

LES PROBLEMES

I. Qu'est-ce qu'un problème ?

« Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème, dans un rapport sujet/situation, que si la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple.¹ »

A l'école :

- Il n'y a problème que s'il y a réellement quelque chose à chercher.
- Un énoncé peut être un problème pour certains élèves et ne plus l'être pour d'autres.
- Le choix des valeurs données à certaines variables peut faire qu'un énoncé soit ou non un problème.

Exemple :

Énoncé d'un problème de CE1 : « Je veux partager 36 jetons en 3 paquets. Il doit y avoir autant de jetons dans chaque paquet. Combien y aura-t-il de jetons par paquet ? »

- Au début du CE1, il s'agit bien d'un problème, puisque les élèves ne disposent pas d'une procédure immédiatement mobilisable : ils doivent essayer, chercher, imaginer une solution originale.
- Au CM1, face à cet énoncé, la plupart des élèves peuvent répondre directement grâce à leurs connaissances sur la multiplication ou sur la division : il n'y a alors plus problème.
- Le choix des valeurs données à certaines variables (ici par exemple la taille des nombres) peut faire qu'un même énoncé soit ou non un problème. Dans le cas précédent, si 36 est remplacé par 6, il n'y a plus de problème pour la plupart des élèves de CE1.

¹ Définition du problème scolaire proposée par Jean Brun dans la revue suisse Math-école (n°141).

II. Les différents types de problèmes

1. Les situations-problèmes

Ils ont pour objectif d'engager les élèves dans la construction de nouvelles connaissances.

La résolution du problème proposé provoque la nécessité d'introduire des connaissances nouvelles, ce qui justifie pour les élèves l'introduction d'un nouveau concept.

2. Les problèmes d'application

Ils ont pour objectif d'entraîner les élèves à la maîtrise du sens de la nouvelle connaissance. Ils interviennent après une phase de construction d'une nouvelle connaissance.

Exemple : les additions répétées destinées à faire acquérir la technique opératoire.

3. Les problèmes de réinvestissement

Ceux-ci ont pour objectif de permettre aux élèves l'utilisation des connaissances déjà étudiées dans un contexte différent de celui où elle a été abordée.

Ils permettent d'enrichir le sens d'une connaissance (son champ d'utilisation).

Exemple : les petits problèmes mettant en jeu une structure opératoire déjà étudiée.

4. Les problèmes d'intégration et de synthèse

Ce sont des problèmes plus complexes dans lesquels les élèves doivent utiliser conjointement plusieurs catégories de connaissances.

5. Les problèmes d'évaluation

Ceux-ci doivent permettre à l'enseignant d'évaluer les acquis :

- soit pour réguler les dispositifs : évaluation formative,
- soit pour certifier qu'un certain niveau est atteint : évaluation sommative.

Pour une évaluation formative, le problème doit permettre de relever les savoirs en cours d'acquisition et de repérer des erreurs.

Exemples : QCM, évaluation diagnostique (évaluation nationale CE2).

Pour une évaluation sommative, le problème doit permettre de faire un bilan des connaissances à la fin d'un apprentissage.

Exemple : Problème de contrôle.

6. Les problèmes ouverts

Les problèmes ouverts destinés à mettre l'élève en situation de recherche et donc de développer des compétences plus méthodologiques.

III. Les problèmes ouverts

Le terme « problème ouvert » a été introduit par une équipe de l'IREM de Lyon pour évoquer une catégorie de problèmes destinés à mettre en route, avec les élèves, une démarche scientifique : faire des essais, conjecturer, tester, prouver.

1. Qu'est-ce qu'un problème ouvert ?

Un problème ouvert est un problème qui possède les caractéristiques suivantes² :

- L'énoncé est court.
- L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.
- Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples.

Exemples :

- Dans ma tirelire j'ai 32 pièces de monnaie. Il n'y a que des pièces de 1 € et de 2 €. Avec ces 32 pièces, j'ai 43 €. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?
- Quel est le plus grand produit de deux nombres que l'on peut faire en utilisant une fois et une seule les chiffres 1, 2, 3, ... 9 pour former ces nombres ?

Les textes officiels pour l'école primaire évoquent ce type de problèmes :

- Au cycle 2 : « analyser des problèmes de recherche simples ».
- Au cycle 3 : « élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée ».

² IREM de Lyon.

2. Apports du problème ouvert

- Le problème ouvert permet de proposer à l'élève une activité comparable à celle du mathématicien confronté à des problèmes qu'il n'a pas appris à résoudre. Problème ouvert et situation-problème pourraient ainsi renvoyer à deux aspects du travail du mathématicien :
 - dans le cas du problème ouvert, il s'agit d'abord de chercher une solution originale, personnelle, avec les moyens du bord, mais la solution générale n'est pas à portée de main ;
 - dans le cas de la situation-problème, il s'agit, à partir d'un problème particulier, d'élaborer une connaissance (notion, procédure, ...) de portée plus générale et destinée à être institutionnalisée, reconnue socialement, maîtrisée par chacun.
- Le problème ouvert permet de mettre l'accent sur des objectifs spécifiques, d'ordre méthodologique. Il exige en effet de l'élève, la mise en œuvre de méthodes et de compétences peu travaillées par ailleurs : essayer, organiser sa démarche, mettre en œuvre une solution originale, en mesurer l'efficacité, argumenter à propos de sa solution ou de celle d'un autre, ...
- Le problème ouvert offre une occasion de prendre en compte et même de valoriser les différences entre élèves. En effet, si l'énoncé est le même pour tous les élèves, les solutions peuvent être diverses, plus ou moins rapides, utilisant des connaissances et des stratégies variées (du dessin des pièces à des essais de multiples de 2 et de 5, dans l'exemple du problème des pièces). C'est précisément cette diversité qui est ici intéressante, pour permettre l'échange, la confrontation et le débat.
- Le problème ouvert permet à l'enseignant de faire connaître aux élèves quelles sont ses attentes en matière de résolution de problèmes. En effet, pour résoudre de tels problèmes, l'élève perçoit rapidement qu'il est inefficace d'essayer d'appliquer directement des connaissances déjà étudiées. Au contraire, il s'agit de chercher, prendre des initiatives, essayer pour voir. L'originalité est encouragée et reconnue, ... La responsabilité de la solution appartient entièrement à l'élève.

3. Mise en œuvre du problème ouvert

- La difficulté ne doit pas résider dans la compréhension de la situation. La recherche ne doit commencer que lorsque les termes et l'enjeu du problème sont appropriés par tous les élèves. Il faut à la fois donner toutes les indications pour que le problème soit clairement défini et aucune indication qui puisse esquisser une procédure possible de résolution.

Exemple :

Au CP, un problème de partage peut être un exemple de problème ouvert. Supposons qu'il s'agisse de partager 16 objets entre 4 personnes.

Le problème peut être présenté de la façon suivante. Le maître dispose de 16 images qu'il montre aux élèves en début de séquence, puis range dans une boîte. Il remet à chaque enfant (ou à chaque groupe) 4 enveloppes et donne la consigne suivante : « Je dois envoyer ces 16 images à 4 enfants. Pour cela, je vous ai donné 4 enveloppes, une par enfant. Vous devez écrire sur l'enveloppe le nombre d'images que je devrais mettre dans l'enveloppe. Attention, les 4 enfants doivent recevoir le même nombre d'images. Vous avez une feuille blanche pour chercher ».

Ici, les élèves sont dispensés du contrôle de l'une des variables : le nombre de parts. Il reste encore à faire comprendre aux élèves les autres contraintes du problème :

- il faut répartir la totalité des images (ici 16),
- chaque enfant doit en avoir le même nombre (partage équitable).

Si les échanges avec les élèves n'y suffisent pas, on peut suggérer, dans une situation comparable (par exemple 4 images, 4 enveloppes) de présenter diverses solutions et de demander si elles respectent les contraintes, par exemple (4 images, 4 images, 4 images, 4 images), (2 images, 1 image, 3 images).

- La phase de recherche doit appartenir aux élèves. Les interventions de l'enseignant doivent se limiter à des encouragements, des réponses à des questions portant strictement sur la compréhension de l'énoncé, mais en aucun cas, sur la validité d'une procédure, sur le fait que la voie choisie est bonne ou mauvaise, ... Par contre, il est important, pour l'enseignant, d'observer le travail des groupes, en particulier pour recueillir des informations qui l'aideront à préparer la phase de mise en commun.

Le plus souvent, la recherche sera faite en petits groupes. Mais il est utile que, auparavant, chaque élève ait pu se faire sa propre idée par une courte phase de travail individuel.

- La mise en commun est avant tout une phase d'échanges et de débat autour des solutions proposées par les élèves.

Le plus souvent, elle pourra se réaliser autour des affiches (ou des transparents) que les élèves auront réalisées à l'issue de leur recherche. Le rôle de l'enseignant est d'abord de permettre un échange véritable entre les élèves, et non entre les élèves et lui, avec l'idée permanente qu'il s'agit de confronter des solutions, de les discuter, de les défendre, de les valider ... et non d'arriver à exhiber « la bonne solution », celle à

laquelle avait pensé l'enseignant ou celle des élèves considérée comme la plus efficace.

- La même situation peut être proposée à nouveau aux élèves, après la phase de mise en commun, avec des nombres différents par exemple. Cela peut permettre à certains élèves d'essayer une solution qu'ils n'ont pas élaborée eux-mêmes, mais dont ils ont perçu l'intérêt au cours des échanges.

La mise en œuvre d'un problème ouvert peut donc être réalisée en cinq phases :

- un temps de familiarisation avec le problème. La recherche ne doit commencer que lorsque le problème a été approprié par tous les élèves ;
- un temps de recherche individuelle permet une appropriation du problème au rythme de chacun. Les interventions de l'enseignant doivent se limiter à des encouragements, à répondre à des questions portant strictement sur la compréhension de l'énoncé, mais en aucun cas sur le choix et la validité d'une procédure ;
- un temps de travail en groupe (comparaison et explicitation des premières ébauches de solutions, élaboration d'une solution commune et formulation de celle-ci) ;
- un temps d'échanges et de débat sur les solutions ;
- un temps de synthèse sur des aspects méthodologiques qui pourront être réinvestis par les élèves.

IV. Place des problèmes dans les programmes

Quatre types de problèmes sont évoqués et peuvent être associés à des objectifs d'apprentissage différents :

- problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ;
- problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer ;
- problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances ;
- problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

1. Les programmes du cycle 2

Dès le cycle 2, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme.

La résolution de problèmes correspond à différents enjeux.

- Les problèmes de recherche, c'est-à-dire ceux pour lesquels aucune démarche préalablement explorée n'est disponible, placent les élèves en situation d'élaborer des procédures de résolution personnelles.
- Certains de ces problèmes sont aménagés par l'enseignant pour permettre la construction de connaissances nouvelles ou favoriser une évolution dans la connaissance de notions déjà rencontrées.
- D'autres problèmes sont destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement.

2. Les programmes du cycle 3

Comme dans les cycles précédents, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des notions mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme.

Des activités sont également proposées pour mettre en place et développer des compétences spécifiques, d'ordre méthodologique, utiles pour résoudre des problèmes.

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- des problèmes de recherche, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée : certains de ces problèmes sont utilisés pour permettre la construction de connaissances nouvelles, d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de chercher, d'élaborer une solution originale ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes.