

موسوعة الهندسة الفضائية

السنة الدراسية: 2010/2011
المستوى: 3 ع ت 3+ ر 3+ ت ر

الأستاذ: بك علي
ثانوية لقرع محمد الضيف
الرباح ولاية الوادي

تمرين 1

- في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$ ، $B(2;1;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x + y + z = 0$.
- (1) ليكن (P') المستوي الذي يشمل النقطة B و $\vec{n}(1;1;-2)$ شعاع ناظمي له .
- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P') .
 - (2) أثبت أن المستويين (P) و (P') متعامدان .
 - (3) بين أن (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .
 - (4) أ- احسب المسافة بين النقطة A وكل من المستويين (P) و (P') .
ب- استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .

تمرين 2

- لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عين الجواب الصحيح معللا اختيارك .
- في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1;-1;2)$ ، $B(2;2;0)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x + y - z - 1 = 0$.
- (1) المسافة بين النقطة A والمستوي (P) تساوي :
أ) 3 ب) $\sqrt{2}$ ج) $\sqrt{3}$
 - (2) إحداثيات المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) هي :
أ) $(-1; -3; -3)$ ب) $(1; 1; 1)$ ج) $(1; 1; -1)$
 - (3) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\|2\vec{AM} - 3\vec{BM}\| = 2$ هي :
أ) سطح كرة ب) مستوي ج) مستقيم

تمرين 3

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ولتكن النقطة $A(-1, 2, 3)$ والمستقيم (D)
- $$\begin{cases} x = 9 + 4t \\ y = 6 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$
- الممثل وسيطيا بالجملة: $t \in \mathbb{R}$
- (1) أ) أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P) العمودي على المستقيم (D) ويشمل النقطة A
ب) تحقق أن النقطة $B(-3, 3, -4)$ تنتمي للمستقيم (D)
ج) أحسب المسافة d_B بين النقطة B والمستوي (P)

(د) أحسب المسافة d بين النقطة A و المستقيم (D) وذلك بدلالة d_B والمسافة AB ، ثم أستنتج القيمة المضبوطة للمسافة d .

(2) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) ، ولتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(t) = AM^2$ حدد إتجاه تغير الدالة f ثم أستنتج قيمة d .

تمرين 4

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(3, -4, 0)$ و $B(-1, 2, 4)$ و المستوي (P) ذو المعادلة : $x - 2y + z + 1 = 0$ لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط اختر الجواب الصحيح مع التبرير المختصر

السؤال	إجابة 1	إجابة 2	إجابة 3
1) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\ 4\vec{MA} - \vec{MB}\ = 6$ هي :	مستو من الفضاء	سطح كرة	مجموعة خالية
إحداثيي النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) هي :	$(1, 0, 2)$	$(2, 1, 1)$	$(1, 0, -2)$
سطح الكرة التي قطرها $[AB]$	يقطع المستوي (P) وفق دائرة	يمس المستوي (P) في نقطة	منفصل عن المستوي (P)

تمرين 5

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط : $A(-2; 1; 2)$ ، $B(2; 3; 0)$ و $C(-2; 0; 1)$.

لتكن (P) مجموعة النقط M بحيث : $AM = BM$.

1. أوجد إحداثيات النقطة D منتصف القطعة $[AB]$

2. بين أن (P) هو المستوي الذي معادلته الديكارتية : $2x + y - z - 1 = 0$

3. حدد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AB]$.

4. بين أن (S) يقطع (P) وفق دائرة يطلب إعطاء مركزها ونصف قطرها .

5. أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C والعمودي على المستوي (P) .

6. أ / أوجد إحداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P) .

ب / استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

تمرين 6

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط :

$$\Omega\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), C(1,0,1), B(0,1,1), A(1,0,0)$$

1. عين معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) و تحقق أن Ω تنتمي إلى المستوي (ABC) .
2. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على المستوي (ABC) .
3. لتكن (Γ) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
أ. بين أن Ω مركز الدائرة (Γ) .

ب. اكتب معادلة ديكرتية لسطح الكرة (S) التي مركزها G ينتمي للمستوي (P) ذي المعادلة: $x+z=2$ والتي تتقاطع مع المستوي (ABC) في الدائرة (Γ) .

تمرين 7

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء والتي تحقق:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 19 = 0$$

(1) تحقق أن (S) سطح كرة ، يطلب تحديد مركزها ω ونصف قطرها R

(2) أ) تحقق أن النقطة $B(1,2,2)$ تنتمي إلى (S)

ب) ليكن (P) المستوي المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B ، حدد معادلة ديكرتية لـ (P)

(3) ليكن (Q) المستوي ذو المعادلة: $2x - 2y + z + 4 = 0$ ، أحسب المسافة بين ω و (Q) ثم أستنتج

أن (S) و (Q) يتقاطعان وفق دائرة (C) يطلب تحديد مركزها I ونصف قطرها r

تمرين 8

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن النقط $C(3, -1, 2), B(1, 2, 1), A(1, 1, 0)$

(1) أ) أثبت أن النقط: A, B, C تعين مستويا، ثم بين أن: $2x + y - z - 3 = 0$ معادلة للمستوي (ABC)

(2) ليكن المستويان (P) و (P') حيث: $(P): x + 2y - z - 4 = 0$ ، $(P'): 2x + 3y - 2z - 5 = 0$

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}$$

أثبت أن تقاطع (P) و (P') هو مستقيم (Δ) تمثيلا وسيطيا له

(3) حدد تقاطع المستويات الثلاثة: (ABC) و (P) و (P') ثم أوجد بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

تمرين 9

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، ولتكن النقط: $B(1,1,0)$ ، $A(1,2,-1)$ ،

$C(9,-1,-2)$ ، $S(1,1,1)$ ، ومعادلة للمستوي (ABC) هي: $x + 2y + 2z - 3 = 0$

الأستاذ: علي بك

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة فقط، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

(1) تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) هو:

$$(ج) \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases} \quad (ب) \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (أ) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

(2) إحداثيات النقطة S' نظيرة النقطة S بالنسبة للمستوي (ABC) هي:

$$(أ) \left(\frac{10}{9}, \frac{11}{9}, \frac{10}{9} \right) \quad (ب) \left(\frac{5}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9} \right) \quad (ج) \left(\frac{7}{9}, \frac{5}{9}, \frac{5}{9} \right)$$

(3) المثلث ABC :

(أ) متساوي الساقين
(ب) قائم في A
(ج) قائم في B
(4) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 9$ هي:

(أ) مستوي يشمل S
(ب) سطح كرة يشمل S
(ج) سطح كرة مركزها S
تمرين 10 (بكالوريا 2009/ع ت: من الموضوع 1)
الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط: $A(1; 0; 2)$ ، $B(0; 2; 1)$ ، $C(2; 1; 3)$

(1) (P) مستوي معادلة له من الشكل $x - z + 1 = 0$.

(أ) يبين أن المستوي (P) هو المستوي (ABC) .

(ب) ما طبيعة المثلث ABC .

(2) (أ) تحقق من أن النقطة $D(2; 3; 4)$ لا تنتمي إلى (ABC) .

(ب) ما طبيعة $ABCD$.

(3) (أ) أحسب المسافة بين D و المستوي (ABC) .

(ب) أحسب حجم $ABCD$.

تمرين 11 (بكالوريا 2009/ع ت: من الموضوع 2)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط:

$A(2; 3; -1)$ ؛ $B(1; -2; 4)$ ؛ $C(3; 0; -2)$ ؛ $D(1; -1; -2)$.

و ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتيّة: $2x - y + 2z + 1 = 0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A ، B ، C في استقامية.

2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتيّة له: $25x - 6y - z - 33 = 0$.

الأستاذ: علي بك

3. المستقيم (CD) عمودي على المستوى (π) .
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1; 1; -1)$.

تمرين 12

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط :

$$D(-1, -3, 3), C(1, 0, 1), B(1, 4, 0), A(0, 1, 1)$$

- 1- بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامة .
- 2- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
- 3- نعتبر المستقيم (Δ) المعروف بتمثيله الوسيطى :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- أ- تحقق أن النقطة D لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
- ب- أوجد معادلة المستوي (P) المار من النقطة D و الذي يشمل المستقيم (Δ) .
- ت- بين أن المستويين (ABC) و (P) متعامدان .
- 4 - لتكن (S) سطح كرة مركزها $\Omega(1, 1, 3)$ و نصف قطرها $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- أ - أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .
- ب - بين أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) ثم حدد إحداثيات H نقطة تماسهما .

تمرين 13

الفضاء منسوب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2; 1; 3)$ ، $B(-3; -1; 7)$ ، $C(3; 2; 4)$.

1) بين أن النقط السابقة ليست علي استقامة واحدة .

$$(2) \text{ ليكن } (d) \text{ المستقيم ذو التمثيل الوسيطى : } \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

- بينان المستقيم (d) عمودي علي المستوي (ABC) .
- اوجد معادلة المستوي (ABC) .
- إذا كانت H تقاطع (d) مع (ABC) . بين أن H هي مرجح الجملة : $\{(A; -2), (B; -1), (C; 2)\}$.
- حدد طبيعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC})(\overline{MB} - \overline{MC}) = 0$.
- 3) حدد طبيعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\| -2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} \| = \sqrt{29}$. وعين عناصرها . عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط $(\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$

تمرين 14

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة ، مع التبرير . لكل سؤال جواب صحيح واحد
الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(P_1) و (P_2) المستويان المعرفان بمعادلتيهما الديكارتيّة $(P_1): 2x - 6y + 2z - 7 = 0$ ، $(P_2): -x + 3y - z + 5 = 0$ ،

(D_1) و (D_2) المستقيمان المعرفان بتمثيليهما الوسيطى : $(D_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ ، $(D_2): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ ،

الاقتراح الرابع	الاقتراح الثالث	الاقتراح الثاني	الاقتراح الأول	
مستوي	مستقيم	نقطة	مجموعة خالية	تقاطع المستويان (P_1) و (P_2)
متوازيان و منفصلان	ليسا من نفس المستوي	متقاطعان	متطابقان	المستقيمان (D_1) و (D_2)
$\frac{8}{\sqrt{11}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{\sqrt{11}}$	$\frac{3}{11}$	المسافة بين النقطة $A(1, -2, 1)$ و المستوي (P_2) هي
$(-2, 3, -6)$	$(3, 0, 2)$	$(2, 3, 1)$	$(3, 1, 5)$	إحداثيات المسقط العمودي للنقطة $B(1, 6, 0)$ على المستوي (P_2)

تمرين 15

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط : $A(2; 4; 1)$ ، $B(0; 4; -3)$ ،

$C(3; 1; -3)$ ، $D(1; 0; -2)$ ، $E(3; 2; -1)$ ، $I\left(\frac{3}{5}; 4; -\frac{9}{5}\right)$.

بين صح أو خطأ كل عبارة من العبارات التالية مع التبرير .

(1) معادلة للمستوي (ABC) هي : $2x + 2y - z - 11 = 0$.

(2) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

(3) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان .

(4) تمثيل وسيطي للمستقيم (CD) هو : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

(5) النقطة I تنتمي إلى المستقيم (AB) .

تمرين 16

(أ) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $B(1;1;4)$ ، $A(1;0;2)$ و $C(-1;1;1)$.

1. بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2. ليكن الشعاع $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$. بين أن \vec{n} عمودي على كل من \overline{AB} و \overline{AC} .

3. استنتج معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

(ب) t عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر النقطتين I و G حيث:

I مرجح الجملة $\{(A,1), (B,2)\}$ و G مرجح الجملة $\{(A,1), (B,2), (C,t)\}$.

1. جد إحداثيات النقطة I ثم عبر عن الشعاع \overline{IG} بدلالة الشعاع \overline{IC} .

2. بين أنه لما يمسح t المجموعة \mathbb{R}_+^* ، النقطة G تنتمي إلى القطعة $[IC]$ باستثناء النقطتين I و C .

3. من أجل أي قيمة للوسيط t تنطبق النقطة G على منتصف القطعة $[IC]$.

تمرين 17

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط:
 $A(1, 0, 2)$; $B(1, 1, 4)$; $C(-1; 1; 1)$

① (أ) بين أن النقط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة.

(ب) تحقق أن الشعاع $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ يُعامد كل من الشعاعين \overline{AB} و \overline{AC} .

(ج) استنتج معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

② ليكن المستويين (P_1) و (P_2) معادلتاهما على الترتيب: $2x + y + 2z + 1 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

(أ) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (D) يُطلب إعطاء تمثيل وسيطي له.

(ب) هل يقطع المستقيم (D) المستوي (ABC) ؟

③ ليكن t عددا حقيقيا موجبا، وليكن G مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 2); (C, t)\}$.

(i) تحقق من وجود المرجح G .

(ii) عين إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 2)\}$ ثم عبر عن \overline{HG} بدلالة \overline{HC} .

(iii) عين مجموعة النقط G عندما يمسح t مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة.

(iv) من أجل أي قيمة لـ t يكون G منتصف $[HC]$ ؟

تمرين 18

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(1; 1; 0)$ ، $B(2; 1; 1)$ و $C(-1; 2; -1)$.

(1) أ) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامة.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x + y - z - 2 = 0$.

(2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P): x + 2y - 3z + 1 = 0 \quad \text{و} \quad (Q): 2x + y - z - 1 = 0$$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0; 4; 3)$ و $\vec{u}(-1; 5; 3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) .

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D) .

(3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC) ، (P) و (Q) .

تمرين 19

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي (\mathcal{P}) الذي معادلته:

$$x - 2y + z + 3 = 0$$

(1) نذكر أن حامل محور الفواصل $(O; \vec{i})$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

- عين إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $(O; \vec{i})$ مع المستوي (\mathcal{P}) .

(2) $B(0; 0; -3)$ و $C(-1; -4; 2)$ نقطتان من الفضاء حيث:

أ- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (\mathcal{P}) .

ب- احسب الطول AB .

ج- احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (\mathcal{P}) .

(3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي (\mathcal{P}) .

ب- تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ج- احسب مساحة المثلث ABC .

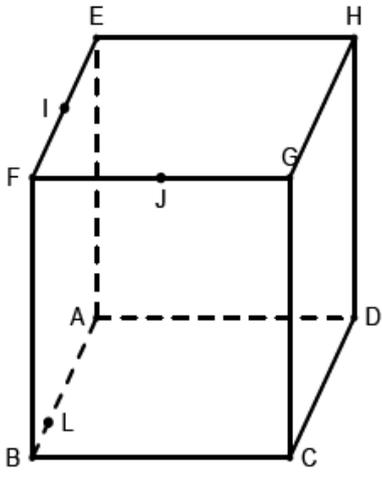
تمرين 20

نعتبر في الفضاء مكعبا $ABCDEFGH$ طول حرفه l . نختار المعلم المتعامد والمتجانس $(A; \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$.

نسمي I و J منتصفي قطعتي المستقيم $[EF]$ و $[FG]$ على الترتيب و L مرجح الجملة $\{(A; 1); (B; 3)\}$.

$$\pi \text{ المستوي ذو المعادلة } 4x - 4y + 3z - 3 = 0.$$

اختر الإجابات الصحيحة من بين الإجابات التالية:



- 1- إحداثيات L هي: أ) $(\frac{3}{2}; 0; 0)$ ب) $(\frac{3}{4}; 0; 0)$ ج) $(\frac{1}{4}; 0; 0)$.
- 2- المستوي π هو: أ) (GLE) ب) (LEJ) ج) (GFA) .
- 3- المستوي الذي يشمل النقطة I ويوازي المستوي π يقطع المستقيم (FB) في النقطة M ذات الإحداثيات:
- أ) $(1; 0; \frac{1}{4})$ ب) $(1; 0; \frac{1}{5})$ ج) $(1; 0; \frac{1}{3})$
- 4- أ- المستقيمان (LE) و (FB) متقاطعان في النقطة N التي هي نظيرة M بالنسبة للنقطة B .
- ب- المستقيمان (LE) و (IM) متوازيان.
- ج- المستقيمان (LE) و (IM) متقاطعان.

- 5- حجم رباعي الوجوه $FIJM$ هو: أ) $\frac{1}{36}$ ب) $\frac{1}{48}$ ج) $\frac{1}{24}$

تمرين 21

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 لتكن النقط $A(0, 2, 1)$ ، $B(-1, 1, -3)$ ، $C(1, 0, -1)$
 1- أكتب المعادلة الديكارية لسطح الكرة S التي
 مركزها C و تشمل النقطة A .

$$(D) \text{ مستقيم معرف بـ: } \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -3 + 2\lambda \end{cases} \quad (2)$$

- أ- أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (D) .
- ب- أحسب المسافة بين C و المستقيم (D) .
- ت- ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي بين (D) و سطح الكرة S .

تمرين 22

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس، نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بالمعادلتين: $x + y + 2z = 1$ ، $x + y + z - 1 = 0$ على الترتيب.
 عيّن، في كل حالة مما يلي، النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

1. إحداثيات نقطتين A و B مشتركتين بين المستويين (P_1) و (P_2) هي:

① $(1, 2, 3)$ ② $(1, 0, 0)$ ③ $(0, 1, 0)$

2. إحداثيات شعاع توجيه المستقيم (D) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) هي:

① $(0, 2, 3)$ ② $(1, -1, 0)$ ③ $(1, 1, 3)$

3. λ عدد حقيقي. تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو:

$$\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=2-\lambda \\ z=3+\lambda \end{cases} \text{ ③} \quad ; \quad \begin{cases} x=\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \text{ ②} \quad ; \quad \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-\lambda \\ z=0 \end{cases} \text{ ①}$$

تمرين 23

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر المستوي P ذا المعادلة: $2x + y - 2z + 4 = 0$. والنقط $C(4; -2; 5)$, $B(1; 2; 4)$, $A(3; 2; 6)$.

(1) أ - بين أن النقط A , B , C تعين مستويا.

ب - تحقق أن هذا المستوي هو P .

(2) أ - بين أن المثلث ABC قائم.

ب - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستوي P .

ج - لتكن K المسقط العمودي للمبدأ O على المستوي P . احسب بطريقتين مختلفتين الطول OK .

د - احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

(3) لتكن G مرجح الجملة $\{(O; 3); (A; 1); (B; 1); (C; 1)\}$ و I مركز ثقل المثلث ABC .

أ - بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

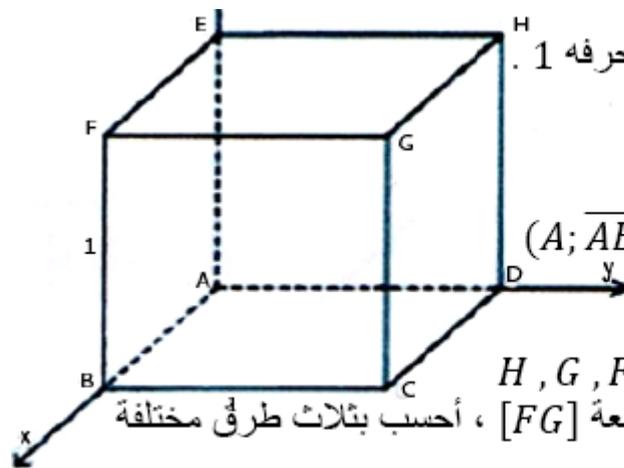
ب - حدد المسافة بين النقطة و المستوي P .

(4) لتكن Γ مجموعة النقط من الفضاء حيث $\|3\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 6$.

حدد طبيعة المجموعة Γ وعناصرها المميزة.

ماهي مجموعة النقط المشتركة بين Γ و P

تمرين 24



مكعب طول حرفه 1.

الفضاء منسوب إلى معلم

متعامد و متجانس $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

1- عين إحداثيات النقط:

H, G, F, E, D, C, B, A

2- النقطة I منتصف القطعة $[FG]$, احسب بثلاث طرق مختلفة

الجداء $\vec{BC} \cdot \vec{BI}$

- 3- J منتصف القطعة $[FH]$ ، الكرة التي مركزها J و تشمل F
أكتب معادلة ديكارتية لـ S
- 4- أكتب تمثيلا وسيطيا و تمثيلا ديكارتيا لكل من المستقيمين (BH) و
 (BD) .
- 5- ضع تخمينا حول الوضع النسبي بين المستقيمين في الحالات التالية :
أ- (EH) و (BC)
ب- (BH) و (CG)
ج- (BH) و (BD)
- 6- أثبت أن الشعاع \overline{BH} ناظمي على المستوي (CFA)
- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (CFA)
- 7- عين نقطة تقاطع المستقيم (BH) و المستوي (CFA)
- 8- عين تقاطع المستقيم (BH) و الكرة S
أ) عين نقطة من (D) و شعاع توجيه له .
ب) اشرح لماذا (D) محتوى في (ABC)

تمرين 25

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس المستويين (P_1) و
 (P_2) حيث :

$$(P_1) \text{ معرف بالمعادلة : } x + 2y - z - 2 = 0$$

$$\begin{matrix} t \in \mathbb{R} \\ m \in \mathbb{R} \end{matrix} \quad \begin{cases} x = 1 + 2m + t \\ y = 1 + m \\ z = 5 + m + t \end{cases} \text{ و } (P_2) \text{ معرف بالتمثيل الوسيطى :}$$

- 1- أكتب معادلة لـ (P_2)
- 2- عين شعاعا ناظميا لـ P_1 و شعاعا ناظميا لـ P_2
- 3- بين أن P_1 و P_2 متعامدان .
- 4- أ) $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء عين المسافة d_1 بين A و P_1 ثم عين
المسافة d_2 بين A و P_2
ب) استنتج المسافة d_3 بين A و المستقيم (Δ) تقاطع P_1 و P_2
- 5- أ) عين تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ وسيط حقيقي
ب) M نقطة كيفية من (Δ) أحسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا مرة أخرى
 d_3

تمرين 26 (بكالوريا 2008 ع ت: من الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته ،
 $x+2y-z+7=0$
 والنقط $A(2, 0, 1)$ و $B(3, 2, 0)$ و $C(-1, -2, 2)$
 1) تحقق أن النقط A, B, C ليست على استقامة ، ثم بين أن المعادلة الديكارتيية للمستوي (ABC) هي $y+2z-2=0$
 2) تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسهيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC) .
 ب) احسب المسافة بين A و للمستقيم (Δ)
 3) لنكن G مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, \alpha), (C, \beta)\}$ حيث α, β عدنان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta \neq 0$ حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ)

تمرين 27 (بكالوريا 2008 ع ت: من الموضوع 2)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك
 نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط ،
 $D(3, 2, 1)$ ، $C(-2, 0, -2)$ ، $B(4, 1, 0)$ ، $A(1, 3, -1)$
 والمستوي (P) الذي معادلته ، $x-3z-4=0$
 1) للمستوي (P) هو : ج 1) (BCD) ، ج 2) (ABC) ، ج 3) (ABD)
 2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :
 ج 1) $\vec{n}_1(1, 2, 1)$ ، ج 2) $\vec{n}_2(-2, 0, 6)$ ، ج 3) $\vec{n}_3(2, 0, -1)$
 المسافة بين النقطة D و المستوي (P) هي : ج 1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج 2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج 3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

تمرين 28 (بكالوريا 2008 شعبة رياضيات: من الموضوع الأول)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 لنكن النقط $A(0, 2, 1)$ و $B(-1, 1, -3)$ و $C(1, 0, -1)$
 1) اكتب العبارة الديكارتيية لسطح الكرة S التي مركزها C و تشمل النقطة A
 2) ليكن المستقيم (D) العرف بالتمثيل الوسيطى ،

$$\begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -3 + 2\lambda \end{cases}$$
 حيث λ عدد حقيقي.

1) أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (D)

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (D)

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) و سطح الكرة S ؟

تمرين 29) بكالوريا 2008 شعبة رياضيات: من الموضوع الثاني)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى العلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين الآتيين :

$$\begin{cases} x=6+\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=5+\alpha \end{cases} \text{ و } (\alpha \in \mathbb{R}) \text{ على الترتيب.} \quad \begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\frac{1}{2}\lambda \\ z=-2-2\lambda \end{cases} \text{ , } (\lambda \in \mathbb{R})$$

1) بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2) نقطة K كيفية من (Δ) و نقطة N كيفية من (Δ')

ا) عين احداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ')

ب) احسب الطول MN

3) عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .

4) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P). ماذا تلاحظ؟

تمرين 30) بكالوريا 2008 شعبة تقني رياضي)

نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نقط من هذا الفضاء A(1, 2, 2) و B(3, 2, 1) و C(1, 3, 3)

1) برهن أن النقط A, B, C تعين مستوي يطلب تعيين معادلته الديكارتية

2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين:

$$(P_1), x-2y+2z-1=0$$

$$(P_2), x-3y+2z+2=0$$

بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)

3) بين أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ)

4) بين أن الشعاع $\vec{u}(2, 0, -1)$ هو أحد اشعة توجيه المستقيم (Δ)

5) استنتج أن التمثيل الوسيط للمستقيم (Δ) هو الجملة:

$$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases} \text{ حيث } (k \in \mathbb{R})$$

6) لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) , أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان

\vec{AM} و \vec{u} متعامدين, ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

