

CHAPITRE III

ETUDE D'UN STABILISATEUR - L'AMORTISSEUR DE TANGAGE

1 PRESENTATION

1-1 Les stabilisateurs ou amortisseurs

1-2 Amélioration de l'amortissement de l'oscillation d'incidence

2 AMORTISSEUR DE TANGAGE

Dans cette étude, seules les équations de l'oscillation d'incidence seront nécessaires, puisque c'est l'amortissement de ce mode que l'on veut améliorer.

2-1 Fonction de transfert de l'avion naturel

2-2 Fonction de transfert de l'avion équipé d'un amortisseur

2-3 Réglage de l'amortisseur

2-4 Inconvénient du dispositif

3 PRINCIPES DE REALISATION

3-1 Réalisation de la commande

3-2 Amélioration

1-1 Les stabilisateurs ou amortisseurs :

Pour la plupart des avions, l'amortissement des modes propres sur certains axes est insuffisant, au moins dans une partie du domaine de vol.

Par exemple, pour un avion du type Mirage III, l'amortissement de l'oscillation d'incidence passe de $\xi = 0,4$ en basse altitude faible Mach à $\xi = 0,1$ à haute altitude fort Mach.

Il existe deux façons d'améliorer l'amortissement de ces modes:

- - la modification de la structure de l'avion (donc la modification des valeurs numériques des coefficients du modèle avion efficace uniquement dans une faible partie du domaine de vol)
- l'utilisation d'amortisseurs (dispositifs automatiques qui permettent d'améliorer les qualités de vol dans tout ou partie du domaine).

Ces amortisseurs ou stabilisateurs peuvent exister sur les trois axes "avion" (roulis, tangage et lacet), et dans le cadre de ce cours, puisque seul le modèle longitudinal de l'avion est étudié, c'est à l'amortisseur de tangage que nous nous intéresserons. Dans ce cas, la seule commande du système est la gouverne de profondeur.

1-2 Amélioration de l'amortissement de l'oscillation d'incidence :

a - Rappels :

Les hypothèses de découplage des modes longitudinaux ont permis de montrer l'existence de deux seconds ordres: l'oscillation phugoïde et l'oscillation d'incidence.

Si la première, par la lenteur de ses évolutions ne présente ni gêne ni danger pour le pilote, l'oscillation d'incidence peut engendrer le phénomène de pompage piloté décrit précédemment (dû au couplage amortissement faible - pulsation de l'ordre des "fréquences du pilote"). Le pilote, en voulant contrer ce phénomène, ne fait que l'amplifier, car ses actions "correctives" sont trop déphasées.

Il convient donc d'augmenter l'amortissement de ce mode pour que les oscillations de l'incidence ne soit plus perceptibles ou gênantes pour le pilote.

L'équation caractéristique de ce mode étant:

$$\varphi(s) = s^2 + (z_\alpha - m_q) s - m_\alpha - m_q z_\alpha$$

on a:

$$\varphi(s) = s^2 + 2 \xi_{OI} \omega_{OI} s + \omega_{OI}^2$$

$$\omega_{OI} = \sqrt{-(m_\alpha + m_q z_\alpha)}$$

$$\xi_{OI} = \frac{z_\alpha - m_q}{2 \omega_{OI}}$$

b - Modification de la structure avion :

La première solution consisterait donc, pour augmenter ξ_{oi} , à:

-
-
- - augmenter z_α ,

- augmenter $|m_q|$ (puisque $m_q < 0$)

Cependant, si l'on se réfère à l'expression littérale des coefficients de la matrice dynamique A du modèle avion (voir page 45), on note que:

-
- $z_\alpha = f(Cz_\alpha) \Rightarrow$ vouloir le modifier directement, c'est modifier la forme de l'aile car Cz_α dépend de la flèche φ et l'allongement λ de l'aile.
- $m_q = f(Cm_q) \Rightarrow$ vouloir le modifier directement, c'est modifier Cm_q , donc reculer et augmenter la taille de l'empennage.

Cette solution, qui consiste à faire évoluer les données numériques du modèle avion présente de multiples inconvénients:

-

- - Le coût de mise en oeuvre si le projet est déjà avancé,
- La validité sur une faible partie du domaine de vol de l'avion,
- La dégradation des performances de l'avion.

Pour ces raisons, on essaie d'adopter une autre méthode amenant au résultat recherché: augmenter l'amortissement du mode OI.

c - Action sur le braquage gouverne :

Modifier le comportement dynamique d'un système peut se faire en agissant de façon différente sur la ou les commandes de ce système, en particulier lors de la phase transitoire d'évolution du système.

On réussit en fait à améliorer le comportement de la majorité des processus réels en agissant ainsi sur leur commande.

Dans le cas qui nous intéresse, ce n'est pas le temps de réponse de l'oscillation d'incidence que l'on veut améliorer, mais l'amortissement de ce mode que l'on veut augmenter. Si l'on fait une analyse mathématique du phénomène, on a:

L'équation caractéristique du mode oscillation d'incidence avec les hypothèses de découplage est la suivante:

$$\varphi(s) = s^2 + (z_\omega - m_q) s - m_\omega - m_q z_\omega$$

Donc la fonction de transfert liant δm l'entrée du système à α peut s'écrire: $\frac{\alpha}{\delta m} = \frac{N(s)}{\varphi(s)}$

En prenant la transformée inverse de cette équation, on obtient donc la relation:

$$\ddot{\alpha} + (z_\omega - m_q) \dot{\alpha} - (m_\omega + m_q z_\omega) \alpha = f(\delta m, t)$$

Le terme en $(z_\omega - m_q)$ représentatif de l'amortissement du mode est facteur de $\dot{\alpha}$. Augmenter le terme d'amortissement sans avoir recours à la solution déjà énoncée revient à augmenter le coefficient de $\dot{\alpha}$, donc ajouter un terme proportionnel à la dérivée de l'incidence.

Or, à partir du point de vol équilibré et avec les hypothèses de découplage, on a:

$$\dot{\alpha} = q$$

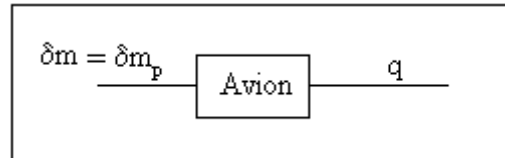
Ainsi, dans l'équation différentielle liant α et δm , il "suffit" de faire apparaître un terme proportionnel à q pour modifier le coefficient en $\dot{\alpha}$, donc l'amortissement du mode. Cependant, dans cette équation, tous les paramètres du modèle avion sont fixés pour le point de vol étudié. Le seul "degré de liberté" restant est la commande δm . C'est donc dans la commande qu'il faut rajouter ce terme en q vitesse de tangage, terme indépendant des ordres de braquage commandés par le pilote. Cette fonction est réalisée en installant à bord de l'avion un dispositif automatique: l'amortisseur de tangage.

Une analyse qualitative de l'amélioration de l'amortissement par cette méthode est donnée en annexe 5.

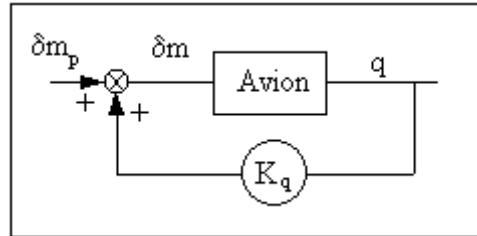
La commande (le braquage de la gouverne) du système (l'avion) doit alors s'écrire de la façon suivante:

$$\underbrace{\delta m}_{\text{Commande du système}} = \underbrace{\delta m_p}_{\text{Ordre pilote}} + \underbrace{K_q \cdot q}_{\text{Terme proportionnel à } \dot{\alpha}}$$

Si l'on considère l'avion non équipé de ce dispositif, le schéma de principe de l'avion piloté en longitudinal est:



Le schéma de principe devient pour l'avion équipé de l'amortisseur:



Il est important de noter que, bien que la commande δm du système comprenne une composante élaborée automatiquement en fonction de q la vitesse de tangage, c'est le pilote qui est "aux commandes" de l'avion. L'amortisseur de tangage n'est pas à proprement parlé une fonction du pilote automatique. L'information issue de l'amortisseur de tangage vient se superposer aux ordres du pilote.

En reportant la nouvelle expression de δm dans les équations régissant l'oscillation d'incidence (sous l'hypothèse de découplage des modes), il vient:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -z_{\alpha} \alpha + (1 - z_m K_q) q - z_m \delta m_p \\ \dot{q} = m_{\alpha} \alpha + (m_q + m_m K_q) q + m_m \delta m_p \end{cases}$$

L'équation caractéristique s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \varphi(s) &= s^2 + (z_{\alpha} - m_q - m_m K_q) s - z_{\alpha} (m_q + m_m K_q) + m_{\alpha} (z_m K_q - 1) \\ &= s^2 + (2\xi_{OI} \omega_{OI} - m_m K_q) s + \omega_{OI}^2 + K_q (z_m m_{\alpha} - z_{\alpha} m_m) \end{aligned}$$

Le coefficient m_m étant négatif, on parvient donc bien par cette méthode à augmenter le coefficient d'amortissement en prenant $K_q > 0$.

Remarques:

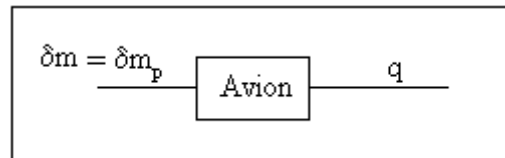
- Par cette méthode, on modifie également la pulsation propre ω_n du système.
- Le retour en K_q correspond à un retour tachymétrique.

2-1 Fonction de transfert de l'avion naturel :

L'installation d'un amortisseur de tangage sur un avion nécessite donc la connaissance de la valeur instantanée de la vitesse de tangage de l'avion. C'est donc cette grandeur qu'il faut mesurer sur avion pour pouvoir amortir l'oscillation d'incidence.

Dans le cadre de cette étude, c'est sur le modèle mathématique de l'avion que l'on travaille. Pouvoir disposer de l'information -vitesse de tangage- implique donc de savoir comment évolue ce paramètre lorsque l'on impose à l'avion un ordre à la profondeur. Il s'agit alors de trouver le modèle reliant l'entrée δm et, pour cette étude, la sortie q du système afin de pouvoir réaliser l'asservissement voulu. C'est la fonction de transfert entre ces deux paramètres qui nous donne cette information.

Le système non bouclé à étudier est donc:



Régi par les équations différentielles:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -z_{\alpha} \alpha + q - z_m \delta m - z_r \delta r \\ \dot{q} = m_{\alpha} \alpha + m_q q + m_m \delta m \end{cases}$$

La fonction de transfert peut se trouver de deux façons différentes; par la transformée de Laplace ou par la représentation d'état. Les principaux rappels concernant la représentation d'état figurent en annexe 6.

<p><u>Par la transformée de Laplace:</u></p> $\begin{cases} (s + z_{\alpha}) \alpha - q = -z_m \delta m - z_r \delta r \\ -m_{\alpha} \alpha + (s - m_q) q = m_m \delta m \end{cases}$	<p><u>Par la représentation d'état:</u></p> $\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_{\alpha} & 1 \\ m_{\alpha} & m_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -z_m \\ m_m \end{bmatrix} \delta m$ $y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix}$
<p>En résolvant le système pour trouver la solution en q, on obtient:</p> $\Rightarrow q = \frac{\begin{vmatrix} s+z_{\alpha} & -z_m \delta m \\ -m_{\alpha} & m_m \delta m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s+z_{\alpha} & -1 \\ -m_{\alpha} & s-m_q \end{vmatrix}}$ <p>d'où $\frac{q}{\delta m} = \frac{m_m s + z_{\alpha} m_m - z_m m_{\alpha}}{s^2 + (z_{\alpha} - m_q) s - (m_{\alpha} + z_{\alpha} m_q)}$</p>	<p>Or on sait qu'avec la représentation d'état, on a:</p> $\frac{y}{\delta m} = \frac{q}{\delta m} = C(sI - A)^{-1} B, \text{ soit}$ $\frac{q}{\delta m} = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} s+z_{\alpha} & -1 \\ -m_{\alpha} & s-m_q \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -z_m \\ m_m \end{bmatrix}$ $= [0 \quad 1] \frac{\begin{bmatrix} s-m_q & 1 \\ m_{\alpha} & s+z_{\alpha} \end{bmatrix}}{\begin{vmatrix} s+z_{\alpha} & -1 \\ -m_{\alpha} & s-m_q \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} -z_m \\ m_m \end{bmatrix}$ $= \frac{[m_{\alpha} \quad s+z_{\alpha}] \begin{bmatrix} -z_m \\ m_m \end{bmatrix}}{s^2 + (z_{\alpha} - m_q) s - (m_{\alpha} + z_{\alpha} m_q)}$ $\frac{q}{\delta m} = \frac{m_m s + z_{\alpha} m_m - z_m m_{\alpha}}{s^2 + (z_{\alpha} - m_q) s - (m_{\alpha} + z_{\alpha} m_q)}$

Remarques :

- On obtient de la même manière la fonction de transfert reliant le braquage et l'incidence qui donne:

$$\frac{\alpha}{\delta m} = \frac{-z_m s + z_m m_q + m_m}{s^2 + (z_\alpha - m_q) s - (m_\alpha + m_q z_\alpha)}$$

- On retrouve au dénominateur de ces deux fonctions de transfert l'équation caractéristique de l'oscillation d'incidence.

- Pour alléger les notations, on adoptera indifféremment dans la suite de ce cours

$z_\alpha m_m - z_m m_\alpha = E$	$z_\alpha - m_q = 2\xi_{OI}\omega_{OI}$	$-m_\alpha - m_q z_\alpha = \omega_{OI}^2$
-----------------------------------	---	--

- Le coefficient E est négatif. En effet, si l'on remplace chaque coefficient de E par son équation littérale (voir chapitre 2), on obtient:

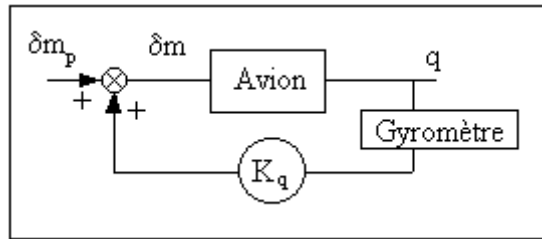
$$E = C_{z_m} \left(\bar{q}_e S C_{z_\alpha} \frac{y - x}{\omega_{OI}^2} + F_e \frac{y}{\omega_{OI}^2} \right)$$

Or les coefficients de cette équation sont positifs à l'exception de y et x. Comme on a $|y| > |x|$, E est de signe négatif.

2-2 Fonction de transfert de l'avion équipé d'un amortisseur :

Comme cela a déjà été montré, équiper l'avion d'un amortisseur de tangage revient à superposer aux ordres en profondeur du pilote une grandeur proportionnelle à la vitesse de tangage de l'avion.

La loi de commande adoptée étant $\delta m = \delta m_p + K_q q$, le synoptique représentatif du système étudié est:



Ajouter l'ordre $K_q q$ implique, dans la pratique et pour l'intégration sur l'avion, de disposer de l'information en q . Il est donc nécessaire de savoir technologiquement mesurer q . C'est le rôle du gyromètre qui transforme en fait la vitesse de tangage de l'avion en grandeur électrique. Dans le cadre de cette étude, restant au niveau de la modélisation, on considère que l'on dispose continûment, instantanément et sans erreur de la grandeur q . Cela revient à assimiler le bloc "Gyromètre" du schéma ci-dessus à la fonction de transfert unité.

La fonction de transfert en boucle fermée du système s'écrit alors:

$$FTBF = \frac{q}{\delta m_p} = \frac{\text{Chaîne directe}}{1 - FTBO} = \frac{q/\delta m}{1 - K_q q/\delta m} \begin{cases} \text{Le signe " - " au dénominateur} \\ \text{provient du signe du rebouclage} \end{cases}$$

$$\frac{q}{\delta m_p} = \frac{m_m s + z_\alpha m_m - z_m m_\alpha}{s^2 + (z_\alpha - m_q - m_m K_q) s - (z_\alpha m_q + m_\alpha) - K_q (z_\alpha m_m - z_m m_\alpha)}$$

soit

$$\frac{q}{\delta m_p} = \frac{m_m s + E}{s^2 + (2\xi_{OI} \omega_{OI} - m_m K_q) s + \omega_{OI}^2 - K_q E}$$

2-3 Réglage de l'amortisseur :

a - Calcul direct :

Le dénominateur de la FTBF est du second degré en s . Le but étant d'améliorer l'amortissement du mode oscillation d'incidence de l'avion naturel, on peut s'imposer a priori la valeur de l'amortissement que l'on désire, pour en déduire le gain retour K_q .

Cela revient à écrire le dénominateur de la FTBF en $s^2 + 2 \xi_{AT} \omega_{AT} s + \omega_{AT}^2$ où ξ_{AT} est l'amortissement choisi, et à l'identifier au dénominateur de la FTBF issu des calculs.

On a donc à résoudre le système de deux équations à deux inconnues K_q et ω_{AT} suivant:

$$\begin{cases} 2 \xi_{AT} \omega_{AT} = 2 \xi_{OI} \omega_{OI} - m_m K_q \\ \omega_{AT}^2 = \omega_{OI}^2 - K_q E \end{cases}$$

En éliminant le terme en ω_{AT} , on obtient une équation du second degré en K_q dont on ne conserve que la racine positive. Cette équation s'écrit:

$$m_m^2 K_q^2 + (4 \xi_{AT}^2 E - 4 \xi_{OI} \omega_{OI} m_m) K_q + 4 \omega_{OI}^2 (\xi_{OI}^2 - \xi_{AT}^2) = 0$$

b - Lieu d'Evans :

Les règles générales de construction d'un lieu d'Evans sont rappelées en annexe 7. Il convient de s'y reporter pour comprendre la suite de ce cours. On rappelle simplement à ce niveau que le lieu d'Evans d'une FTBF (dépendant d'un gain réglable) est le positionnement dans le plan complexe des pôles de cette FTBF lorsque le gain de réglage varie de zéro à l'infini.

Pour cette étude, on a:

$$FTBF = \frac{q}{\delta m_p} = \frac{q / \delta m}{1 - K_q \left(\frac{q}{\delta m} \right)}$$

Le lieu d'Evans est le lieu des pôles de $\frac{q}{\delta m_p}$ donc des zéros de $1 - K_q \frac{q}{\delta m}$.

① Normalisation du gain: $k = -m_m K_q$ ($K_q > 0$, $m_m < 0 \Rightarrow k > 0$)

, Points de départ ($k \rightarrow 0$): Pôles de $\frac{q}{\delta m}$. Il y a donc deux points de départ complexes conjugués; les pôles de l'oscillation d'incidence.

Points d'arrivée ($k \rightarrow \infty$): Zéros de $\frac{q}{\delta m}$. Il y a donc un point d'arrivée réel;

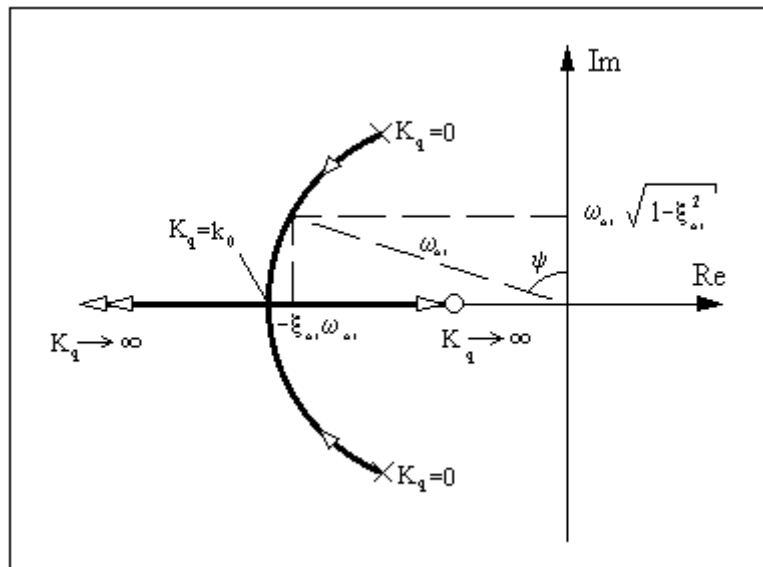
$$z_0 = - \frac{E}{m_m} < 0$$

„ Direction asymptotique: $n-m = 1$; il y a une direction asymptotique définie par

$$\theta_a = \frac{2\lambda + 1}{n - m} \pi = \pi$$

On montre que (voir annexe 8) la partie du lieu située en dehors de l'axe réel est un arc de cercle centré sur z_0 (ne pas confondre avec l'origine du plan complexe).

... Tracé du lieu:



c - Commentaires-Exploitation :

- Pour $K_q = 0$, on a deux pôles complexes conjugués: ce sont ceux de l'oscillation d'incidence (correspondant à l'avion libre).

- Si on augmente K_q ($K_q < k_0$), les pôles de la FTBF se déplacent simultanément et symétriquement sur l'arc de cercle. Le lieu d'Evans confirme donc que l'on peut améliorer l'amortissement de l'oscillation d'incidence puisque ξ_{AT} qui est égal à $\sin\psi$ augmente avec K_q .

- Si on augmente K_q au delà de k_0 , Les deux pôles complexes de la FTBF se transforment en deux pôles réels.

- Quelle que soit la valeur de K_q , le système reste stable puisqu'il est entièrement situé à gauche de l'axe imaginaire.

- Si l'on dispose du lieu tracé avec précision, le calcul de K_q s'effectue de la façon suivante:

- On se fixe ξ_{AT} ,

- On trace la droite d'angle $\psi = \text{Arcsin } \xi_{AT}$ et passant par l'origine,

- On mesure ω_{AT} directement sur le lieu,

- On identifie le dénominateur de la FTBF à l'écriture canonique d'un second ordre:

$$s^2 + (2\xi_{OI}\omega_{OI} - m_m K_q) s + \omega_{OI}^2 - EK_q = s^2 + 2\xi_{AT}\omega_{AT} s + \omega_{AT}^2$$

- Pour une valeur de K_q , les deux pôles obtenus correspondent aux pôles de "l'avion amorti", c'est à dire "l'avion naturel" équipé de "l'amortisseur de tangage" qui nous servira lors de l'étude du pilote automatique.

Il est très important de noter qu'en toute rigueur, le réglage du gain K_q n'est valable que pour le point de vol considéré. Cela signifie qu'en théorie, pour chaque point de vol du domaine de vol de l'avion étudié, il faut calculer le gain K_q répondant au critère que l'on s'impose.

2-4 Inconvénient du dispositif :

a - Gains statiques :

Si on calcule le gain statique de $\frac{q}{\delta m}$ "avion naturel" et de $\frac{q}{\delta m_p}$ "avion amorti" on obtient:

$$G_s\left(\frac{q}{\delta m}\right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{q}{\delta m}\right) = \frac{E}{\omega_{0I}^2} \quad (< 0)$$

$$G_s\left(\frac{q}{\delta m_p}\right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{q}{\delta m_p}\right) = \frac{E}{\omega_{0I}^2 - EK_q} \quad (< 0)$$

$$\text{donc} \quad \left|G_s\left(\frac{q}{\delta m_p}\right)\right| < \left|G_s\left(\frac{q}{\delta m}\right)\right|$$

Le gain statique de $\frac{q}{\delta m_p}$ est inférieur en valeur absolue à celui de $\frac{q}{\delta m}$. La perte peut atteindre 30 %. Cela provient du fait que l'amortisseur de tangage "traite" de la même façon les ordres du pilote (vitesse de tangage commandée par δm_p) et l'oscillation d'incidence.

L'inconvénient majeur est que pour obtenir la même vitesse de tangage, il faut pour "l'avion amorti" un ordre plus important du pilote par rapport à "l'avion naturel". Ce problème est surtout sensible en cas de défaillance ou de panne de l'amortisseur de tangage. En effet, dans un tel cas, non seulement l'oscillation d'incidence va réapparaître (ceci peut être signalé au pilote) mais de plus, l'avion n'a pas le même comportement "en valeur finale". C'est donc à la fois le régime transitoire et le régime permanent du système qui sont modifiés. Ainsi, même si le pilote adopte un pilotage "souple" pour ne pas exciter l'oscillation d'incidence, il a la sensation (dangereuse) de piloter un avion dont "l'efficacité" des gouvernes est modifiée.

Si l'on ne peut empêcher l'apparition de l'oscillation d'incidence en cas de panne de l'amortisseur de tangage, on peut en revanche s'affranchir du problème des gains statiques par l'adjonction d'un filtre passe-haut dans la boucle retour de "l'avion amorti".

b - Filtre passe-haut :

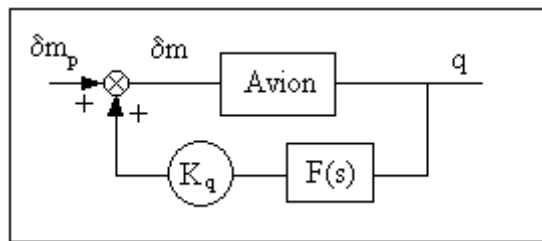
Le but de ce dispositif est de:

- Modifier le régime transitoire pour améliorer l'amortissement,
- Conserver le gain statique de l'avion naturel, c'est à dire l'amplitude de la réponse en régime permanent,
- Respecter les "ordres pilote".

Or, les "fréquences pilote" et les fréquences en vitesse de tangage q du régime permanent sont basses comparativement à celles de la vitesse de tangage du régime transitoire.

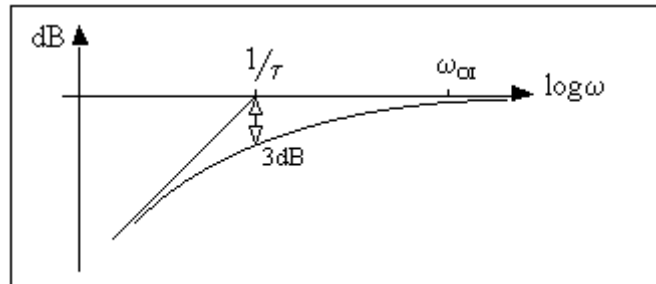
Ajouter un filtre passe-haut dans la boucle retour (boucle de correction) permet donc de conserver uniquement l'information "hautes fréquences" pour améliorer le régime transitoire tout en "effaçant" les "basses fréquences".

Le synoptique du système est alors le suivant:



Détermination et réglage du filtre:

Le diagramme de Bode en amplitude du filtre que l'on désire est:



Les asymptotes de ce diagramme permettent d'en donner la fonction de transfert:

$$F(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s}$$

Pour conserver l'information utile ("hautes fréquences" de la vitesse de tangage), il faut régler la pulsation de coupure du filtre en deçà de la moitié de la pulsation de l'oscillation d'incidence. La pulsation des ordres du pilote étant inférieure à la pulsation de coupure du filtre, ils seront fortement atténués dans la boucle retour. Il faut donc prendre:

$$\frac{1}{\tau} < \frac{\omega_{0I}}{2}$$

Réglage du gain K_q :

Avec l'adjonction du filtre, la FTBF du système devient:

$$\frac{q}{\delta m_p} = \frac{q/\delta m}{1 - K_q \frac{\tau s}{1 + \tau s} \left(\frac{q}{\delta m} \right)}$$

On obtient une fonction de transfert du troisième ordre. Le réglage du gain K_q n'est pas aisé à obtenir.

c - Cas particulier - Filtre simplificateur :

Si on peut prendre $\tau = \frac{m_m}{E}$ (c'est à dire si $\frac{E}{m_m} < \frac{\omega_{0I}}{2}$), l'expression de $\frac{q}{\delta m_p}$ se simplifie car on a:

$$\begin{aligned} F(s) \frac{q}{\delta m} &= \frac{\tau s}{1 + \tau s} \frac{(m_m s + E)}{s^2 + 2\xi_{0I}\omega_{0I} s + \omega_{0I}^2} \\ &= \frac{\tau s}{1 + \tau s} \frac{E(\tau s + 1)}{s^2 + 2\xi_{0I}\omega_{0I} s + \omega_{0I}^2} \\ &= \frac{E \tau s}{s^2 + 2\xi_{0I}\omega_{0I} s + \omega_{0I}^2} \end{aligned}$$

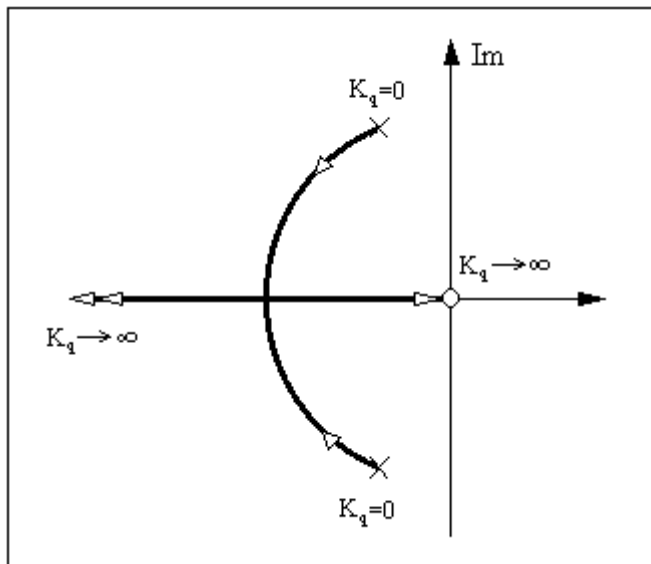
La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit alors:

$$\frac{q}{\delta m_p} = \frac{\frac{q}{\delta m}}{1 - K_q \frac{\tau s}{1 + \tau s} \left(\frac{q}{\delta m} \right)} = \frac{\frac{(m_m s + E)}{s^2 + 2\xi_{OI}\omega_{OI} s + \omega_{OI}^2}}{1 - K_q \frac{E \tau s}{s^2 + 2\xi_{OI}\omega_{OI} s + \omega_{OI}^2}}$$

$$\frac{q}{\delta m_p} = \frac{m_m s + E}{s^2 + (2\xi_{OI}\omega_{OI} - K_q E \tau) s + \omega_{OI}^2}$$

On a donc: $G_s \left(\frac{q}{\delta m_p} \right) = \frac{E}{\omega_{OI}^2} = G_s \left(\frac{q}{\delta m} \right)$ et le but recherché est atteint.

On montre que le lieu d'Evans est un cercle centré sur l'origine des axes ayant pour points de départ les pôles de l'avion naturel.



Dans ce cas le fait de faire varier K_q ne modifie pas la pulsation ω_{AT} puisque

$$\omega_{AT} = \omega_{OI}$$

Pour régler K_q il suffit alors de se donner ξ_{AT} et par identification des dénominateurs des fonctions de transfert:

$$\begin{aligned} s^2 + (2\xi_{OI}\omega_{OI} - K_q E \tau) s + \omega_{OI}^2 \\ = s^2 + 2\xi_{AT}\omega_{AT} s + \omega_{AT}^2 \end{aligned}$$

on arrive à:

$$K_q = \frac{2\omega_{OI} (\xi_{OI} - \xi_{AT})}{m_m}$$

$$\frac{E}{m_m} < \frac{\omega_{OI}}{2}$$

Attention: Cette formule n'est applicable que sous la condition

Remarque:

On vérifie bien qu'en choisissant $\xi_{AT} > \xi_{OI}$ (but de l'amortisseur de tangage), on a bien $K_q > 0$, puisque $m_m < 0$.

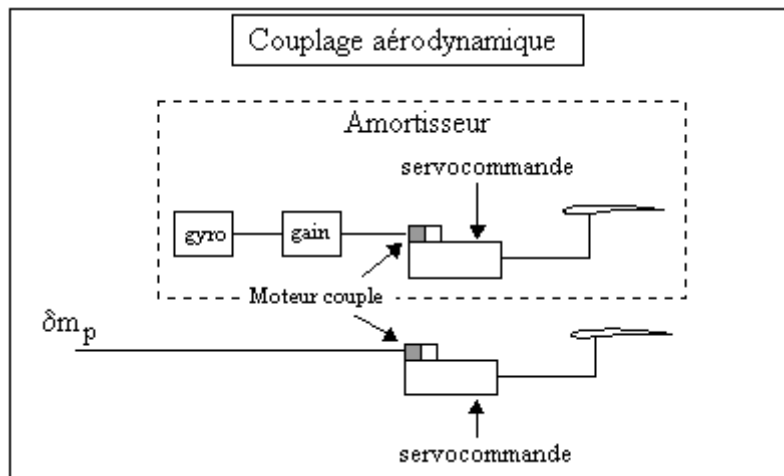
d - Servocommande :

Si on introduit dans le système étudié la servocommande, la fonction de transfert du système complet a des pôles supplémentaires, donc des directions asymptotiques supplémentaires. Dans le lieu d'Evans, certaines de ces directions vont dans le demi-plan droit. Il y a donc une valeur maximale de K_q avant déstabilisation.

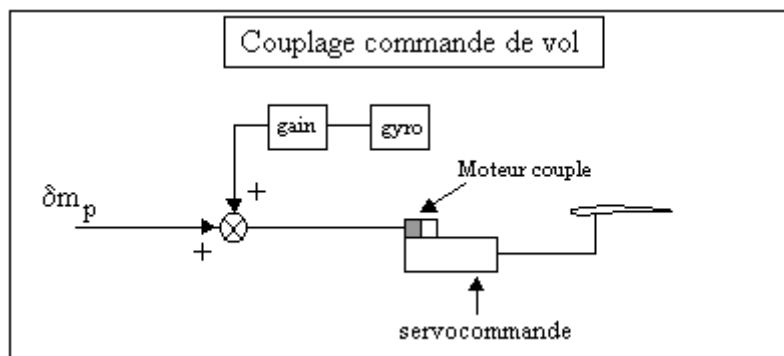
3-1 Réalisation de la commande :

L'amortisseur ajoute ses ordres à ceux du pilote. Cette sommation peut se faire soit aérodynamiquement en actionnant ses propres gouvernes, soit au niveau de la chaîne de commande de vol.

Le premier cas est celui de la chaîne du Mirage III. Il peut se représenter schématiquement comme suit, les deux chaînes étant alors entièrement indépendantes:



Le deuxième cas est celui du Mirage 2000. Il peut se représenter schématiquement par le synoptique suivant (dans ce cas, l'élaboration de l'ordre de stabilisation est plus complexe puisqu'on utilise aussi le facteur de charge vertical):



Il est important de noter, ces deux schémas le montrent, que le rôle de l'amortisseur de tangage est indépendant du pilote automatique puisque, on le rappelle, c'est le pilote qui est aux commandes de l'avion.

3-2 Amélioration :

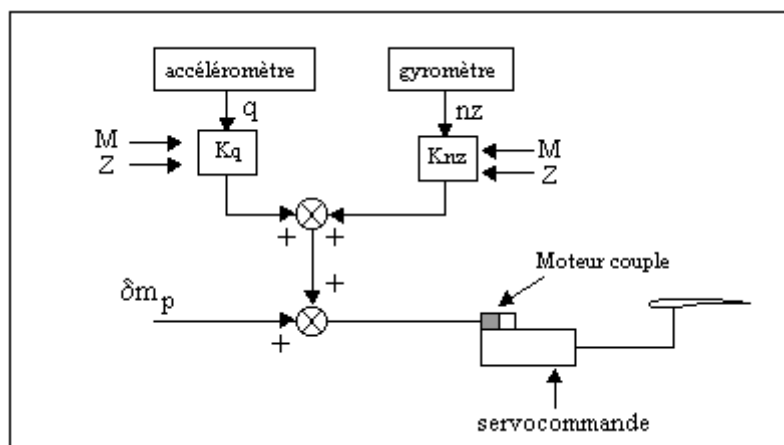
Afin d'améliorer l'efficacité de l'amortisseur de tangage, on peut être amené à combiner plusieurs informations. Classiquement on utilise comme retour supplémentaire le facteur de charge vertical n_z directement représentatif de l'incidence α .

En effet, on a la relation:

$$n_z mg = \frac{1}{2} \rho S C_z V^2 = \frac{1}{2} \rho S V^2 [C_{z_\alpha} (\alpha - \alpha_0) + \dots]$$

Les informations en q (représentatif de $\dot{\alpha}$) et n_z sont pondérées par des gains distincts qui dépendent du point de vol. On étudiera plus en détail cette possibilité de réglage de l'amortisseur de tangage à l'aide de deux informations en retour lors de la mise en application des méthodes modales appliquées au pilote automatique.

Le schéma global de fonctionnement est alors le suivant:



Remarques:

- Si l'accéléromètre n'est pas au centre de gravité de l'avion, il faut faire une correction en fonction de la vitesse de tangage.
- L'avion a des modes structuraux; pour ne pas les exciter, il convient de limiter la valeur de K_q .
- L'unité du gain K_q est: rad de gouverne/rad/s