الثلاثي الثالث

I) الحصر والمجالات

1) الحصر:

❖ **حصر عدد حقيقي :**

ليكن a و b العددين الحقيقيين بحيث $a \le b$.
نقول أن العدد الحقيقي x محصور بين a و b إذا كان $a \le x$ و $x \le b$ وتكتب $a \le x \le b$ نقول ان مدى هذا الحصر هو $b-a$.

❖ **حصر مجموع عددين حقيقيين:**

a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية حيث : $a \le b$ و $c \le d$
❖ إذا كان $a \le x \le b$ و $c \in IR$ فإن $a+c \le x+c \le b+c$
❖ إذا كان $a \le x \le b$ و $c \in IR$ فإن $a-c \le x-c \le b-c$
❖ إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن $a+c \le x+y \le b+d$

❖ **حصر جذاء عددين حقيقيين موجبين:**

* a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث : $a \le b$ و $c \le d$	ليكن a و b عددين حقيقيين لهما نفس العلامة بحيث $a \le b$.
إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن	* إذا كان $a \le x \le b$ و $c \in IR_+^*$ فان $a\,c \le c\,x \le b\,c$
$a\ c \le x\ \ y \le b\ \ d$	* إذا كان $a \le x \le b$ و $c \in IR_-^*$ فان $a\,c \ge c\,x \ge b\,c$

❖ **الحصر والمقلوب :**

إذا كان $a \ne 0$ و $b \ne 0$ عددين حقيقيين لهما نفس العلامة و $a \le x \le b$ فان $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{x} \ge \frac{1}{b}$

❖ **فارق الحصرين:**

a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية حيث : $a \le b$ و $c \le d$
❖ إذا كان $c \le y \le d$ فإن $-d \le -y \le -c$
❖ إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن $a-d \le x-y \le b-c$
$x-y = x+(-y)$

❖ **مربع الحصر:**

* a و b عددين حقيقيين موجبان	* a و b عددين حقيقيين سالبان
إذا كان $a \le x \le b$ فإن $a^2 \le x^2 \le b^2$	إذا كان $a \le x \le b$ فإن $a^2 \ge x^2 \ge b^2$

❖ **جذر تربيعي الحصر:**

إذا كان a و b عددين حقيقين موجبان و $a \le x \le b$ يعني $\sqrt{a} \le \sqrt{x} \le \sqrt{b}$

❖ قسمة الحصرين:

a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث : $a \le b$ و $c \le d$ و $c \neq 0$ و $d \neq 0$

❖ إذا كان $c \le y \le d$ فان $\frac{1}{c} \ge \frac{1}{y} \ge \frac{1}{d}$

❖ إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن $\frac{a}{d} \le \frac{x}{y} \le \frac{b}{c}$

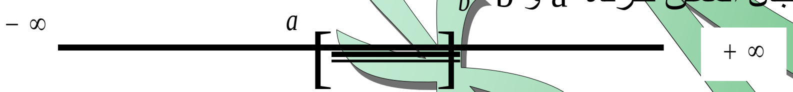
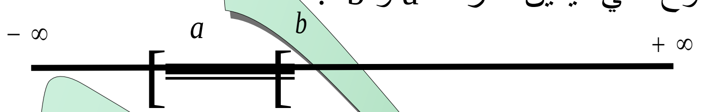
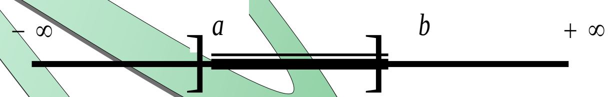
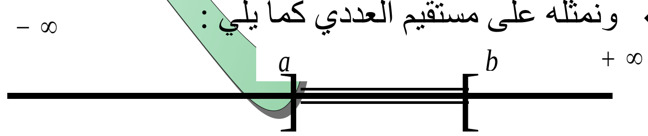
$$\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$$

❖ الحصر والقيمة المطلقة :

* $\|x\| \le a$ يعني $x \in [-a,a]$ يعني $-a \le x \le a$	* $\|x\| \ge a$ يعني $x \in]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ يعني $a \le x$ أو $x \le -a$
* $\|x\| < a$ يعني $x \in]-a, a[$ يعني $-a < x < a$	* $\|x\| > a$ يعني $x \in]-\infty, -a[\cup]a, +\infty[$ يعني $a < x$ أو $x < -a$

2) المجالات في IR:

❖ المجالات المحدودة:

مجموعة الاعداد الحقيقية	المجال المحدود	التمثيل على مستقيم مدرج
$I = \{x \in IR / a \le x \le b\}$	$I = [a,b]$	المجال المغلق طرفاه a و b 
$J = \{x \in IR / a \le x < b\}$	$J = [a,b[$	المجال نصف المغلق على اليسار أو نصف مفتوح علي اليمين طرفاه a وb أونصف مفتوح علي اليمين طرفاه a و b : 
$k = \{x \in IR / a < x \le b\}$	$K =]a,b]$	المجال نصف المغلق على اليمين أو نصف مفتوح علي اليسار طرفاه a و b أو نصف مفتوح علي اليسار طرفاه a و b 
$L = \{x \in IR / a < x < b\}$	$L =]a,b[$	المجال المفتوح طرفاه a و b ❖ ونمثله على مستقيم العددي كما يلي : 

❖ المجالات غير المحدودة:

مجموعة الاعداد الحقيقية	المجال غ ير المحدود	
$I=\{x\in IR / x\le b\}$	$I=]-\infty,b]$	المجال المغلق غير محدود علي اليسار طرفه b ونقرأ المجال مغلق لا نهاية سالبة b
$J=\{x\in IR / a\le x\}$	$J=[a,+\infty[$	المجال المغلق غير محدود علي اليمين ونقرأ المجال مغلق a لا نهاية موجبة
$K=\{x\in IR / x< b\}$	$k=]-\infty,b[$	المجال مفتوح غير محدود علي اليسارطرفه b ونقرأ المجال مفتوح لا نهاية سالبة b
$L=\{x\in IR / a< x\}$	$L=]a,+\infty[$	المجال المفتوح غير محدود علي اليمين ونقرأ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة

مجالات غير المحدودة : $IR_+=[0,+\infty[$ و $IR_-=]-\infty,0]$ و $IR=]-\infty,+\infty[$

II) المعدلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في IR:

1) المعدلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في IR:

* **كل مساواة تؤول كتابتها إلى الشكل** $a\,x=b$ **حيث** a **عدد حقيقي معلوم مخالف للصفر و** b **عدد حقيقي معلوم و** x **عدد حقيقي مجهول تسمى معادلة من الدرجة الاولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية حلها** $x=\frac{b}{a}$ **ونكتب** $S_{IR}=\left\{\frac{b}{a}\right\}$

تذكّير :

ليكن $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}^*$

❖ $a=b$ يعني $a+c=b+c$

❖ $a=b$ يعني $a-c=b-c$

❖ $a=b$ يعني $c\times a=c\times b$

❖ $a=b$ يعني $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

بصفة عامة : $a\,x+b=0$

الحالة الأولى : $a\neq 0$

❖ $a\,x+b=0$ **يعني** $a\,x=-b$ **يعني** $x=-\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=\left\{-\frac{b}{a}\right\}$

❖ ***مثال :*** $\frac{3}{2}x+1=3$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية

$\frac{3}{2}x+1=3$ يعني $\frac{3}{2}x=3-1$ يعني $\frac{3}{2}x=2$ يعني $x=\frac{4}{3}$ أي $S_{IR}=\left\{\frac{4}{3}\right\}$

الحالة الثانية: $b\neq 0$ و $a=0$

❖ $a\,x+b=0$ و $a=0$ و $b\neq 0$ **يعني** $0\,x=-b\neq 0$ مستحيل(لان $0\,x=0$) *إذن هذه المعادلة لا حلول لها و* نكتب $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$ ($\varnothing$ =مجموعة فارغة)

❖ ***مثال :*** $3\left(x-\frac{3}{2}\right)=3x-\frac{7}{2}$ يعني $3x-\frac{9}{2}=3x-\frac{7}{2}$ يعني $3x-3x=\frac{9}{2}-\frac{7}{2}$ يعني $0\,x=1$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$

(لان $0\,x=0$)

الحالة الثالثة: $b=0$ و $a=0$

❖ $a\,x+b=0$ و $a=0$ و $b=0$ **يعني** $0x=0$ *إذن كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة و نكتب* $S_{\mathbb{R}}=IR$

❖ ***مثال :*** $8x+9=3(x+2)+5x+3$ يعني $8x+9=3x+6+5x+3$ يعني $8x+9=8x+9$ يعني $8x-8x=9-9$ يعني $0x=0$ *إذن كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة و نكتب* $S_{\mathbb{R}}=IR$

* **لحل مسألة نتبع المراحل التالية 1)نختار المجهول 2)نضع المسألة في شكل معادلة من الدرجة الاولى ذات مجهول واحد 3)نحل المعادلة 4)نتحقق من الحل**

2) المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في IR:

* كل لا مساواة تؤول كتابتها إلى الشكل $ax+b\le 0$ أو $ax+b\ge 0$ أو $ax+b<0$ أو $ax+b>0$ حيث a عدد حقيقي معلوم مخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد حقيقي مجهول تسمى متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية

* **حل متراجحة في IR يعني أبحث عن مجموعة حلول هذه المتراجحة**

متراجحة	$ax+b\le 0$	$ax+b\ge 0$	$ax+b<0$	$ax+b>0$
الحالة الأولى : $a>0$	$ax+b\le 0$ **يعني** $ax\le -b$ **يعني** $x\le -\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\infty,-\frac{b}{a}]$	$ax+b\ge 0$ **يعني** $ax\ge -b$ **يعني** $x\ge -\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=[-\frac{b}{a},+\infty[$	$ax+b<0$ **يعني** $ax<-b$ **يعني** $x<-\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\infty,-\frac{b}{a}[$	$ax+b>0$ **يعني** $ax>-b$ **يعني** $x>-\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\frac{b}{a},+\infty[$
التمثيل على مستقيم مدرج	$-\infty$ $+\infty$ $-b/a$	$-\infty$ $+\infty$ $-b/a$	$-\infty$ $+\infty$ $-b/a$	$-\infty$ $+\infty$ $-b/a$
الحالة الثانية : $a<0$	$ax+b\le 0$ **يعني** $ax\le -b$ **يعني** $x\ge -\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=[-\frac{b}{a},+\infty[$	$ax+b\ge 0$ **يعني** $ax\ge -b$ **يعني** $x\le -\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\infty,-\frac{b}{a}]$	$ax+b<0$ **يعني** $ax<-b$ **يعني** $x>-\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\frac{b}{a},+\infty[$	$ax+b>0$ **يعني** $ax>-b$ **يعني** $x<-\frac{b}{a}$ **إذن** $S_{IR}=]-\infty,-\frac{b}{a}[$
التمثيل على مستقيم مدرج	$-b/a$ $+\infty$ $-\infty$	$-\infty$ $-b/a$ $+\infty$	$-\infty$ $-b/a$ $+\infty$	$-\infty$ $+\infty$ $-b/a$

ملاحظة:

* **يمكن للمعادلة أو متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في** IR **حلها المجموعة فارغة ونكتب :** $S_{IR}=\varnothing$

* **يمكن للمعادلة أو متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في** IR **حلها** IR **ونكتب :** $S_{IR}=IR$

الإحصاء و الاحتمالات

1) الإحصاء:

* **الساكن : هو المجموعة التي تقع دراستها كل عنصر منها هو فرد**
*

سلسلة الإحصائية

❖ سلسلة الإحصائية المتحصل عليها ذات ميزة كمية يعني نتائج الدراسة الإحصائية في صورة أعداد

❖ سلسلة الإحصائية ذات ميزة كمية منقطعة

أو

❖ سلسلة الإحصائية ذات ميزة كمية مسترسلة

أو

❖ سلسلة الإحصائية المتحصل عليها ذات ميزة كيفية يعني نتائج الدراسة الإحصائية ليست في صورة أعداد

أو

❖ سلسلة الإحصائية متسلسلة زمنيا

* **مدى السلسلة الإحصائية هو الفارق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة**
* **المنوال في السلسلة الإحصائية هو القيمة ذات التكرار الأكبر.**
* **العدد الجملي للتكرار يسمي بالتكرار الجملي و نرمز له بـــ N**
* **مخطط العصيات : تمثل سلسلة إحصائية ذات ميزة كمية منقطعة بمخطط يسمي مخطط العصيات**
* **المخطط المستطيلات : تمثل سلسلة إحصائية ذات ميزة كمية مسترسلة بمخطط يسمي مخطط المستطيلات**

* **تمثل سلسلة إحصائية ذات ميزة كيفية بمخطط يسمي المخطط الدائري**
* **المعدل الحسابي لسلسلة الإحصائية هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة وتكرار الموافق لها علي N التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية**
* موسط **السلسلة الإحصائية ذات ميزة كمية هو القيمة التي يكون تكرار القيم الأصغر منها مساويا لتكرار القيم الأكبر منها و نرمز له بـــ M_e .**
* **- لأجاد** موسط **السلسلة الإحصائية ذات ميزة كمية تكرارها الجملي N , نرتب قيمها تصاعديا أو تنازليا و يكون الموسط هو: - القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديا**

- المعدل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ إذا كان N عددا زوجيا.

* **التواتر التراكمي هو ناتج قسمة التكرار التراكمي n_i علي N التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية.**
* **التواتر التراكمي بالنسبة المائوية يساوي ناتج ضرب التواتر التراكمي في 100**
* **التكرار التراكمي الصاعد الموافق لقيمة ما هو مجموع تكرارات القيم الأصغر منها.**

- **التكرار التراكمي النازل الموافق لقيمة ما هو مجموع تكرارات القيم الأكبر منها.**
- **التواتر التراكمي الصاعد الموافق لقيمة ما هو مجموع تواترات القيم الأصغر منها.**
- **التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية يساوي ناتج ضرب التواتر التراكمي الصاعد في 100**
- **موسط السلسلة الإحصائية ذات ميزة كمية هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلي المضلع التواترات التراكمية الصاعدة والتي ترتبها 0,5 (أو % 50 إذا كانت التواتر بالنسبة المائوية)**
- **مركز الفئة هو المعدل الحسابي لطرفيه**

2) <u>الاحتمالات</u> :

- **نقول عن مجموعة انها منتهية إذا كان عدد عناصرها محدود يسمي هذا العدد كم المجموعة إذن كم مجموعة منتهية هو عدد عناصرها**

أمثلة: - كم مجموعة أحادية يساوي1

- كم مجموعة فارغة يساوي صفر

- $A = \{2,5,8,11,14,17\}$ **إذن : كم (A) = 6**

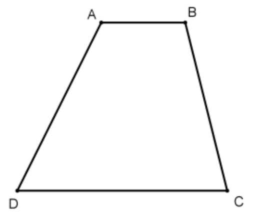
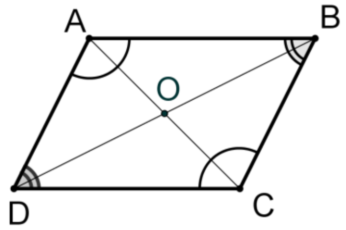
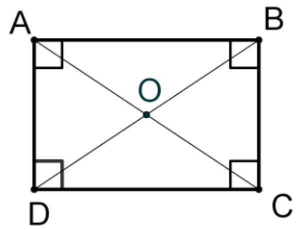
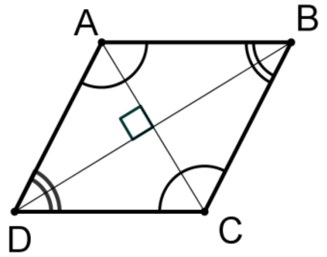
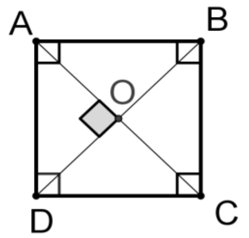
- **يكون الحدث أكيدا إذا كان احتماله مساويا لــ 1**
- **يكون الحدث مستحيلا اذا كان احتماله مساويا لــ صفر**
- **يكون الحدث ممكنا اذا كان احتماله اكبر من صفر واصغر او مساو لواحد**
- **إحتمال وقوع الحدثA هو خارج كم الحدث A على كم الحدث الأكيد و نرمز له بــ p(A)**

$$p(A) = \frac{(\quad A}{(\quad \Omega}$$

- **Ώ هي الحدث الاكيد والمجموعة الفارغة هي الحدث المستحيل**

الهندسة

رباعيات الأضلاع

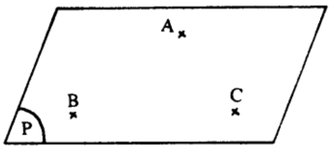
❖ **شبه المنحرف:**	**في شبه المنحرف:** قاعدتاه متوازيتان $(AB) // (CD)$	
❖ **متوازي الأضلاع:**	**في متوازي الأضلاع :** ❖ كل الضلعين متقابلين متوازيان ومتقايسان ❖ قطراه لهما نفس المنتصف ❖ كل زاويتين متتاليتين متكاملتان كل زاويتين متقابلتين متقايستان	
❖ **المستطيل:**	**في المستطيل :** ❖ قطراه متقايسان و لهما نفس المنتصف كل زواياه قائمة	
❖ **المعين:**	**في المعين:** ❖ أضلاعه الأربعة متقايسة ❖ قطراه متعامدان و لهما نفس المنتصف ❖ قطراه منصفا زواياه	
❖ **المربع:**	**في المربع:** ❖ أضلاعه الأربعة متقايسة ❖ قطراه متعامدان و متقايسان و لهما نفس المنتصف ❖ قطراه منصفا زواياه ❖ كل زواياه قائمة	

التعامد في الفضاء

❖ **أستحضر**

لنتذكر:

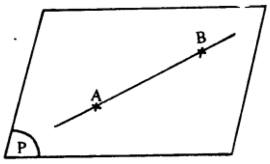
ثلاث نقط من الفضاء ليست علي استقامة واحدة تحدد مستويا واحدا



المستوي المحدد بالنقاط I **و** A C **نرمز له بـــ** (ABC) **ونمثله بمتوازي أضلاع**

لنتذكر:

إذا كان لمستقيم نقطتان مشتركتان مع المستوي فهو محتو في هذا المستوى أي إذا كان A B **نقطتين مختلفتين من مستو** P **فإن :** $(AB) \subset P$

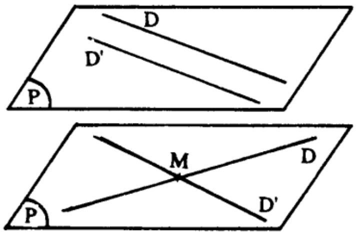


❖ **التوازي في الفضاء:**

❖ **الوضعية النسبية لمستقيمين:**

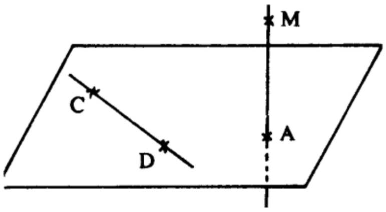
لنتذكر:

مستقيمان من نفس المستوى هما متوازيان أو متقاطعان.



لنتذكر:

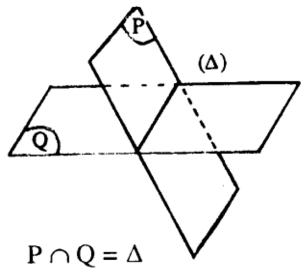
مستقيمان ليسا في نفس المستوى هما مستقيمان غير متوازيين وغير متقاطعين.



❖ الوضعية النسبية لمستويين:

لنتذكر:

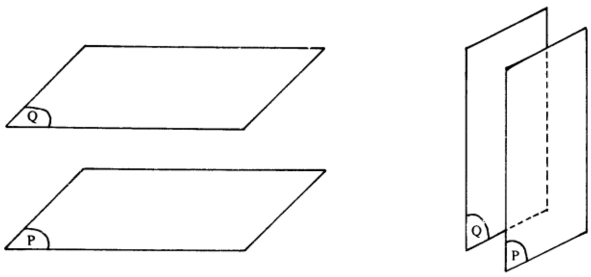
مستويان متقاطعان يتقاطعان حسب مستقيم.



$P \cap Q = \Delta$

لنتذكر:

مستويان متوازيان هما مستويان غير متقاطعان .



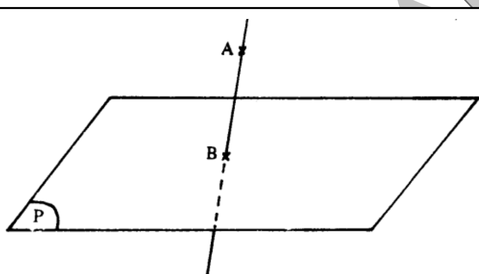
$P \cap Q = \varnothing$

❖ الوضعيات النسبية لمستقيم و مستوى:

مستقيم و مستو متقاطعان :

لنتدكر:

إذا كان لمستقيم و مستو نقطة مشتركة واحدة نقول إنهما متقاطعان في تلك النقطة

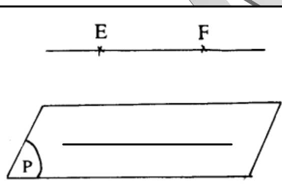


$P \cap (AB) = \{B\}$

مستقيم و مستو متوازيان:

لنتذكر:

إذا كان مستقيم موازي لمستقيم من مستوي فهو موازٍ لهذا المستوي

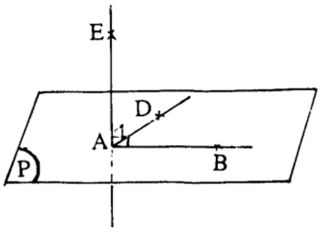


$(EF) \cap P = \varnothing$

التعامد في الفضاء:

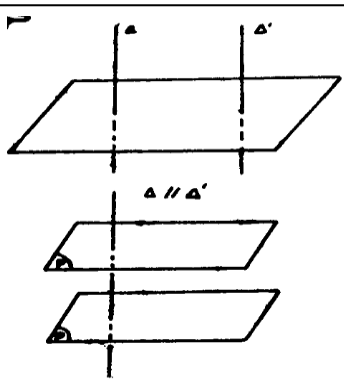
مستقيم و مستو متعامدان :

لنتذكر:



- ❖ مستقيم عمودي على مستو هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي
- ❖ مستقيم عمودي على مستو في نقطة هو مستقيم عمودي على كل المستقيمات المستويالمارة من هذه النقطة

لنتذكر:



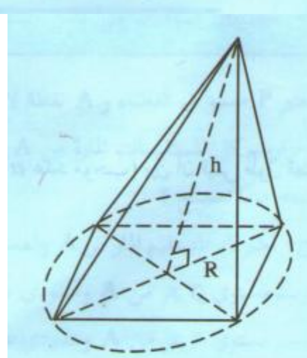
- ❖ مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان
- ❖ مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان

لنتدكر:

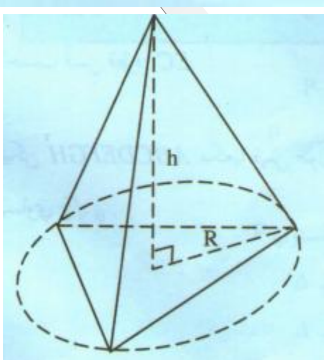
في متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ كل الأقطار $[EC]$ و $[HB]$ و $[AG]$ و $[DF]$ متقا يسة و قيس طول كل قطر يساوي $\sqrt{AB^2+AE^2+AD^2}$

لنتدكر:

في الهرم المنتظم قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعي ارتفاعه وشعاع الدائرة المحيطة بقاعدته.



في الهرم المنتظم، إذا كان h ارتفاعه و R شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته فإنّ قيس طول كل حرف من أحرفه $\sqrt{h^2+R^2}$



N*MY