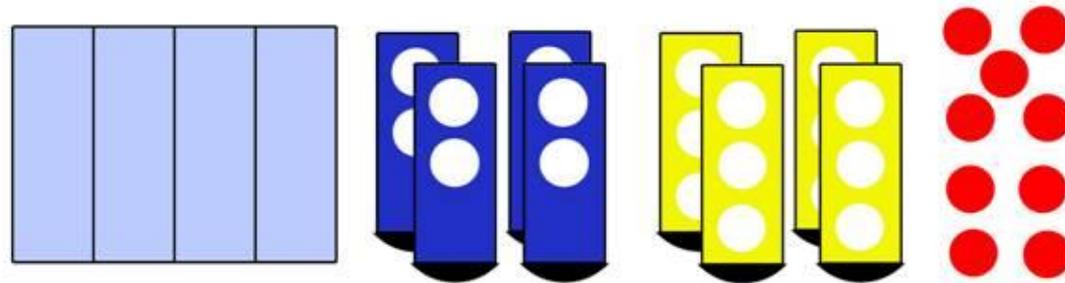
## Le parking

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p>Des voitures « 2 passagers » et « 3 passagers » (au moins 4 de chaque) et 9 passagers à transporter</p> 	<p>Les 9 passagers doivent être dans les voitures. Les voitures utilisées doivent être pleines : on peut mettre 2 passagers dans les bleues, 3 passagers dans les jaunes.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Le nombre de passagers,</li><li>– Le nombre de passagers dans les voitures (l'écart entre les 2 nombres).</li></ul>

# Des problèmes pour chercher

## Le parking 2

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
	<p>Le parking doit être plein (il doit y avoir 4 voitures).</p> <p>Les voitures utilisées doivent être pleines :</p> <p>2 passagers dans les bleues, 3 passagers dans les jaunes.</p> <p>Les 9 passagers doivent être dans les voitures sur le parking</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Le nombre de places de parking</li><li>- Le nombre de passagers</li><li>- L'écart entre ces 2 nombres.</li></ul>



Un parking pour 4 voitures

9 passagers

Des voitures "2 passagers" et "3 passagers"  
(au moins 4 de chaque)

# Des problèmes pour chercher

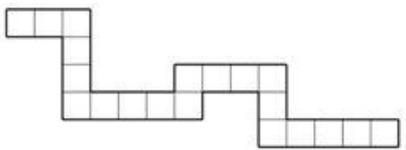
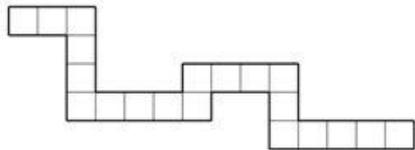
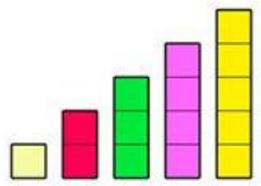
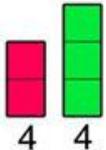
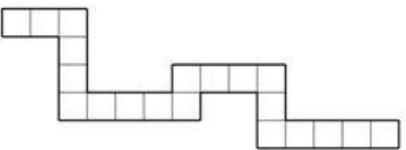
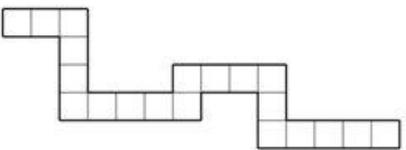
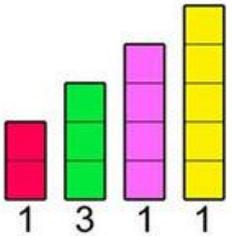
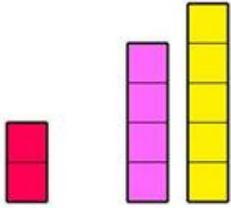
## Les chemins quadrillés

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variable didactique</i>
<p>Des réglettes de 10 longueurs différentes, à chaque longueur est associée une couleur.</p> <p>Le matériel sera détourné pour recouvrir un chemin quadrillé.</p>	<p>Recouvrir un chemin avec des réglettes</p>	<p>Forme du chemin (surtout le nombre de changements de direction)</p> <p>Longueur des chemins</p> <p>Réglettes disponibles (leur nombre, leur couleur)</p>



# Des problèmes pour chercher

## Les chemins quadrillés :

<b>Situation 1</b> 	<b>Situation 2</b> 
 <p>toutes les réglettes (1 à 5) sont disponibles</p>	 <p>les réglettes sont imposées</p>
<b>Situation 3</b> 	<b>Situation 4</b> 
 <p>les réglettes sont imposées</p>	 <p>Seules les réglettes 2, 4 et 5 sont disponibles</p>

# Des problèmes pour chercher

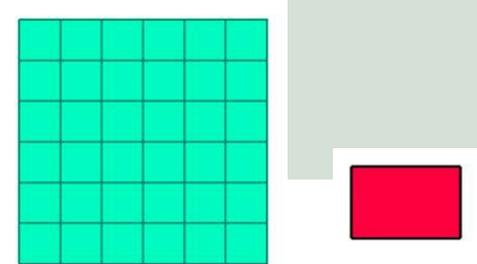
## Combiner des couleurs

- ▶ Avoir 4 ensembles (1 ensemble = 1 assiette, 1 verre, 1 fourchette, 1 couteau) de 4 couleurs.



# Des problèmes pour chercher

## Les pavages

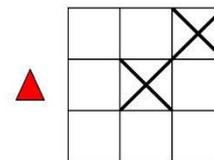
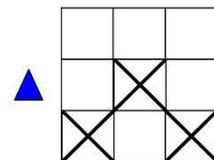
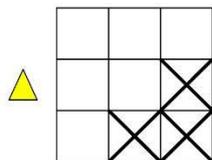
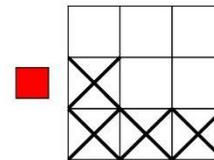
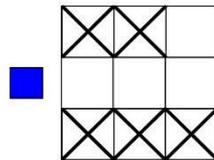
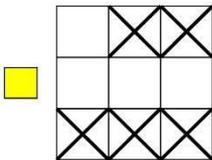
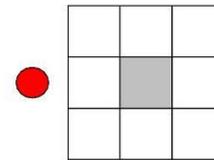
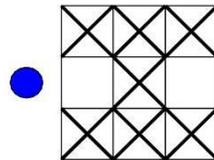
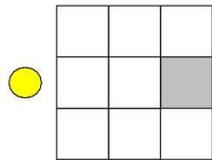
<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
<p>Une grille 6x6 et des rectangles 3x2</p>  A 6x6 cyan grid is shown on the left. To its right is a red 3x2 rectangle. The grid is composed of 36 small squares. The red rectangle is composed of 6 small squares.	<p>Paver la grille avec des rectangles (la recouvrir sans trou ni recouvrement de pièces).</p>	<p>La dimension de la grille (6x12, 6x8) La dimension des rectangles</p>

# Des problèmes pour chercher

## Le carré logique

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
9 jetons à placer sur une grille 3x3	Placer les jetons selon les indices donnés en émettant des hypothèses	Indices donnés

**LOGIX**



# Des problèmes pour chercher

## Les combinaisons de couleurs

<i>Situation</i>	<i>But</i>	<i>Variables didactiques</i>
Un objet comprenant plusieurs parties à colorier (clown, cerfs volants, fleurs avec pétales...)	Avec trois couleurs données, trouver toutes les combinaisons différentes de l'objet	Nombre de parties de l'objet, nombre de couleurs.



# Des problèmes pour chercher

Mystero

