

Techniques opératoires

Cycles 2 et 3

Soustraction

L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

Les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée.

Soustraction

Dossier largement inspiré des travaux de :

- *Roland Charnay, formateur à l'IUFM de Lyon, co-fondateur du groupe Ermel*
- *Jean Luc Brégeon, formateur à l'IUFM d'Auvergne*
- *Dominique Pernoux, formateur à l'IUFM d'Alsace*
- *Pierre Eysseric, IUFM d'Aix-Marseille*
- *Rémi Brissiaud, IUFM de Versailles*

- *de l'étude de plusieurs manuels*

Soustraction

Les trois sens de la soustraction

Le sens « enlever » : *j'utilise la soustraction pour calculer le reste d'une quantité d'objets.*

Christophe avait **52** billes et il en perd **18** pendant la récréation. Combien lui en reste-t-il ?



$$52 - 18 = 44$$

Il reste 44 billes

Ce sens rapidement compris des élèves, permet d'introduire facilement le signe -.

Pour obtenir le résultat, l'élève peut

-dessiner des images et en barrer

-décompter (52,51, ...).

Il y est d'autant plus invité qu'on trouve dans l'énoncé la présence de mots inducteurs « donne » « perd ».

Ce sens est particulièrement adapté lorsqu'on enlève peu.

Addition

Les trois sens de la soustraction

Le sens « pour aller à » : *j'utilise la soustraction pour calculer un complément ou ce qui manque*

J'ai 25 € pour acheter un jeu vidéo qui coûte 42€.
Combien me manque t-il ?



$42 - 25 = 17$
Il me manque 17 €

Le sens « pour aller à » est bien adapté à la compréhension des problèmes arithmétiques nécessitant de chercher ce qu'on a ajouté ou de chercher une partie connaissant le tout et l'autre partie.

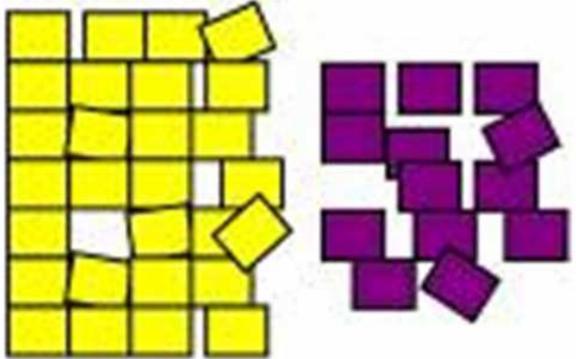
Du point de vue du calcul, ce sens facilite la recherche du résultat d'une soustraction dans le cas où on enlève beaucoup. Une recherche sur bande numérique est adaptée.

Addition

Les trois sens de la soustraction

Le sens « écart » : *j'utilise la soustraction pour calculer un écart ou une différence.*

Antoine a 13 images et Lucas a 28 images. Qui a le plus d'images ? Combien en a-t-il en plus ?



13 pour aller à 28
 $28 - 13 = 15$

Le sens différence ou écart intervient dans des problèmes de comparaison.

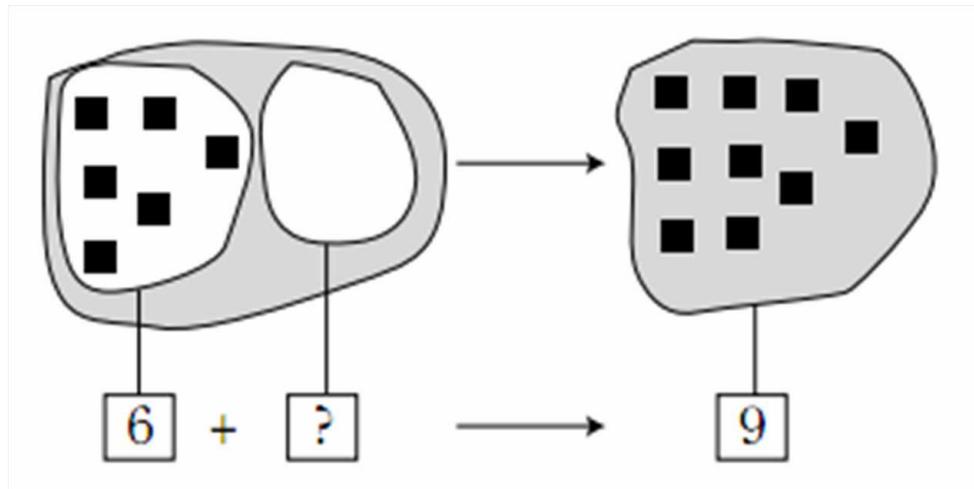
Rien, dans ce type d'énoncé n'invite à la soustraction.

On peut transformer le problème en une situation d'égalisation : ex : combien faut-il donner d'images à Antoine pour qu'il en ait autant que Lucas ?

On se rapproche alors de la situation « pour aller à »

Un travail sur le sens dès la GS :

- manipulation sur des petites quantités (j'ai 6 objets, j'en retire 4)
- calculs de **complétion**

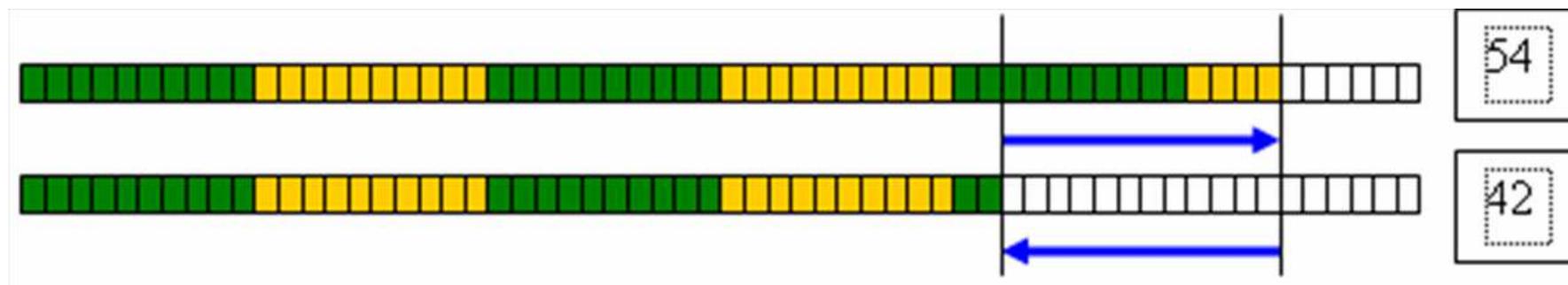


Des **jeux d'échanges**

Ex : jeu de la caissière (rendre la monnaie sur une somme donnée avec pièces et billets)

L'utilisation de la **piste numérique** dans le sens « **avancer** » et « **reculer** »

Pour calculer $54 - 42$ je peux compter en avançant à partir de 42 ou compter en reculant à partir de 54



Banque de séances didactiques sur le site du CRDP Montpellier (extraits filmés)
<http://www.crdp-montpellier.fr/bsd/>

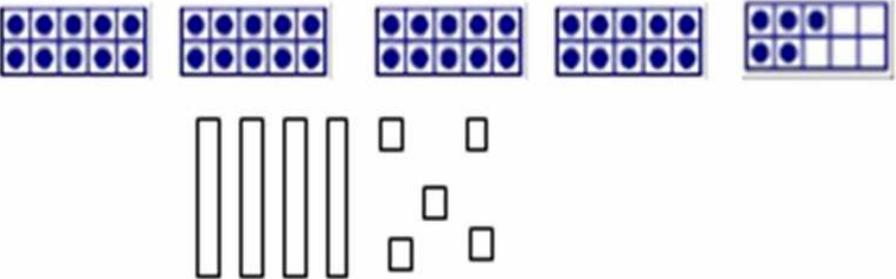
Addition

Préalables à la soustraction

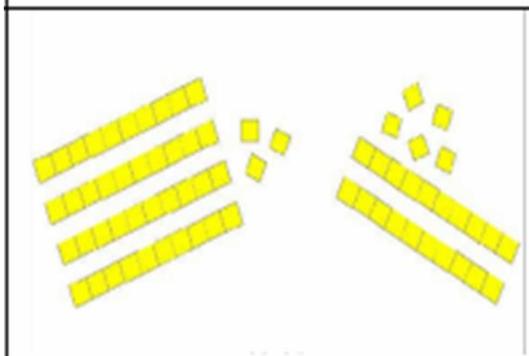
L'usage régulier d'un **matériel de numération adapté** (centaines, dizaines, unités) et le codage des résultats

La représentation des nombres (en utilisant le **codage de la numération décimale** et pas seulement le dénombrement de collections)

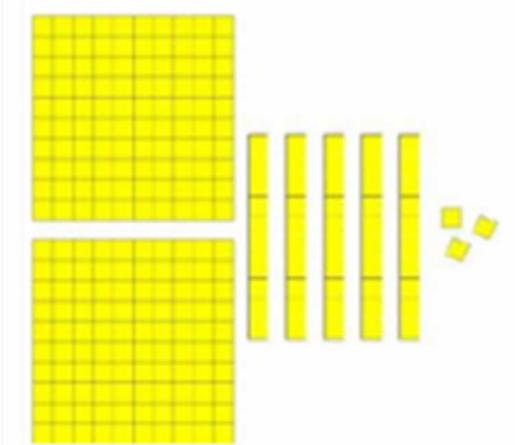
Ex : représenter le nombre 45



Trouver le résultat de $68 - 25$



Comment utiliser le matériel pour trouver le résultat de $253 - 79$

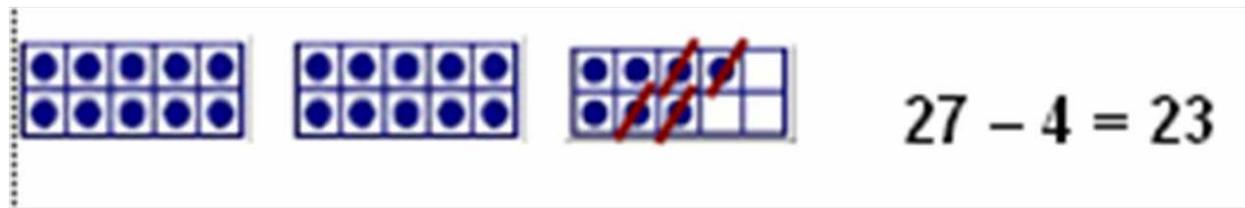
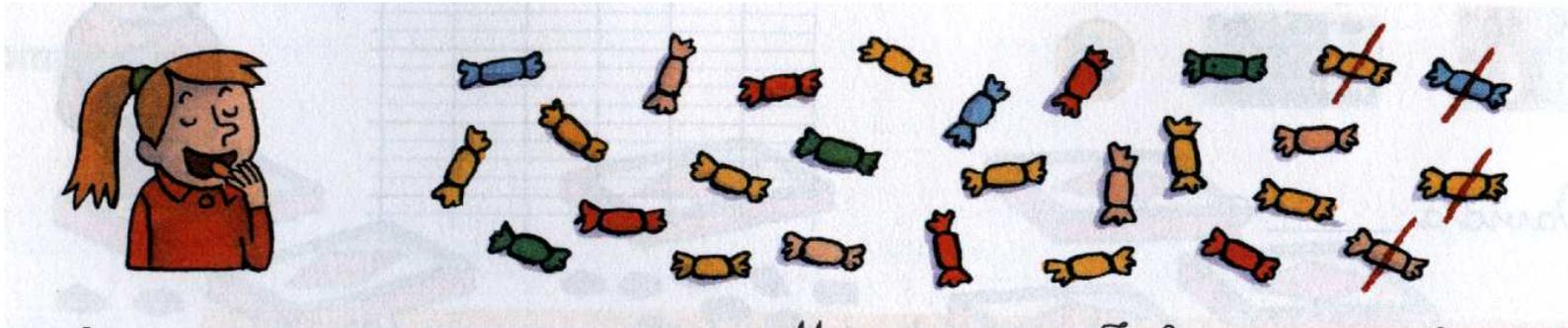


Addition

Préalables à la soustraction

La résolution de problèmes soustractifs simples liant les écritures schématiques et chiffrées

Julie a 27 bonbons. Elle en mange 4.



Extraits : Le calcul posé à l'école élémentaire, document d'accompagnement, programmes 2002

L'apprentissage d'une technique usuelle de la soustraction est plus difficile que celui de l'addition, pour plusieurs raisons :

- il existe plusieurs techniques possibles dont les fondements ne reposent pas sur les mêmes principes ni, par conséquent, sur les mêmes connaissances ;
- les différences ou les compléments élémentaires (relevant des tables) sont souvent moins disponibles que les sommes ;

Les connaissances et les compétences préalables que doivent maîtriser les élèves varient d'une technique à l'autre.

Les seules connaissances communes concernent :

- les équivalences entre unités, dizaines, centaines
- une maîtrise suffisante des résultats des tables d'addition (compléments et différences).

Les élèves vont apprendre à :

- résoudre un problème relevant d'une situation soustractive par la technique de leur choix (dessin, schéma, utilisation du matériel, de la droite numérique, surcomptage en avançant ou en reculant, retour à la table d'addition, calcul mental)
- effectuer une soustraction selon **une méthode imposée par l'enseignant**

Conseils

L'apprentissage de la technique opératoire ne peut être dissocié de la résolution de problèmes additifs et/ou soustractifs, qui donnent du sens aux techniques de calcul.

Donner aux élèves des **outils de vérification** (qui pourront différer en fonction de la technique utilisée) :

- L'addition
- Le saut de puces en avançant ou en reculant,
- L'habitude de vérifier le résultat (est-il inférieur au nombre de départ ?)
- L'utilisation du calcul réfléchi comme outil de contrôle des résultats obtenus par le calcul posé

Addition

Choix de la technique opératoire

« Méthode par cassage ou emprunt » : une autre écriture du premier terme

Jean a 62 € :



Jean donne
38 € à Paul.



6 2

-

3 8

?

Combien
reste-t-il
d'argent à
Jean ?

Addition

Choix de la technique opératoire

Jean va faire de la monnaie.
Jean a 62 € :

62
- 38

24

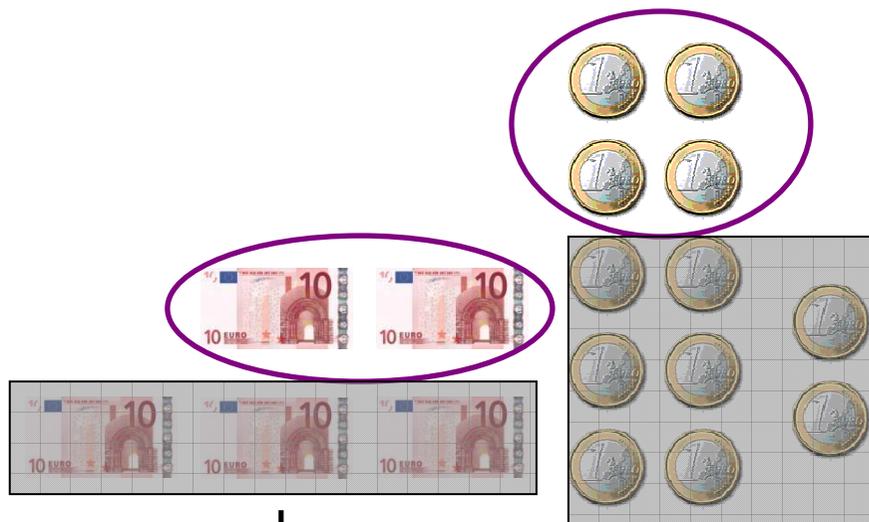
Jean donne
38 € à Paul.

Combien
reste-t-il
d'argent à
Jean ?

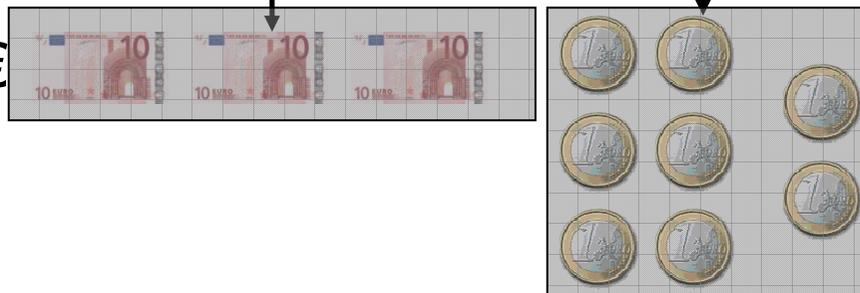
Addition

Choix de la technique opératoire

Argent de Jean :



Jean donne 38 €
à Paul :



$$\begin{array}{r} 5 \\ \cancel{6} \quad 12 \\ - \\ \hline 3 \quad 8 \\ \hline 2 \quad 4 \end{array}$$

Il reste 24 € à Jean.

Addition

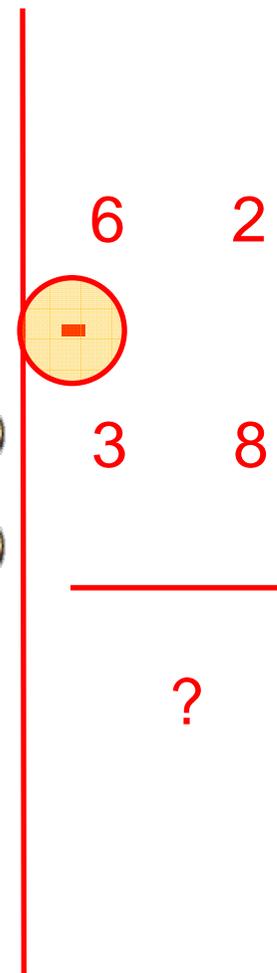
Choix de la technique opératoire

« Méthode traditionnelle »: Conservation de l'écart entre 2 nombres et invariance du résultat

Jean a 62 € :



Jean donne
38 € à Paul.



Combien
reste t-il
d'argent à
Jean ?

Addition

Choix de la technique opératoire

Jean a 62 € :



Jean donne
38 € à Paul.

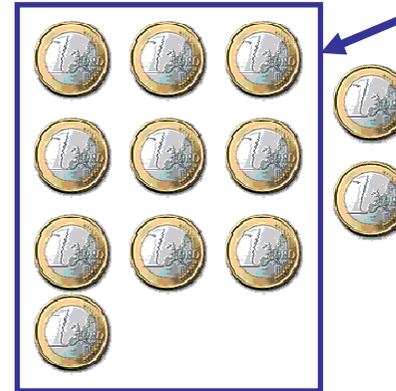


Sa grand-
mère
donne 10€
à Paul



Jean et Paul ont chacun 10€
de plus.

La différence n'a pas
changé.



Sa grand-
mère donne
10€ à Jean

6 1
2

-

3 1 8

?



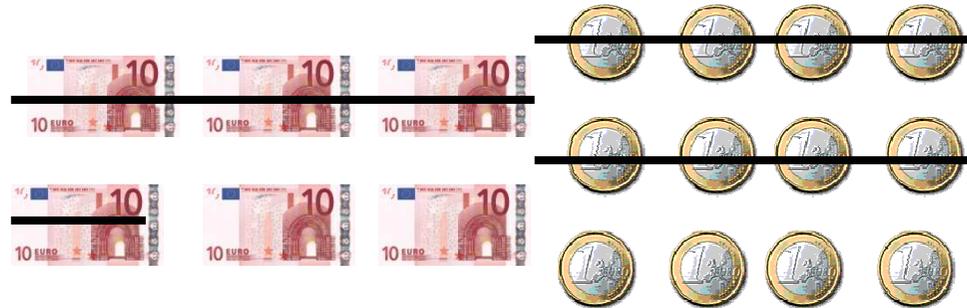
La différence
n'a pas
changé

Addition

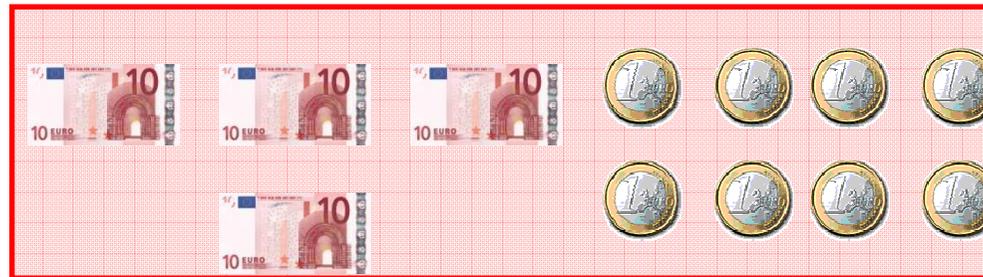
Choix de la technique opératoire

C'est comme si :

Jean avait
72 € :



Jean donnait
48 € à Paul



Il reste 24 € à
Jean



6 12

-

3 8

1

2 4

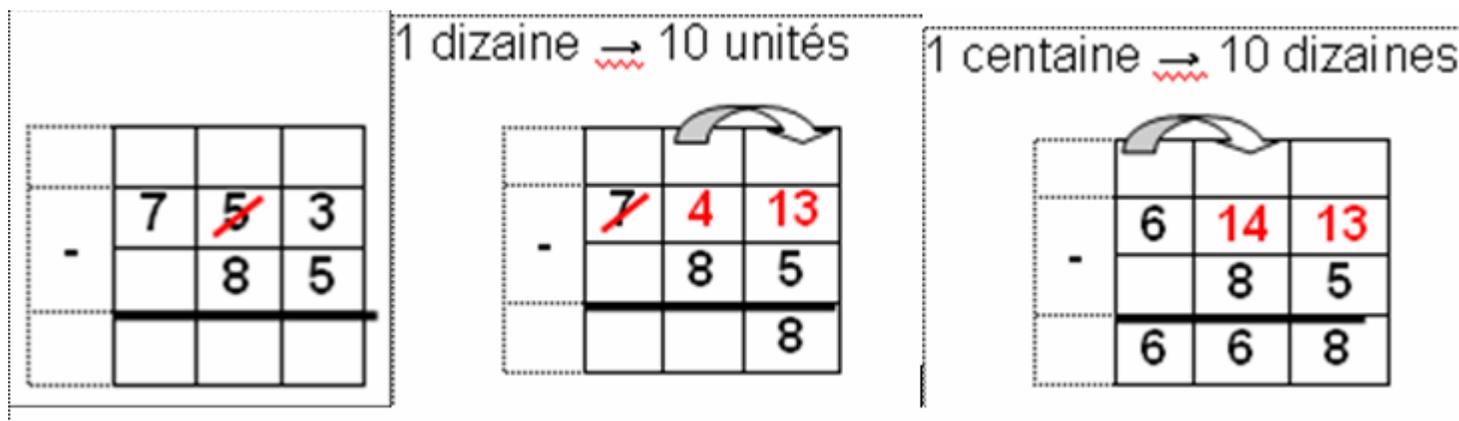
Addition

Choix de la technique opératoire

Première technique : une autre écriture du premier terme

Méthode par cassage : on casse une barre de dizaine, une plaque de centaine

Méthode par emprunt : on s'appuie sur la numération décimale et **la règle d'échange 10 contre 1**



On transforme l'opération. Cette technique est **la plus simple** à comprendre, car elle est fondée sur la seule connaissance des principes de la numération décimale, élaborée dès le CP.

Elle présente **l'inconvénient de nombreuses surcharges** pour des calculs du type $4\ 003 - 1\ 897$.

Première technique : une autre écriture du premier terme

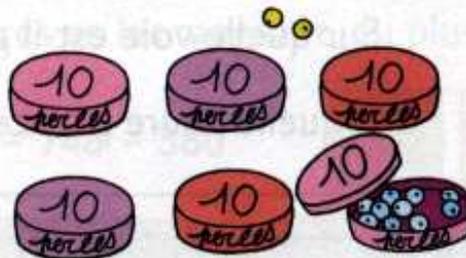
1 Lis le problème. Complète la réponse.

Nina a 62 perles.
Elle fait un collier de 38 perles.
Combien lui restera-t-il
de perles ?

| | | |
|---|--------------|----|
| | d | u |
| | 5 | |
| | 6 | 12 |
| - | 3 | 8 |
| | 2 | 4 |

2 u - 8 u impossible !
Je prends 1 dizaine à 6 dizaines.
Je la transforme en 10 unités.
 $12\text{ u} - 8\text{ u} = 4\text{ u}$
 $5\text{ d} - 3\text{ d} = 2\text{ d}$

Il faut ouvrir
une boîte de 10.



Réponse
 $62 - 38 = \dots\dots$
Il restera $\dots\dots$
perles.

Addition

Choix de la technique opératoire

Deuxième technique : invariance d'une différence par **ajout simultané d'un même nombre aux deux termes** de la soustraction.

Méthode qui repose sur la propriété (peu évidente en cycle 2)

$$a - b = (a + c) - (b + c)$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| - | 7 | 5 | 3 |
| | | 8 | 5 |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|----|----|
| - | 7 | 5 | 13 |
| | | 8 | 5 |
| | | +1 | |
| | | | 8 |

| | | | |
|---|----|----|----|
| - | 7 | 15 | 13 |
| | | 8 | 5 |
| | +1 | +1 | |
| | 6 | 6 | 8 |

C'est la plus utilisée en France et pourtant c'est la **plus difficile**, car elle repose sur une propriété que les élèves maîtrisent tardivement (conservation de l'écart entre deux nombres)

Elle pose le problème récurrent de la **confusion entre la « retenue » affectée aux unités et celle affectée aux dizaines**, avec des positions différentes. De plus les échanges ne sont pas visibles.

Un fois maîtrisée, c'est la **plus rapide**.

Addition

Choix de la technique opératoire

Il y a des soustractions difficiles que l'écureuil ne sait pas calculer en colonnes.

$$\begin{array}{r} 82 \\ - 47 \\ \hline \end{array}$$

2 - 7,
c'est impossible.

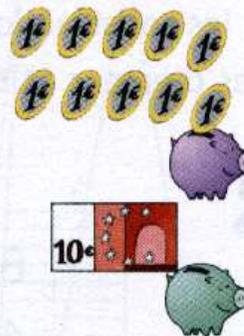


Pour pouvoir calculer la soustraction en colonnes, Nina et Léo imaginent leurs tirelires.

a

$$\begin{array}{r} 82 \\ - 47 \\ \hline \end{array}$$

Attention l'écureuil!
2 - 7 c'est impossible,
mais 82 - 47, c'est possible!
Pense à nos tirelires.



On ajoute 10
aux deux nombres...

... on sait que la différence
ne change pas.

b

$$\begin{array}{r} 812 \\ - 47 \\ \hline 5 \end{array}$$

Maintenant, on peut calculer.
12 - 7 égale 5...



Termine la soustraction et vérifie
en la calculant avec ton carton de files de boîtes.

Addition

Choix de la technique opératoire

Cette procédure d'invariance demande un travail préalable sur les équivalences

Invariance de la différence et soustraction à retenue ($n \leq 99$)

SÉQUENCE
56

Groupes de 10
(+ unités isolées)
Soustractions
($102 - 6$; $102 - 95$)



Pour calculer les soustractions de cette page, tu peux utiliser le carton avec des files de boîtes.



J'ai 31 €.



Qui a le plus d'argent ?
Combien de plus ?



J'ai 25 €.



Calcule la soustraction
pour savoir combien Nina
a de plus que Léo.

$$31 - 25 = \dots\dots\dots$$



Leur maman leur donne 10€ à chacun.

Nina a

Léo a



La différence est : - =

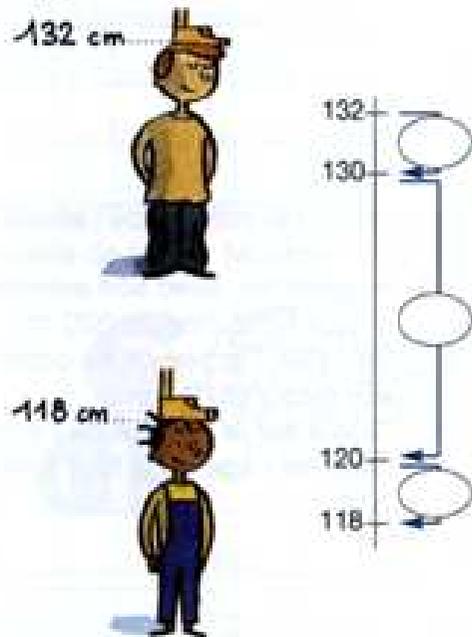
J'apprends les
maths - RETZ CE1

Cette procédure d'invariance demande un travail préalable sur **les équivalences**

Je cherche

A. Dans l'atelier de confection de costumes de théâtre, les enfants se mesurent.

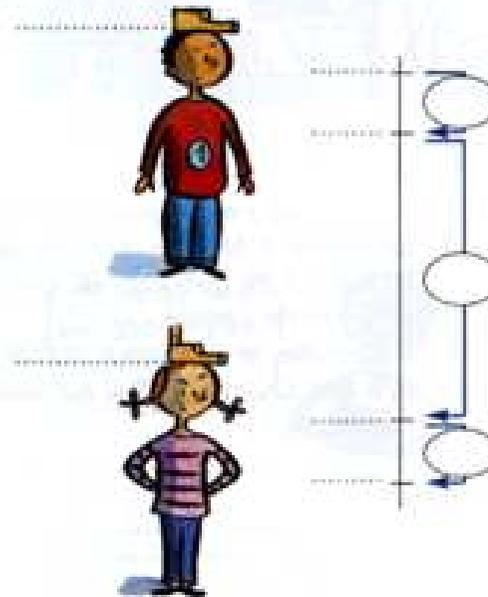
- Alex et Léa se sont mesurés.
Lis leur taille.



Calcule l'écart entre leur taille en cm :

$132 - 118 = \dots\dots\dots$

- Sami mesure 10 cm de plus qu'Alex.
Lucie mesure 10 cm de plus que Léa.
Complète leur taille en cm.



Calcule l'écart entre leur taille en cm :

$\dots\dots\dots$

- Que remarques-tu ? $\dots\dots\dots$

Place aux maths
– Bordas CE2

Des exemples de situations illustrant **les trois sens** de la soustraction. Ce travail peut s'accompagner de la recherche des mots inducteurs

| | |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Enlever (ce qui reste) | La distance entre Brest et Rennes est de 220 km. Une voiture part de Brest et s'arrête à Morlaix. Le compteur marque alors 52 km. Combien de km reste t-il à parcourir pour arriver à Rennes ? |
| Pour aller à (ce qui manque) | J'ajoute 15 feuilles dans mon classeur. Maintenant , j'ai 45 feuilles. Combien avais-je de feuilles au départ ? J'ai 25 € pour acheter un jeu vidéo qui coûte 42€. Combien me manque t-il ? |
| Comparer (écart, différence) | Dans l'école, il y a 112 garçons et 127 filles. Combien y a-t-il de filles en plus ? Combien y a-t-il de garçons en moins ? |

Addition

Un aide mémoire pour l'élève

Le rappel de **la technique opératoire**
(méthode retenue par l'équipe des maîtres)

Un ou des **exemples d'opérations posées** avec des indications sur la présentation à respecter

Traits à la règle

Place du signe -

Un chiffre par ligne ou par colonne

*L'**alignement** des chiffres de même valeur*

(essentiel pour la technique de la soustraction décimale)

| | | |
|---|---|---|
| C | D | U |
|---|---|---|

| | | | |
|---|----|----|----|
| | 1 | 13 | 16 |
| - | | 4 | 9 |
| | +1 | +1 | |
| | 0 | 8 | 7 |