

Angles et polygones

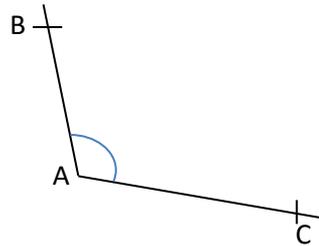
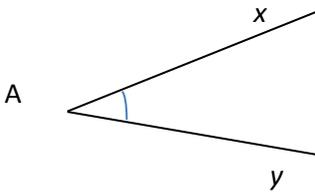
Angles

Relation entre deux angles

1) Un **secteur angulaire** : toute portion de plan limitée par deux demi-droites de même origine. L'origine commune est appelée **sommet du secteur**, les deux demi-droites sont appelées **côtés du secteur angulaire**.

2) Un **angle** : ensemble des secteurs superposables.

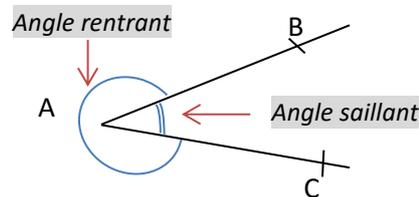
3) Un angle se mesure avec un **rapporteur**.



4) L'angle $\widehat{x\hat{A}y}$ (angle avec deux demi-droites) est un **angle aigu** : inférieur à un angle droit
 $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$.

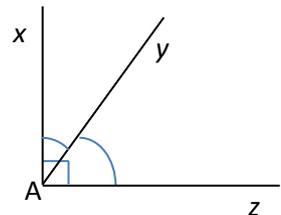
5) L'angle \widehat{ABC} (angle avec deux segments) est un **angle obtus** : compris entre angle droit et angle plat
 $90^\circ < \widehat{ABC} < 180^\circ$.

6) **Angle saillant** : inférieur à un angle plat
 $\widehat{ABC} < 180^\circ$.

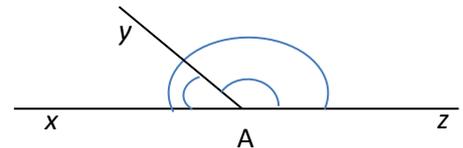


7) **Angle rentrant** : supérieur à un angle plat

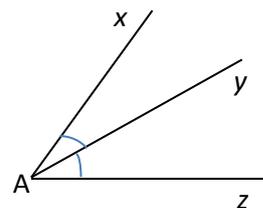
8) Des **angles complémentaires** : la somme de leur mesure est égale à 90°



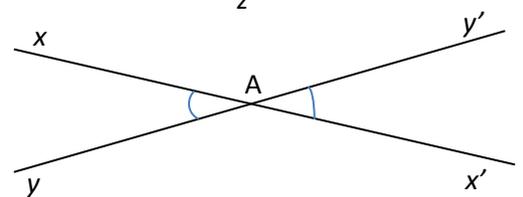
9) Des **angles supplémentaires** : la somme de leur mesure est égale à 180°



10) Des **angles adjacents** : ils ont un sommet et un côté en commun. Ils sont situés de part et d'autre de ce côté.

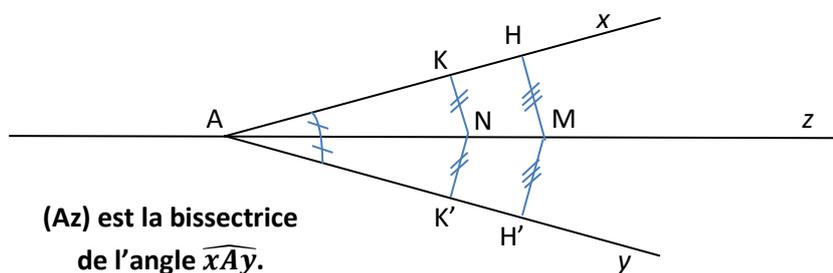


11) Des **angles opposés par le sommet** : ils ont leur sommet en commun et leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre. Deux angles opposés par leur sommet **sont égaux**.



Bissectrice d'un angle

La **bissectrice d'un angle** est une droite qui par le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles égaux. La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.



PROPRIÉTÉ

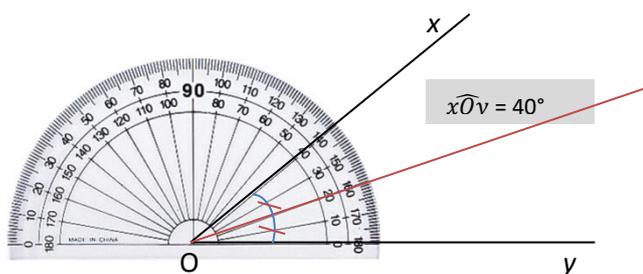
La bissectrice d'un angle est l'ensemble des points équidistants des côtés de cet angle.

$$NK = NK' \text{ et } MH = MH'$$

Pour tracer la bissectrice d'un angle

Avec le rapporteur

Mesurer l'angle \widehat{xOy} et calculer la moitié de cette mesure. Puis tracer la demi-droite qui partage l'angle en deux angles égaux.

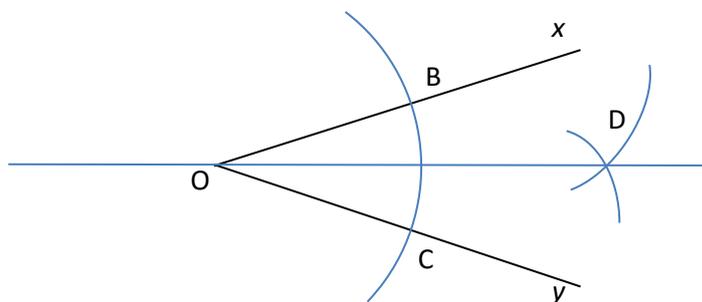


Avec le compas et une règle graduée

Tracer avec le compas un arc de cercle de centre O (sommet de l'angle) qui coupe les deux côtés de l'angle [Ox) et [Oy) respectivement en B et C.

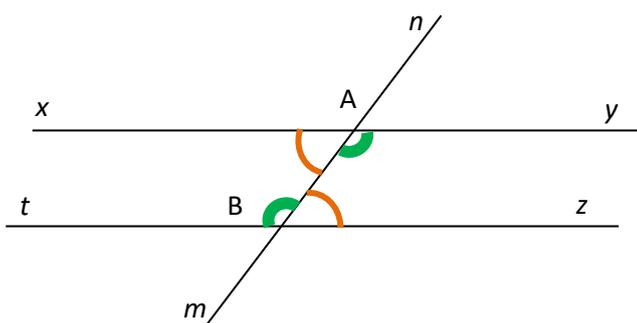
Tracer deux arcs de cercles de même rayon de centres B et C. Ils se coupent en D.

Tracer une droite passant par le sommet de l'angle et par le point D.

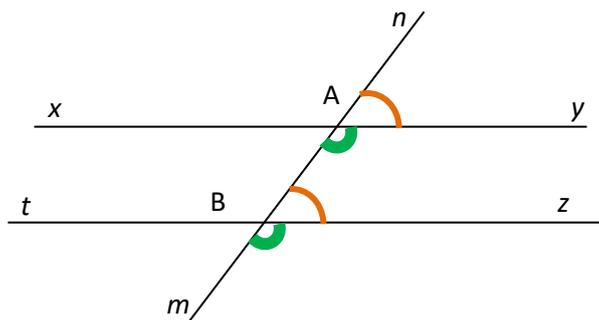


Angles et droites parallèles

1) Les **angles alternes-internes** \widehat{xAB} et \widehat{zBA} formés par des droites parallèles sont égaux.



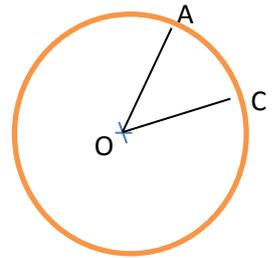
2) Les **angles correspondants** \widehat{nAy} et \widehat{nBz} formés par des droites parallèles sont égaux.



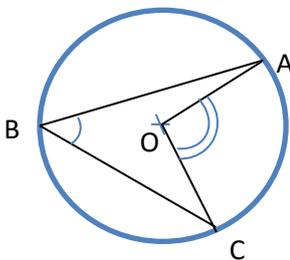
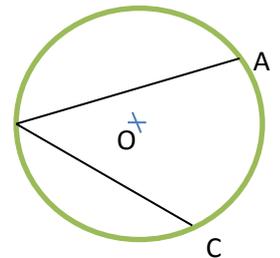
Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes ou correspondants, alors elles sont parallèles.

Angles et cercle

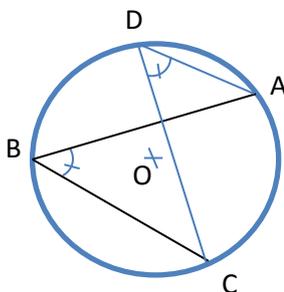
1) Un **angle au centre dans un cercle** est un angle dont le sommet est le centre du cercle.



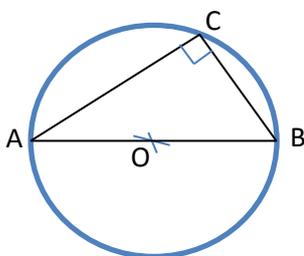
2) Un **angle inscrit dans un cercle** est un angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle.



PROPRIETE 1
Si un angle inscrit \widehat{ABC} intercepte le même arc qu'un angle au centre \widehat{AOC} ,
alors $\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{AOC}$



PROPRIETE 2
Si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils sont égaux.
Ce sont deux angles dans le même cercle qui interceptent le même arc.



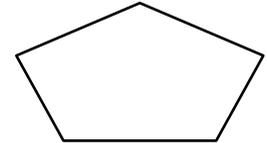
PROPRIETE 3
Si [AB] est un diamètre d'un cercle et C un point de ce cercle, alors ABC est un triangle rectangle en C.
Cette propriété permet de tracer des angles droits, des droites perpendiculaires, des triangles rectangles, avec un compas et une règle.

Polygones

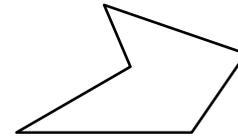
1) Un **polygone** est une figure géométrique limitée par des côtés qui sont tous des segments.

Triangle	polygone à 3 côtés
Quadrilatère	polygone à 4 côtés
Pentagone	polygone à 5 côtés
Hexagone	polygone à 6 côtés
Octogone	polygone à 8 côtés
Décagone	polygone à 10 côtés
Dodécagone	polygone à 12 côtés

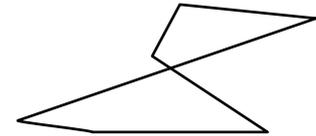
2) Un **polygone convexe** :
il se trouve tout entier du même côté que toutes les droites support de ses côtés.
Aucun angle rentrant ou partie rentrante.
En prolongeant l'un des segments, il ne coupe pas le polygone.



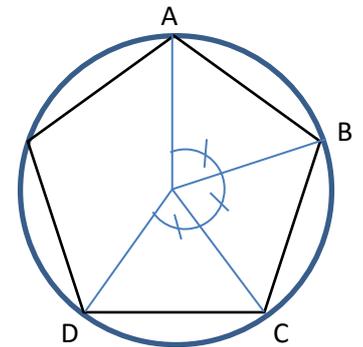
3) Un **polygone concave** :
au moins un angle est rentrant ou une partie est rentrante.
En prolongeant l'un des segments de la partie rentrante, la droite traverse le polygone.



4) Un **polygone croisé** : deux de ses côtés se coupent, sont sécants.



5) Un **polygone régulier** : tous ses angles et tous ses côtés sont égaux.
Il est inscrit dans un cercle et tous ses côtés sont de même longueur.



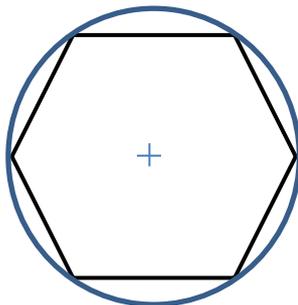
Conséquence :

Si ABCDE... est un polygone régulier de n côtés et si O est le centre du cercle circonscrit au polygone, alors $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \dots = \frac{360^\circ}{n}$

Pour tracer un polygone régulier sans rapporteur

Hexagone régulier

Tracer un cercle.
Reporter successivement sur ce cercle des cordes égales au rayon.



Octogone régulier

Tracer un cercle.
Tracer deux diamètres perpendiculaires.
Tracer les bissectrices des quatre angles formés.

