Formulaire

NOMBRES

Le point sur les nombres

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des **entiers naturels** : $\mathbb{N} = \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ \ldots\}$.
- Dans la liste n, $n+1$, ..., p avec $p \geqslant n$, il y a $(n-p+1)$ nombres entiers écrits.
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des **entiers relatifs** : $\mathbb{Z} = \{\ldots\ ;\ -3\ ;\ -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ \ldots\}$.
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des **rationnels** : ce sont les nombres qui peuvent s'écrire sous forme d'un quotient d'entiers relatifs $\frac{a}{b}$ avec b non nul, par exemple : $\frac{1}{3}\ ;\ -\frac{3}{4}\ ;\ \frac{37}{10}\ ;\ -5\ ;\ \ldots$
- Les **irrationnels** sont les nombres qui ne sont pas rationnels, par exemple : $\sqrt{2}\ ;\ \pi\ ;\ \ldots$
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des **réels**, c'est-à-dire des rationnels et des irrationnels.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Intervalles de $\mathbb{R}$

a et b désignent des réels tels que $a < b$.

ensemble des réels x tels que...	représentation	intervalle
$a \leqslant x \leqslant b$		$[a\ ;\ b]$
$a < x < b$		$]a\ ;\ b[$
$a \leqslant x < b$		$[a\ ;\ b[$
$x \geqslant a$		$[a\ ;\ +\infty[$
$x < a$		$]-\infty\ ;\ a[$

Comparaison de réels

a, b et c désignent des réels.

- Pour comparer deux réels, on peut étudier le signe de leur différence.

Si $a - b \geqslant 0$, alors $a \geqslant b$.

Si $a - b \leqslant 0$, alors $a \leqslant b$.

- $a > 0$, et $b > 0$.

$\frac{a}{b} \geqslant 1$ si, et seulement si, $a \geqslant b$.

- $a > 0$, et $b > 0$.

$a \leqslant b$ si, et seulement si, $a^2 \leqslant b^2$.

$a \leqslant b$ si, et seulement si, $\frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{b}$.

Valeur absolue d'un réel

Sur une droite graduée d'origine O, A est le point d'abscisse a et B celui d'abscisse b.

- La **valeur absolue** de a, notée $|a|$, est la distance OA.

Si $a \geqslant 0$, $|a| = a$ et si $a \leqslant 0$, $|a| = -a$.

- La distance AB est égale à $|a-b|$ ou $|b-a|$.

$$\mathbf{AB} = |a-b| = |b-a|$$

Nombres premiers

- Dire qu'un entier naturel est **premier** signifie qu'il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Début de la liste des nombres premiers :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, ...

- Tout entier naturel supérieur à 2 se décompose de façon unique en un **produit de facteurs premiers**.

Par exemple : $72 = 2^3 \times 3^2$ $\quad 350 = 2 \times 5^2 \times 7$

VALEURS APPROCHÉES

Troncatures arrondis

	à l'unité	au dixième	au centième
troncature de 3,854	3	3,8	3,85
arrondi de 3,854	4 car le chiffre des dixièmes, 8, est l'un des chiffres : 5, 6, 7, 8, 9.	3,9 car le chiffre des centièmes, 5, est l'un des chiffres : 5, 6, 7, 8, 9.	3,85 car le chiffre des millièmes, 4, est l'un des chiffres : 0, 1, 2, 3, 4.

ÉCRITURES FRACTIONNAIRES

Opérations

a, b, c et d désignent des réels.

- $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = \dfrac{a+b}{c}$; $\quad \dfrac{a}{c} - \dfrac{b}{c} = \dfrac{a-b}{c}$

avec c non nul.

- Pour additionner ou soustraire des quotients de dénominateurs différents, on commence par les réduire **au même dénominateur**.

Exemple : $a \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{5}{10} + \dfrac{6}{10} = \dfrac{11}{10}$.

- $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$; $\quad a \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{d}$

avec b et d non nuls.

- $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$; $\quad \dfrac{1}{\frac{c}{d}} = \dfrac{d}{c}$

avec b, c et d non nuls.

PUISSANCES

Puissances entières d'un réel

a et b désignent des réels non nuls, n et p sont des entiers naturels.

- $a^0 = 1 \qquad a^1 = a \qquad 1^n = 1 \qquad 0^n = 0$ (avec $n \neq 0$)

  $a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ (avec $n \geqslant 2$) $\qquad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

- $a^n \times a^p = a^{n+p} \qquad \dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \qquad (ab)^n = a^n b^n \qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

Définition

a désigne un réel **positif**.
La **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$, est l'unique nombre positif dont le carré est a.
Pour tout $a \geqslant 0$, $\sqrt{a} \geqslant 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.

Règles de calcul

a et b désignent des réels **positifs**.

- $\sqrt{a^2} = a \qquad$ • $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} =$ (avec $b \neq 0$)