

COMMENT ABORDER LA DIVISION EUCLIDIENNE AU CYCLE 3 ?

1. PROGRESSION DES NOTIONS DANS LES PROGRAMMES

Cycle 1	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de la classe, problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage	<p>Connaître les doubles des nombres inférieurs à 10 et les moitiés des nombres pairs inférieurs à 20.</p> <p>Résoudre des problèmes simples à une opération.</p>	<p>Connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant.</p> <p>Diviser par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 (quotient exact entier).</p> <p>Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements</p>	<p>Connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, quart d'un nombre entier.</p> <p>- Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 100, entre 15, 30 et 60</p> <p><i>Effectuer un calcul posé</i></p> <p>- Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre</p>	<p>La notion de multiple : reconnaître les multiples des nombres d'usage courant : 5, 10, 15, 20, 25, 50</p> <p><i>Effectuer un calcul posé</i></p> <p>- Division euclidienne de deux entiers.</p> <p>- Division décimale de deux entiers</p>	<p><i>Calculer mentalement</i></p> <p>- Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux.</p> <p>- Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000</p> <p><i>Effectuer un calcul posé</i></p> <p>- Division d'un nombre décimal par un nombre entier</p>

2. RAPPELS THEORIQUES POUR L'ENSEIGNANT

La division est une opération complexe.

- **Elle utilise plusieurs opérations** : additions, soustractions et multiplications. Elle nécessite donc une bonne aisance du calcul mental et une parfaite connaissance des tables de multiplication

- **Elle demande le maintien en mémoire de nombreux résultats partiels.** On en arrive vite à une surcharge cognitive. De plus, si on ne pose pas les soustractions partielles, celles-ci peuvent faire intervenir des retenues supérieures à 1, ce qui est inhabituel pour les élèves.

- **Elle procède par essais/erreurs** : les chiffres écrits successivement pour constituer le quotient sont le résultat d'une approximation ("en ...combien de fois...") qui peut conduire à essayer un chiffre erroné donc provisoire. La division est la seule opération dans laquelle un chiffre calculé peut ne pas être définitif.

- **Sa technique opératoire complexe fait perdre le sens.** La principale difficulté sera de passer des procédures intermédiaires à la technique usuelle avec le passage des soustractions successives.

Les caractéristiques de la division euclidienne

La division de deux entiers a et b est l'opération qui associe les deux nombres entiers :

le quotient q , et le reste r tels que : $a = b \times q + r$ avec r compris entre 0 et b , b exclu \rightarrow d'où $b \times q < a < b \times (q + 1)$

a) **Le résultat de la division est composé de deux nombres** le quotient et le reste, alors que le résultat de tout autre opération (addition, soustraction, multiplication) est composé d'un seul nombre.

b) Le symbole divisé « : » ne sert que dans le cas particulier de la division exacte où le reste est nul ($r=0$)
ex : $45 : 9 = 5$

- L'écriture suivante ~~$47 : 9 = 5$ reste 2~~ est fautive.

- Dans le cas de la division avec reste on proposera l'écriture suivante : $a : b = ?$ avec $a = b \times (q+r)$

c) Les problèmes relevant de la division euclidienne sont de deux catégories :

→ les problèmes de partage ou « **division partition** » : on cherche la valeur d'une part

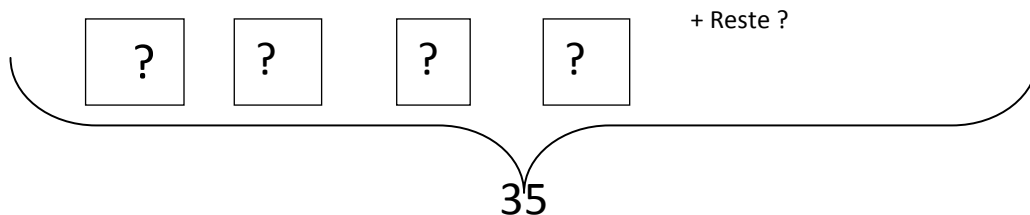
→ les problèmes de groupement réitéré ou « **division quotition** » : on cherche le nombre de part

LA DIVISION PARTAGE ou DIVISION PARTITION

Les problèmes de partition correspondent à des situations de partage, de distribution où on cherche la valeur de chaque part / Combien dans chaque paquet ?

Exemple : 35 images sont partagées équitablement entre 4 enfants. Combien d'images chaque enfant aura-t-il ?

$$35 : 4 = ?$$



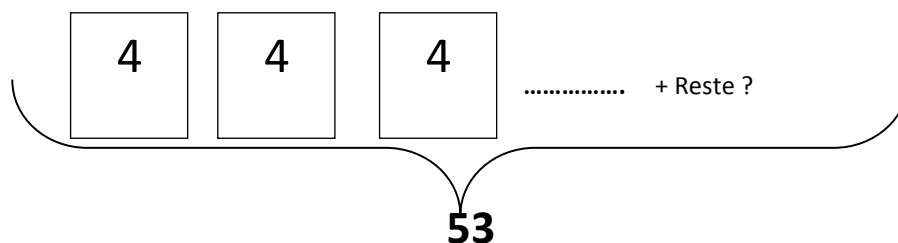
LA DIVISION GROUPEMENT ou DIVISION QUOTITION

Les problèmes de quotition correspondent à des situations de groupement réitéré où on est amené à chercher « le nombre de parts » (« Combien de paquets ? »).

Exemple : On a 53 livres et on veut former des lots de 4 livres par paquet. Combien de lot de livres peut-on faire ? Restera-t-il des livres ?

Combien de paquets de 4 avec 53 livres ?

$$53 : 4 = ?$$



Pour les élèves, ces problèmes s'appuient sur **deux opérations mentales** très différentes. Chercher le résultat du partage équitable (valeur d'une part) est un apprentissage étudié depuis la maternelle. Ce problème est plus facilement reconnu comme un problème de division.

Chercher le résultat d'un groupement réitéré (combien de part ?) est plus difficile et donc moins facilement reconnu par les élèves comme un problème de division.

3. PROGRESSION POSSIBLE POUR DONNER DU SENS A LA TECHNIQUE DE LA DIVISION

Cycle 1 : les problèmes de partage et de distribution

Exemple : distribuer le même nombre de marrons dans 2, 3, 4 assiettes, puis coller le même nombre de gommettes dans chaque panier.

Cycle 2 : les problèmes de partage avec des méthodes de résolution différentes

Exemple :

- Situation de partage équitable avec 33 marrons et 21 pommes de pin : par groupe 3 effectuer un partage e en 3 parts égales des marrons et des pommes de pin.
- Mise en commun : explication des méthodes utilisées
- Travail individuel sur feuille à partir des exercices du manuel. Insister sur le fait qu'il peut rester des objets non partagés, mais le moins possible et qu'il faut partager séparément chaque catégorie d'objets. En cas de difficultés, le retour à la manipulation avec les marrons est possible.

Les procédures de résolution envisageables par les élèves : dessin, essais de nombres ajoutés 3 fois, soustractions successives de 3.

- Prolongements : même situation de départ avec des nombres d'objets à partager non divisibles par le nombre d'enfants avec des nombres plus grands.

Cycle 3 : problèmes de partage avec des résolutions expertes

(voir Exemple de Séquence La division au CE2)

- A partir d'un problème de partage simple, avec des nombres bien choisis (les chiffres du dividende sont supérieurs au chiffre du diviseur) laisser les élèves résoudre le problème.
- L'ordre des nombres dans l'énoncé a également une importance : le dividende est donné avant le diviseur.
- Identifier toutes les stratégies utilisées par les élèves
- Expliquer la technique opératoire de la division à partir d'un problème identique au précédent. Entraîner les élèves à poser la potence et à effectuer la division en posant la soustraction.
- Faire varier les chiffres du dividende/ diviseur pour étudier tous les cas possibles :

La division exacte sans reste sans retenue

la division exacte avec retenues dans les étapes intermédiaires

La division avec reste (avec ou sans retenue)

- Faire varier la place des nombres (dividende et diviseur) dans l'énoncé.

LES DIFFERENTS NIVEAUX DE RESOLUTION

Exemple : On veut ranger 72 œufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes va-t-on remplir complètement ? Restera-t-il des œufs ? Pour résoudre ce problème plusieurs procédures sont possibles.

Procédure niveau 1 : Mimer la situation

Dessiner les boîtes et les œufs – compter les groupes – utiliser du matériel pour représenter la situation

Procédures niveau 2

a. L'addition réitérée

$6 + 6 + 6 + 6$ etc.... jusqu'à obtenir ou se rapprocher ou atteindre 72. On compte le nombre de fois que 6 a été ajouté et on trouve le nombre de boîtes.

b. La soustraction réitérée

$72 - 6 = 66$ on remplit une boîte. Reste 66 œufs.

$66 - 6 = 60$ on remplit une boîte

$60 - 6 = 54$ on remplit une boîte etc...jusqu'à 0 ou un nombre < 6 . On compte le nombre de fois que 6 a été retranché et on trouve le nombre de boîtes.

c. Tester des hypothèses

Si les nombres sont plus grands les méthodes précédentes ne sont plus utilisables

Exemple : on veut ranger 425 œufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes va-t-on remplir complètement ?

On pourra s'appuyer sur la table de 6 pour trouver un multiple de 6 et multiplier par 10.

$$6 \times 10 = 60 \quad 6 \times 50 = 300 \quad 6 \times 60 = 360 \quad 6 \times 70 = 420 \quad 6 \times 80 = 480$$

On remplit 70 boîtes et il reste 5 œufs

Procédure de niveau 3 : Technique de la division euclidienne avec la potence

625 : 4 ?

La procédure de niveau 3 correspond à la procédure experte.

C D U

8 6 3	7
-7	C D U
1 6	1 2 3
-1 4	
2 3	
-2 1	
0 2	

Tant qu'on le jugera utile, on fera figurer **les différents ordres d'unité** des chiffres du quotient de manière à bien contrôler le nombre d'étapes de l'algorithme et à ne pas créer trop de difficulté lorsqu'il y a un zéro dans l'écriture du quotient.

De même, pour la soustraction posée qui sera progressivement effectuée de tête.

4. PROGRESSION EN CALCUL MENTAL

Apprendre à dresser la table de multiplication de n'importe quel nombre sans faire la multiplication mais en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition et l'associativité de la multiplication.

Exemple : table de 17

- $17 \times 1 = 17$
- $17 \times 2 = 34$ (utilisation du double)
- $17 \times 3 = 51$ (utilisation de $(17 \times 1) + (17 \times 2)$) ou de $(3 \times 10) + (3 \times 7)$
- $17 \times 4 = 68$ (doubler 17×2)
- $17 \times 5 = 85$ (utilisation de $(17 \times 2) + (17 \times 3)$ ou autre)
- $17 \times 6 = 102$ (doubler 17×3 ou utiliser d'autres produits déjà calculés)
- $17 \times 7 = 119$ (utilisation de $(17 \times 3) + (17 \times 4)$)
- $17 \times 8 = 136$ (doubler 17×4 ou utiliser d'autres produits déjà calculés)
- $17 \times 9 = 153$ (utiliser $(17 \times 4) + (17 \times 5)$)

On peut ne pas calculer les produits dans l'ordre mais choisir de calculer 17×5 dès qu'on a calculé 17×2 et 17×3 qui se trouvent alors l'un en dessous de l'autre ce qui facilitera l'addition.

De même pour 17×7 et 17×9 .

EX : $17 \times 5 = (17 \times 2) + (17 \times 3) = 34 + 51 = 85$

Apprendre à tirer partie d'une table de multiplication en s'en servant pour calculer les produits par 10, 100, 1000

Exemple : $3 \times 10 = 30$ $3 \times 20 = 60$ $3 \times 30 = 90$ $3 \times 40 = 120 \dots$
 $3 \times 100 = 300$ $3 \times 200 = 600$ $3 \times 300 = 900$

Encadrer au plus proche un nombre donné par deux produits d'un autre nombre donné.

Encadrer 35 par deux résultats de la table des 8 : $32 < 35 < 40$

Faire remarquer que 35 est plus proche de 32 que de 40. Puis faire écrire $35 = 32 + 3 = (8 \times 4) + 3$.
Proposer ensuite des nombres plus grands.

LE VOCABULAIRE

Diviser – partager – grouper – distribuer

Division groupement – Division partage équitable – Division quotient – Division partition

La division – le diviseur – le dividende – le quotient – le reste –

Un multiple - Combien de fois ?

Les centaines – Dizaines - Unités

Bibliographie

Apprentissages numérique et résolution de problèmes CE2 – Hatier ERMEL

J'apprends les Math CE2 – R Brissiaud Edition RETZ

MATH + CE2 – Editions SED

Télé Formation Mathématique <http://www.uvp5.univ-paris5.fr/tfm/>

Exemple de progression concernant la division : <http://pernoux.pagesperso-orange.fr/division2.pdf>