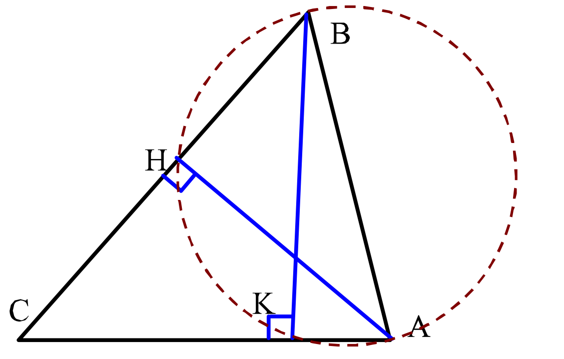
المثلث القائم الزاوية و الدائرة - حلول

تمرين 1

لنبين أن النقط A و B و H و K تنتمي لنفس الدائرة محددا مركزها.



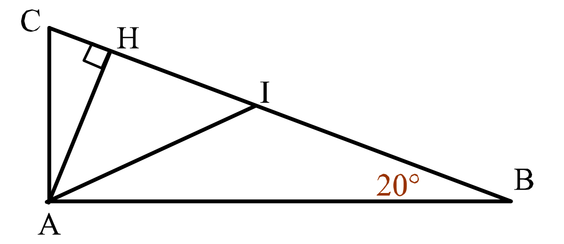
لدينا ABH مثلث قائم الزاوية في النقطة H، إذن فهو محاط بدائرة قطرها $[AB]$

لدينا ABK مثلث قائم الزاوية في النقطة K، إذن فهو محاط بدائرة قطرها $[AB]$

بالتالي H و K نقطتان تنتميان للدائرة ذات القطر $[AB]$
و هذا يعني أن النقط A و B و H و K تنتمي لنفس الدائرة التي مركزها منتصف القطعة $[AB]$

تمرين 2

معطيات : ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $\hat{B} = 20°$ ، I منتصف $[BC]$



لنحسب : $A\hat{I}B$

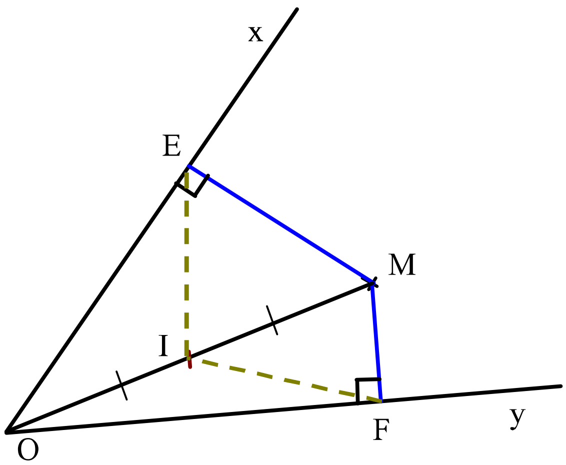
لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A، إذن فهو محاط بدائرة قطرها BC و مركزها I، منه $IA = IB = IC$
إذن : AIB مثلث متساوي الساقين في النقطة I
منه : $I\hat{A}B = \hat{B} = 20°$
و بالتالي : $A\hat{I}B = 180 - (20 + 20) = 180 - 40 = 140°$

لنحسب : $I\hat{A}H$

بما أن الزاوية $H\hat{I}B$ مستقيمة فإن:
$H\hat{I}A = H\hat{I}B - A\hat{I}B = 180 - 140 = 40°$
بما أن المثلث AHI قائم الزاوية في النقطة H، فإن :
$I\hat{A}H = 180 - (40 + 90) = 180 - 130 = 50°$

تمرين 3

لنبين أن المثلث EIF متساوي الساقين في النقطة I



لدينا OEM مثلث قائم الزاوية في النقطة E، إذن فهو محاط بدائرة قطرها OM و مركزها I، منه $IO = IE = IM$

لدينا OFM مثلث قائم الزاوية في النقطة F، إذن فهو محاط بدائرة قطرها OM و مركزها I، منه $IO = IF = IM$

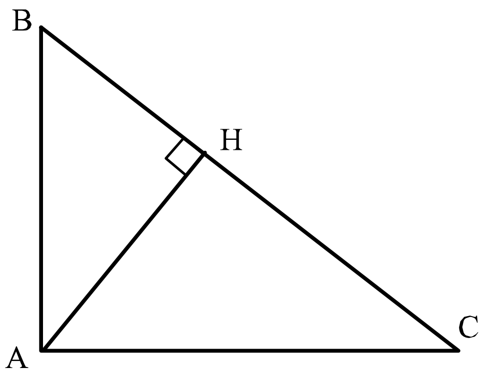
إذن : $IE = IF$

بالتالي : EIF متساوي الساقين في النقطة I

تمرين 4

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6cm$ و $AC = 8cm$ ، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

-1



-2 لنحسب BC

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$BC^2 = 36 + 64$$
$$BC^2 = 100$$

منه : $BC = 10$

-3 لنحسب AH

لدينا مساحة المثلث ABC هي :

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

و أيضا :

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{10 \times AH}{2} = 5AH$$

نستنتج إذن أن : $5AH = 24$ منه : $AH = \frac{24}{5} = 4{,}8cm$

-4 لنحسب BH

لدينا ABH مثلث قائم الزاوية في H ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$
$$6^2 = 4{,}8^2 + BH^2$$
$$36 = 23{,}04 + BH^2$$
$$36 - 23{,}04 = BH^2$$
$$12{,}96 = BH^2$$

بالتالي : $BH = 3{,}6cm$

-4 لنحسب CH

لدينا :

$$CH = BC - BH$$
$$CH = 10 - 3{,}6$$
$$CH = 6{,}4cm$$

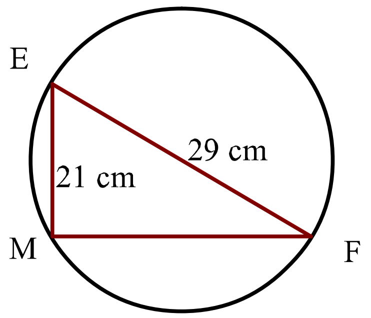
يمكن حساب CH بنفس الطريقة السابقة

← رغم أن المسافة المطلوبة هي BH ، إلا أن وتر المثلث ABH هو AB ، لذلك لم يتم حسابه بنفس طريقة حساب BC ، إذ يجب كتابة مبرهنة فيثاغورس بغض النظر عن المسافة المطلوبة.

القيمة 3,6 تم إيجادها باستعمال آلة حاسبة : نكتب 12,96 ثم نضغط على الرمز $\sqrt{\ }$ فنحصل على 3,6

تمرين 5

(C) دائرة قطرها $EF = 29cm$ ، M نقطة من الدائرة (C) حيث $EM = 21cm$



لنحسب المسافة : FM

بما أن المثلث EFM محاط بدائرة قطرها هو أحد أضلاعه ، فهو لإذن مثلث قائم الزاوية في M

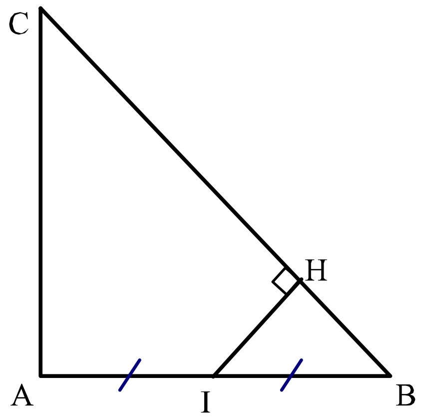
إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$EF^2 = EM^2 + FM^2$$
$$29^2 = 21^2 + FM^2$$
$$841 = 441 + FM^2$$
$$841 - 441 = FM^2$$
$$400 = FM^2$$

بالتالي : $FM = 20cm$

تمرين 6

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6cm$ و $AC = 8cm$ ، I منتصف $[AB]$ و H المسقط العمودي للنقطة I على (BC)



لنحسب : $\cos(\hat{B})$

لنحسب أولا BC

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس

المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$BC^2 = 36 + 64$$
$$BC^2 = 100$$

منه : $BC = 10\ cm$

إذن : $\cos(\hat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

لنعبر عن $\cos(\hat{B})$ بدلالة BH

بما أن المثلث IHB قائم الزاوية في النقطة H و وتره IB فإن :

$$\cos(\hat{B}) = \frac{BH}{IB} = \frac{BH}{3}$$

لنحسب : BH

بما أن : $\cos(\hat{B}) = \frac{3}{5}$ و $\cos(\hat{B}) = \frac{BH}{3}$

فإن : $\frac{BH}{3} = \frac{3}{5}$ منه :

$$BH = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8\ cm$$

لنحسب : IH

لدينا IHB مثلث قائم الزاوية في H ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس

المباشرة فإن :

$$IB^2 = BH^2 + IH^2$$
$$3^2 = 1{,}8^2 + IH^2$$
$$9 = 3{,}24 + IH^2$$
$$9 - 3{,}24 = IH^2$$
$$5{,}76 = IH^2$$

منه : $IH = 2{,}4\ cm$

لنحسب : CH

لدينا : $CH = BC - BH = 10 - 1{,}8 = 8{,}2cm$