



Rallye mathématique de Madagascar

2010

Catégorie D

FINALE NATIONALE

Quelques recommandations : vous travaillez à plusieurs dans une même salle, pensez à respecter le travail des autres. Vous pouvez parler à vos équipiers, mais ...sans faire de bruit.

Vous devez résoudre les cinq défis proposés. Vous disposez de **trois heures** (3h00) pour vous organiser, rechercher les solutions, en débattre et produire une solution unique pour chacun des défis. **Justifier vos réponses.** Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez vos noms et prénoms en tête de la copie, ainsi que le nom de votre établissement.**

Bonne chance à vous tous

Défi 1 : 5 réels et 10 entiers

Les dix produits de cinq nombres réels positifs a , b , c , d et e pris deux par deux sont tous des nombres entiers. Cinq de ces produits dans lesquels chacun des cinq nombres a , b , c , d et e est utilisé deux fois, valent 10, 21, 30, 35 et 42. **Quels sont les cinq autres produits ?**

Défi 2 : Blanc bonnet et bonnet blanc

Cinq prisonniers marchent les uns derrière les autres et enchaînés les uns aux autres. Leur position est telle que :

- Le 1^{er} ne voit pas ceux qui marchent derrière lui
- Les autres ne voient que les prisonniers devant eux.

Chaque prisonnier porte sur la tête un bonnet. Deux portent un bonnet blanc et les trois autres un bonnet bleu. Si l'on demande au 3^{ème} puis au 2^{ème} prisonnier la couleur de leur bonnet, ils répondent qu'ils ne savent pas. Par contre, si l'on finit par poser la même question au 1^{er} prisonnier, il répond qu'il peut donner la couleur de son bonnet.

Quelle est cette couleur ?

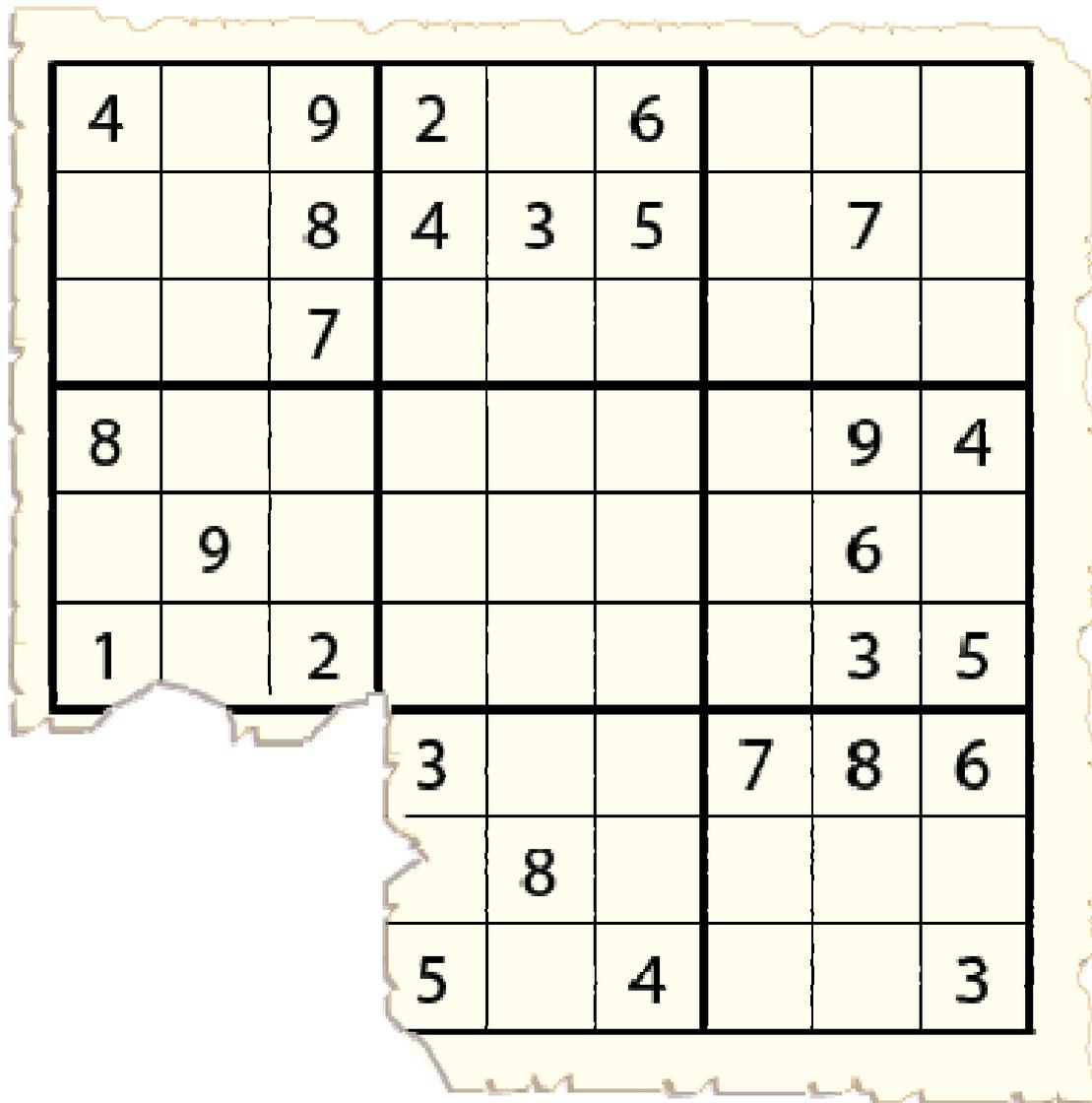
Défi 3 : Broderie

Inja décide de décorer sa broderie de 16 pierres précieuses. Elle dispose les pierres sur huit lignes, et chaque ligne contient 4 pierres.

Comment a-t-elle fait ?

Défi 4 : Le petit Poucet !

Sept frères héritent de leurs parents d'un coffre contenant un trésor. Ce coffre est protégé par un cadenas dont le code est le carré 3 par 3 central de **l'unique** solution du Sudoku donné. Si le bon code n'est pas donné le contenu du coffre explose. Or le coffre a été conservé dans une vieille cave et un rat a rongé une partie de la feuille du Sudoku.



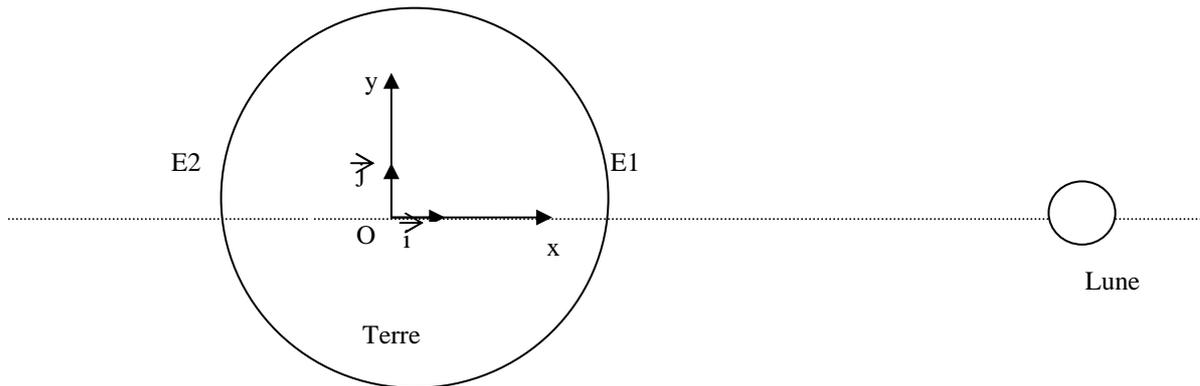
Les sept frères se mettent alors au travail et quelques minutes plus tard, six posèrent leur stylo en s'écriant "je l'ai!". Mais en comparant leurs solutions ils s'aperçurent qu'elles étaient toutes différentes bien que toutes les règles du sudoku aient été respectées. Ils se mirent à pleurer car ils ne savaient pas lequel choisir..

Un peu plus tard, le plus jeune des frères trouve une solution différente des leurs. Or celui-ci étant le plus intelligent, ils décident tous de prendre sa solution. Ils rentrent le code dans le cadenas et le coffre s'ouvrent...

Quelle est la solution du Petit Poucet ?

Défi science : Etude simplifiée des marées

L'étude globale des marées est complexe et doit tenir compte notamment des influences de la Lune et du Soleil sur les mers du globe terrestre. Cependant, des calculs montrent qu'en première approximation, l'influence de la Lune est prioritaire sur celle du soleil.



- 1) Calculer les valeurs de F_{E_1} , de F_{E_2} et de F_O , les forces gravitationnelles exercées par la Lune en E_1 , E_2 et en O sur une masse d'eau notée $m' = 1$ kg.

Données : $G = 6,6 \times 10^{-11}$ USI. $m_{Lune} = 7,35 \times 10^{22}$ kg
 $D_{Terre-Lune} = 384 \times 10^3$ km $R_{Terre} = 6,4 \times 10^3$ km

- 2) Tracer les deux vecteurs $\vec{f}_1 = \vec{F}_{E_1} - \vec{F}_O$ et $\vec{f}_2 = \vec{F}_{E_2} - \vec{F}_O$

Échelle : 1 cm pour $0,020 \times 10^{-5}$ N

- 3) Représenter sur la figure ci-dessus, la couche d'eau symbolisant la surface des océans.