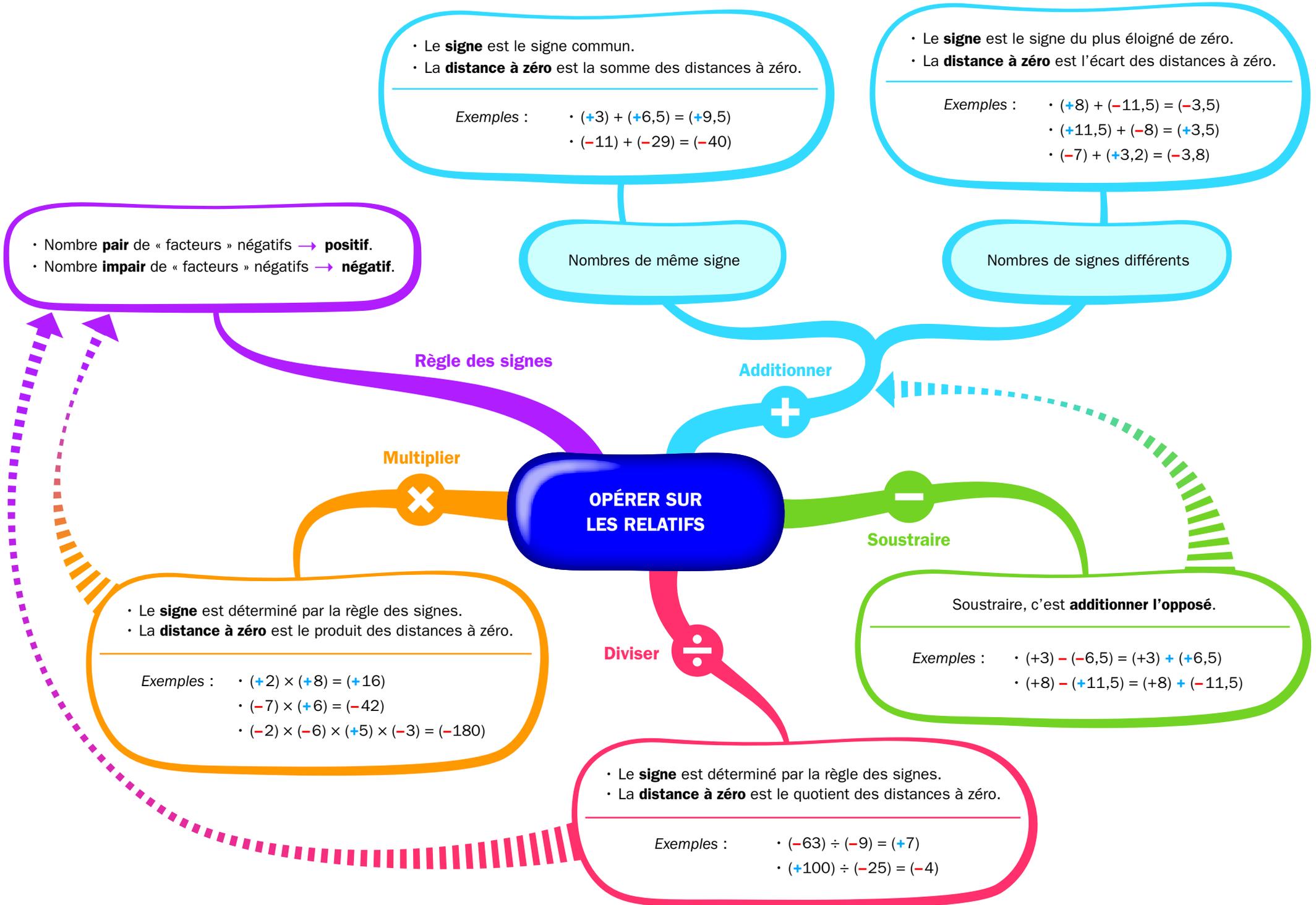


Cartes mentales

Mathématiques 3^{ème}

<p style="text-align: center;">Calcul numérique</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Opérations sur les nombres relatifs ➤ Opérations sur les fractions ➤ Puissances ➤ Arithmétique 	<p style="text-align: center;">Géométrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Théorème de Pythagore et réciproque ➤ Théorème de Thalès et réciproque ➤ Trigonométrie ➤ Transformations du plan ➤ Effets d'une transformation ➤ Représenter des solides ➤ Se repérer
<p style="text-align: center;">Calcul littéral</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Expressions littérales ➤ Équations 	<p style="text-align: center;">Fonction – Traitement de données</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Fonctions ➤ Pourcentages ➤ Organiser des données ➤ Statistiques ➤ Probabilités
<p style="text-align: center;">Grandeurs et mesures</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Convertir des grandeurs ➤ Aire d'une surface ➤ Volumes ➤ Masse et masse volumique 	
<p style="text-align: center;">Algorithmique et programmation</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Programmer avec Scratch 	

Calcul numérique



- Le **numérateur** est la somme des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{7+4}{3} = \frac{11}{3}$

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{4}{5} + \frac{1}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1}{15} = \frac{12}{15} + \frac{1}{15}$

- Le **numérateur** est le produit des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le produit des dénominateurs.

Exemple : $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{7 \times 5}{3 \times 2} = \frac{35}{6}$

Multiplier



Fractions avec un même dénominateur

Fractions avec des dénominateurs différents

Additionner



OPÉRER SUR LES FRACTIONS

Soustraire



Fractions avec un même dénominateur

Fractions avec des dénominateurs différents

Diviser, c'est **multiplier par l'inverse**.

Exemple : $\frac{7}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{2}$

Diviser



- Le **numérateur** est la différence des deux numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{4}{3} - \frac{9}{3} = \frac{4-9}{3} = \frac{-5}{3}$

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{3}{14} - \frac{1}{7} = \frac{3}{14} - \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{3}{14} - \frac{2}{14}$

DÉCOUVRIR LES PUISSANCES

Exposant positif

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} \quad \text{avec } a : \text{ nombre} \\ n : \text{ nombre entier positif.}$$

Exemples

$$\cdot 3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}} = 81$$

$$\cdot 10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\,000\,000}_{8 \text{ zéros}}$$

Définitions

Exposant négatif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}} \quad \text{avec } a : \text{ nombre} \\ n : \text{ nombre entier positif.}$$

Exemples

$$\cdot 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}}} = \frac{1}{64} = 0,015\,625$$

$$\cdot 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{5 \text{ fois}}} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$$

Cas particuliers

$$a^1 = a \quad a^0 = 1 \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \\ 1^n = 1 \quad 0^n = 0$$

Propriétés

- **Produit :** $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- **Quotient :** $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- **Inverse :** $a^n \times a^{-n} = 1$ donc $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- **Puissance :** $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Exemples

$$15^4 \times 15^3 = 15^{4+3} = 15^7$$

$$\frac{8^3}{8^4} = 8^{3-4} = 8^{-1}$$

$$\frac{1}{4^{-3}} = 4^3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$$

$$(3^2)^5 = 3^{2 \times 5} = 3^{10}$$

Écriture scientifique

Elle permet d'évaluer un **ordre de grandeur**.
Elle est de la forme $a \times 10^n$.

avec a : nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$
 n : nombre entier relatif.

- Exemples :
- $A = 4\,320 = 4,32 \times 10^3$
 - $B = 0,071 = 7,1 \times 10^{-2}$

Préfixes

- giga** → milliard
- méga** → million
- kilo** → mille
- hecto** → cent
- déca** → dix
- déci** → dixième
- centi** → centième
- milli** → millième
- micro** → millionième
- nano** → milliardième

Exemples

- 1 Go = 10^9 octets
- 1 mégapixel = 10^6 pixels
- 1 kg = 10^3 grammes
- 1 hL = 10^2 litres
- 1 dam = 10 mètres
- 1 dB = 10^{-1} bel
- 1 cL = 10^{-2} litre
- 1 mg = 10^{-3} gramme
- 1 μ s = 10^{-6} seconde
- 1 nm = 10^{-9} mètre

ARITHMÉTIQUE

Nombres premiers

Critères de divisibilité

Diviseurs et multiples

Vocabulaire

Division euclidienne

dividende	1 9 6	5	diviseur
	- 1 5	39	quotient
	0 4 6		
	- 4 5		
reste	0 1		

Le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.

- **dividende** = (**diviseur** × **quotient**) + **reste**
- **reste** < **diviseur**

Diviseur commun

Un diviseur commun à deux entiers divise à la fois les deux entiers.

Exemples
3, 7 et 21 sont des diviseurs communs à 84 et 315.

Par 2, 5 ou 10

Un entier est divisible :

- **par 2**, s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 (c'est un nombre pair) ;
- **par 5**, s'il se termine par 0 ou 5 ;
- **par 10**, s'il se termine par 0.

Par 3 ou 9

Un entier est divisible :

- **par 3**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- **par 9**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Par 4

Un entier est divisible **par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est un multiple de 4.

Définition

Un nombre premier n'a que deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23.

Crible d'Ératosthène

Il permet de trouver les nombres premiers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les nombres entourés sont premiers.

Décomposition

Un nombre entier peut se décomposer en produit de facteurs premiers.

Exemples :
• 84 = 2 × 2 × 3 × 7
• 315 = 3 × 3 × 5 × 7

Fraction irréductible

C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Exemple : $\frac{84}{315} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{4}{15}$

Calcul littéral

EXPRESSIONS LITTÉRALES

Calculs avec lettres et nombres

Valeur de l'expression

- Elle dépend de la valeur de la **lettre**.
- Dans un calcul, une **même lettre** a toujours la **même valeur**.

Comparaison

Expressions égales

Deux expressions sont **égales** si, pour toutes les valeurs de la lettre, elles sont égales.

Identité
→ À prouver.

Expressions différentes

Deux expressions sont **différentes** si une valeur donne des résultats différents.

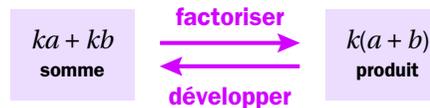
Contre-exemple

Y a-t-il des valeurs d'égalité ?
→ Résoudre l'équation.

Transformations d'écriture

Distributivité

$$ka + kb = k(a + b)$$



Choix de la forme adaptée au problème

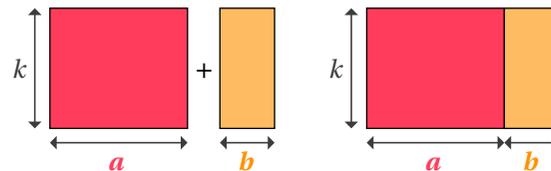
Somme ou produit

Identités remarquables : outil de factorisation

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



$$\text{Aire} = k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Formule

- Relation entre variables
- Lettre / abréviation

Exemples

L pour longueur ; ℓ pour largeur.

Traduction

d'un programme de calcul.

Permet la **généralisation**.

Vocabulaire

Somme : la dernière opération est + ou -.

Produit : la dernière opération est \times ou \div .

Simplification

- Signe \times
- Propriétés de la multiplication
- Puissances

ÉQUATIONS

Définitions

Équation

Une égalité ; deux expressions.

Solutions

Valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie.

Différents types d'équations

Équation du premier degré

Équation produit nul

Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul.

Équation du second degré

Rendre le second membre nul.

Factorisation possible

Factorisation impossible : on ne peut pas résoudre en cycle 4.

Outils pour résoudre un problème

- **Reconnaître** si on peut modéliser algébriquement.
- **Repérer l'inconnue.** La nommer par une lettre.
- **Traduire** par une égalité entre deux expressions faisant intervenir l'inconnue.
- **Résoudre** : trouver la solution mathématique.
- **Donner** la solution au sens du problème.

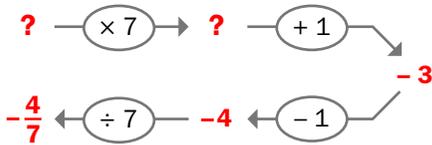
Trouver les solutions

Par essai erreur

Exemple : $2x + 2 = 3$
La solution est $\frac{1}{2}$.

En remontant les calculs

Exemple : $7x + 1 = -3$



Résolution experte

- Utiliser les **propriétés des expressions équivalentes**, dans un membre ou l'autre.
- **Ajouter ou soustraire** le même nombre aux deux membres.
- **Multiplier ou diviser** les deux membres par le même nombre non nul.

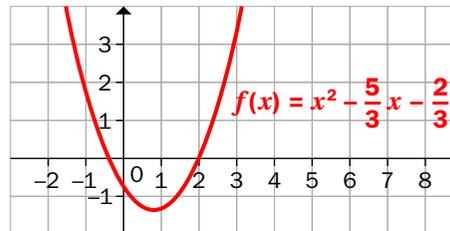
Exemple :

$$5x = 3(1 + x) \quad \text{distributivité}$$
$$5x = 3 + 3x$$
$$-3x \quad 5x = 3 + 3x \quad -3x$$
$$2x = 3$$
$$\div 2 \quad 2x = \frac{3}{2} \quad \div 2$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Graphiquement

- Trouver une valeur approchée.
- Valider ou non, en testant la solution.

Exemple : $x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$



Les solutions semblent être $-\frac{1}{4}$ et 2.

Vérifications :

• $2^2 - \frac{5}{3} \times 2 - \frac{2}{3} = 0$, donc 2 est solution.

• $(-\frac{1}{4})^2 - \frac{5}{3} \times (-\frac{1}{4}) - \frac{2}{3} \neq 0$,

donc $-\frac{1}{4}$ n'est pas solution.

Grandeurs et mesures

CONVERTIR DES GRANDEURS

Exemple des longueurs

$\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$
 $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

km hm dam m dm cm mm

Exemples : • 45 dam = 45 ÷ 10 hm = 4,5 hm
 • 3 m = 3 × 10 dm = 30 dm

Préfixes

giga	→	milliard
méga	→	million
kilo	→	mille
hecto	→	cent
déca	→	dix
déci	→	dixième
centi	→	centième
milli	→	millième
micro	→	millionième
nano	→	milliardième

Exemples

1 Go = 10^9 octets
 1 mégapixel = 10^6 pixels
 1 kg = 10^3 grammes
 1 hL = 10^2 litres
 1 dam = **10** mètres
 1 dB = 10^{-1} bel
 1 cL = 10^{-2} litre
 1 mg = 10^{-3} gramme
 1 μ s = 10^{-6} seconde
 1 nm = 10^{-9} mètre

Unités d'aires

$\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$
 $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$

km² hm² dam² m² dm² cm² mm²

1 dm = 10 cm

Aire :
 1 dm² = 100 cm²
 1 cm²

Exemples : • 45 dam² = 45 ÷ 100 hm² = 0,45 hm²
 • 3 m² = 3 × 100 dm² = 300 dm²

Durée

1 h = 60 min

h	1	2,5	1,4	0,7
min	60	150	84	42

Exemples : • 1 h 24 min = 84 min = 1,4 h
 • 3,7 h = 3 h + 0,7 h = 3 h 42 min

Vitesse

Camille Muffat, médaille d'or du 400 m nage libre aux JO 2012, en 4 min 1 s 45".
 Ordre de grandeur de sa vitesse en km/h :

$\div 4$ $\times 60$
 $\frac{400 \text{ m}}{4 \text{ min}} = \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{6000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 6 \text{ km/h}$

Masse volumique

Convertir 2,8 kg/m³ en g/L :

$\div 1000$ $\div 1000$
 $2,8 \text{ kg/m}^3 = \frac{2,8 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = \frac{2800 \text{ g}}{1000 \text{ dm}^3} = \frac{2,8 \text{ g}}{1 \text{ dm}^3} = \frac{2,8 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 2,8 \text{ g/L}$

Unités simples

Grandeurs produits

Grandeurs quotients

Capacité

contenance :
 1 L

volume du cube : 1 dm³

1 L = 1 dm³

Unités de volumes

$\div 1000$ $\div 1000$ $\div 1000$ $\div 1000$ $\div 1000$ $\div 1000$
 $\times 1000$ $\times 1000$ $\times 1000$ $\times 1000$ $\times 1000$ $\times 1000$

km³ hm³ dam³ m³ dm³ cm³ mm³

1 m³ = 10 dm × 10 dm × 10 dm = 1 000 dm³

1 m = 10 dm

1 m = 10 dm

Exemples : • 45 dam³ = 45 ÷ 1 000 hm³ = 0,045 hm³
 • 3 m³ = 3 × 1 000 dm³ = 3 000 dm³

DÉTERMINER L'AIRE D'UNE SURFACE

Retrouver une figure de référence

Figures planes

Utiliser la formule

Solides

Ordres de grandeur

- Une feuille A4 de 21 cm × 29,7 cm :
 - 623,7 cm²,
 - environ 6 dm².
- Un stade de foot de 90 m × 120 m :
 - 10 800 m²,
 - environ 1 hm² = 1 ha.

Polyèdre

Somme des aires de ses faces.



Sphère

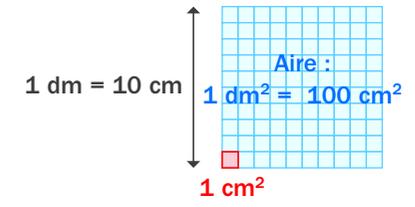
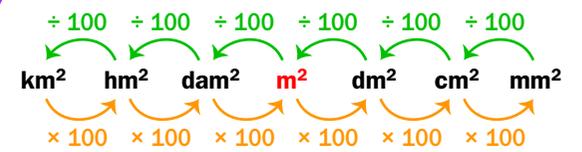
Aire : $4 \times \pi \times r^2$



Unité légale

m²

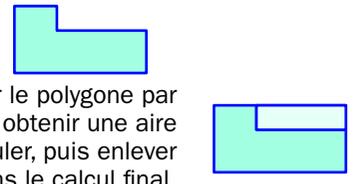
Conversions



- Exemples :
- 600 cm² = 6 dm²
 - 10 000 m² = 1 hm² = 1 ha

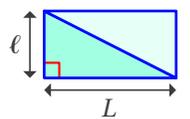
Compléter

Compléter le polygone par une surface pour obtenir une aire plus simple à calculer, puis enlever cette surface dans le calcul final.



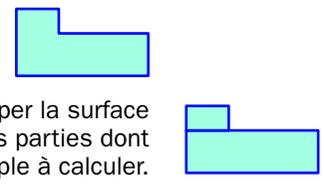
Exemple du triangle rectangle

Aire : $\frac{L \times \ell}{2}$



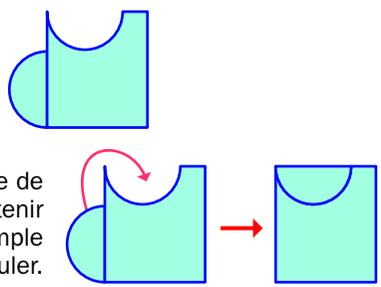
Découper

Découper la surface en plusieurs parties dont l'aire est plus simple à calculer.



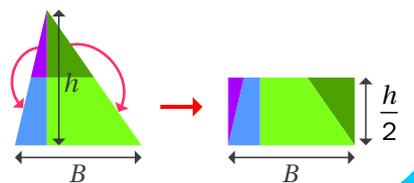
Déplacer

Déplacer une partie de la surface pour obtenir une aire plus simple à calculer.



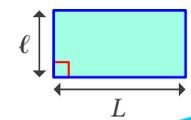
Exemple du triangle

Aire : $\frac{B \times h}{2}$



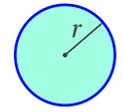
Rectangle

Aire : $L \times \ell$



Disque

Aire : $\pi \times r^2$



Unité légale
m³

Unité légale
L
1 L = 1 dm³

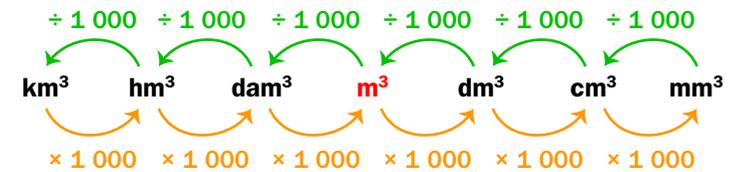
Capacité

Ordres de grandeur de capacités

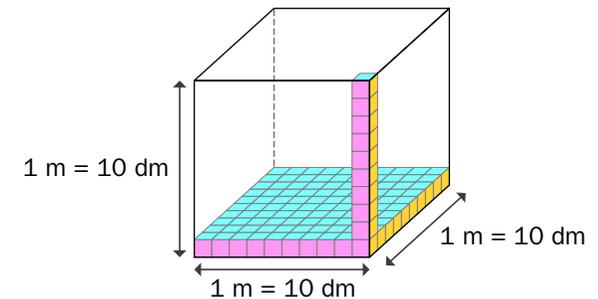
- Une bouteille de soda → 1,5 L
- Un bain → environ 140 L
- L'eau sur Terre → 1,4 × 10²¹ L

VOLUME

Conversions



$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1\,000 \text{ dm}^3$$



Exemples

- 1 dm = 0,1 m, donc 1 dm³ = 0,1 m × 0,1 m × 0,1 m = 0,001 m³
- 430 dm³ = 430 × 0,001 m³ = 0,43 m³

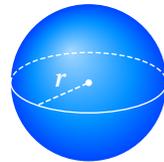
Solides usuels

Deux bases parallèles

$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Boule

$$V = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$



Une base + un sommet principal

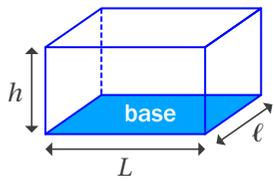
$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Ordres de grandeur de volumes

- Piscine olympique (50 m × 25 m × 2 m) → 2 500 m³
- Coffre de voiture → environ 250 dm³

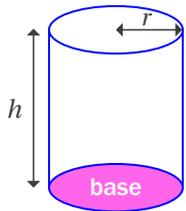
Pavé droit

$$V = L \times \ell \times h$$



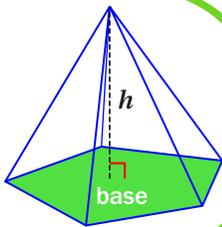
Cylindre

$$V = \pi \times r^2 \times h$$



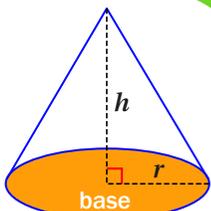
Pyramide

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}$$



Cône

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$



MASSE **MASSE VOLUMIQUE**

Définition
Quantité de matière qui constitue un objet.

Définition
Grandeur physique qui caractérise la masse d'un matériau par unité de volume.

Unité légale
kg

Unité légale
kg/m³

Ordres de grandeur

- Un litre d'eau → 1 kg
- Un homme adulte → en moyenne environ 70 kg
- Une montre → environ 50 g
- Une voiture → environ 1,2 t

Ordres de grandeur

- Masse volumique de l'eau → 1 000 kg/m³
- Masse volumique du bois (sapin) → 450 kg/m³
- Masse volumique du plomb → 11 350 kg/m³

Conversions

<ul style="list-style-type: none"> • Préfixes : kilo → mille hecto → cent déca → dix déci → dixième centi → centième milli → millième etc. • Tonne : 1 t = 1 000 kg 	<p><i>Exemples</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • 4 500 mg = 4 500 ÷ 1 000 g = 4,5 g • 36 g = 36 × 1 000 mg = 36 000 mg
--	---

Conversions

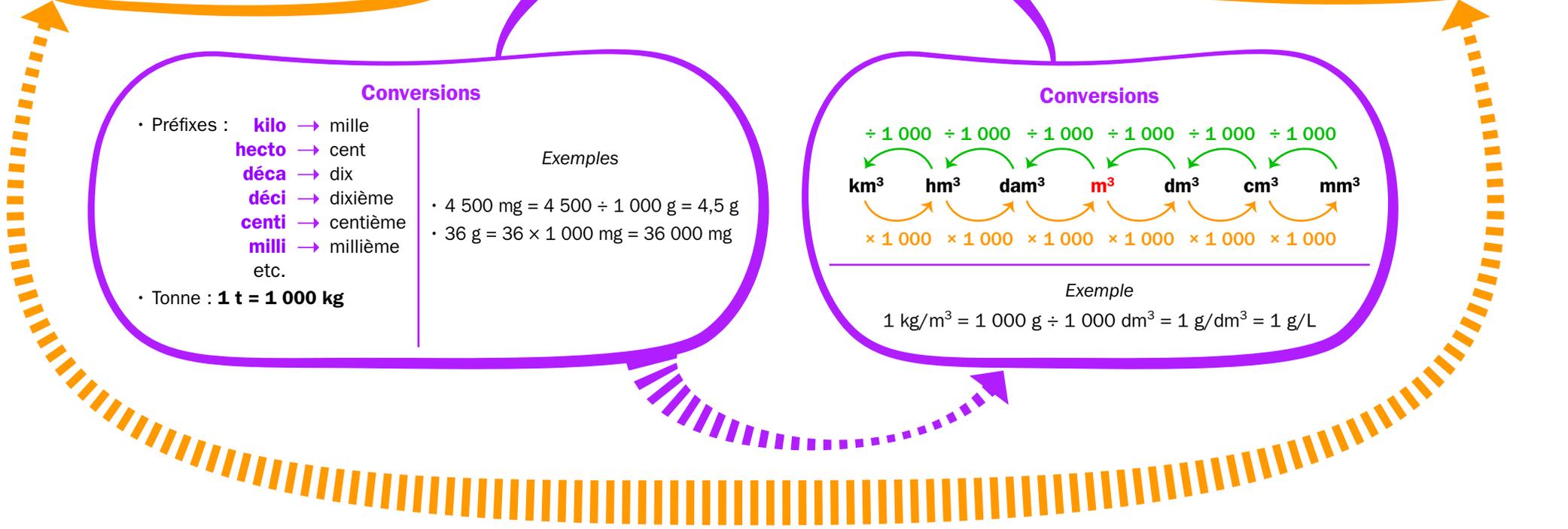
÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000

km³ hm³ dam³ m³ dm³ cm³ mm³

× 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000

Exemple

1 kg/m³ = 1 000 g ÷ 1 000 dm³ = 1 g/dm³ = 1 g/L



Algorithmique et programmation

PROGRAMMER AVEC SCRATCH®

Les actions du lutin

Mouvement

avancer de 25

s'orienter à 90

aller à x: 15 y: -80

Apparence

dire Bonjour !

montrer

costume suivant

Sons

jouer le son miaou

jouer du tambour 1 pendant 0.25 temps

ajouter -10 au volume

Stylo

effacer tout

stylo en position d'écriture

choisir la couleur pour le stylo

Poser une question

Capteurs

demander Quel nombre as-tu choisi ? et attendre

souris pressée?

réinitialiser le chronomètre

Personnaliser les blocs

Ajouter blocs

définir Nouveau bloc

Contrôle

si alors

sinon

répéter jusqu'à

attendre jusqu'à

Opérateurs

+ -

< >

racine de 9

Différents types de blocs

Initier un script

Effectuer des boucles

Évènements

quand cliqué

quand espace est cliqué

Différents types de blocs

- Les **blocs ovales** représentent des expressions qui peuvent prendre plusieurs valeurs.
- Les **blocs pointus** prennent la valeur vrai ou faux et peuvent être utilisés dans les tests.
- Les **blocs aimantés** représentent des instructions. En les accrochant les uns aux autres, on construit un script.

Pour démarrer

Lutin

Par défaut, le chat. Choix du costume.



Langue

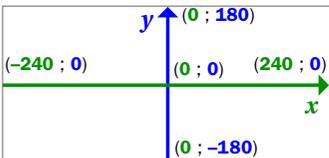


Scène

Choix de l'arrière-plan.



Repère



Géométrie

UTILISER LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Le théorème

Ce qu'il dit

SI

ABC est rectangle en B.



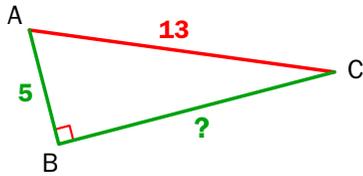
ALORS

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

Dans un triangle rectangle, le carré de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des **côtés de l'angle droit**.

À quoi il sert

À calculer une longueur dans un triangle rectangle.



La réciproque

Ce qu'elle dit

SI

$$EF^2 + EG^2 = FG^2$$



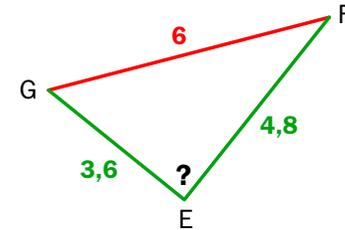
ALORS

EFG est un triangle rectangle en E.

Si, dans un triangle, le carré du **plus grand côté** est égal à la somme des carrés des **deux autres côtés**, alors ce triangle est rectangle. Le plus grand côté est l'hypoténuse.

À quoi elle sert

À déterminer si un triangle est rectangle.

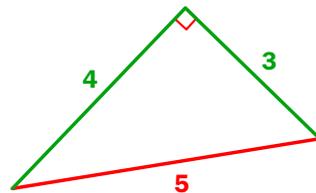


Carrés parfaits

Quelques carrés parfaits

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$
$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$

Triangle de Pythagore



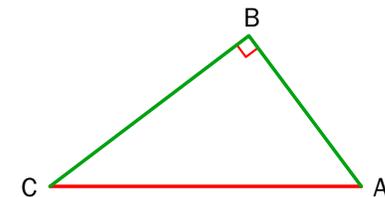
Longueurs : 3 ; 4 ; 5.

Vocabulaire

Dans un triangle rectangle :
plus grand côté = **hypoténuse**.

Exemple

Dans le triangle ABC rectangle en B, l'hypoténuse est [AC].
[BA] et [BC] sont les côtés de l'angle droit.



UTILISER LE THÉORÈME DE THALÈS

Triangles semblables

Coefficient k

Coefficient d'agrandissement ou de réduction entre les deux triangles :

- $AC = AN \times k$
- $AB = AM \times k$
- $BC = MN \times k$

Longeurs proportionnelles

Côtés de AMN	AN	AM	MN
Côtés correspondants de ABC	AC	AB	BC

(× k)

Ce qu'elle dit

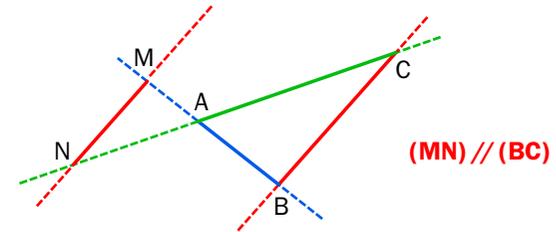
SI

Les points M, A, B , et N, A, C , sont alignés dans le même ordre et

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$$

ALORS

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



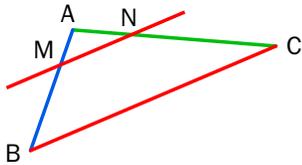
Ce qu'il dit

SI

Les points M, A, B , et N, A, C , sont alignés et $(MN) // (BC)$.

ALORS

Les triangles AMN et ABC sont proportionnels.



À quoi il sert

À calculer une longueur.

La réciproque

À quoi elle sert

À déterminer si deux droites sont parallèles.

Égalité de quotients

Trois façons de calculer le coefficient :

$$k = \frac{AC}{AN} \quad k = \frac{AB}{AM} \quad k = \frac{BC}{MN}$$

On a donc les égalités :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} \quad \text{ou} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

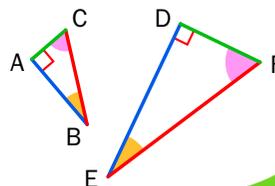
Cas général

Deux triangles sont en agrandissement ou en réduction l'un de l'autre si :

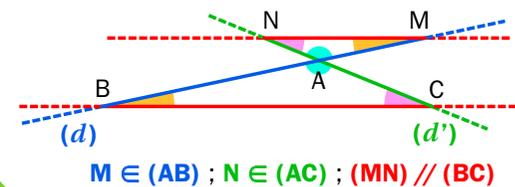
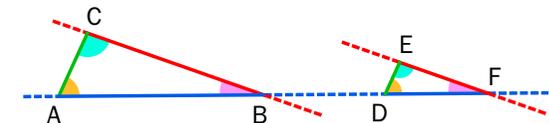
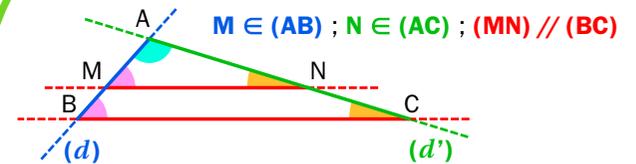
- les côtés correspondants sont proportionnels,
- OU
- les angles sont égaux deux à deux.

Exemple

Les triangles ABC et DEF sont proportionnels.



Cas particuliers

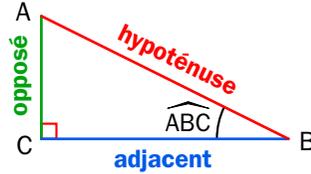


TRIGONOMÉTRIE

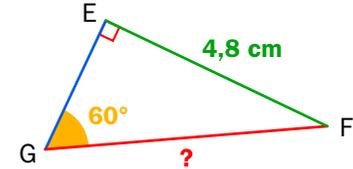
Vocabulaire

Dans le triangle ABC rectangle en C :

- [AB] est l'**hypoténuse** ;
- [CB] est le **côté adjacent** à l'angle \widehat{ABC} ;
- [AC] est le **côté opposé** à l'angle \widehat{ABC} .



Calculer une longueur



Dans un triangle EFG, rectangle en E :

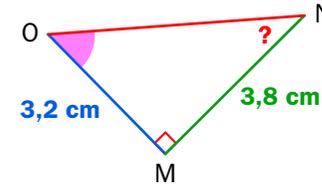
$$\sin \hat{G} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EF}{GF}$$

$$GF = \frac{EF}{\sin \hat{G}} = \frac{4,8}{\sin 60} \approx 5,5 \text{ cm}$$

→ **sin** sur calculatrice ou table trigo.

À quoi ça sert ?

Déterminer la mesure d'un angle



Dans un triangle MNO, rectangle en M :

$$\tan \hat{O} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{MN}{MO}$$

$$\hat{O} = \tan^{-1} \left(\frac{3,8}{3,2} \right) \approx 50^\circ$$

→ **tan⁻¹** sur calculatrice ou table trigo.

Cosinus, sinus, tangente

SI

Le triangle ABC est rectangle en C.

ALORS

$$\cos \hat{ABC} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin \hat{ABC} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \hat{ABC} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{AC}{BC}$$

Inégalités

Pour tout angle aigu \hat{B} :

$$0 \leq \cos \hat{B} \leq 1$$

$$0 \leq \sin \hat{B} \leq 1$$

Propriétés

Outils

Aide-mémoire

CAH SOH TOA

CAH → cos = adjacent / hypoténuse

SOH → sin = opposé / hypoténuse

TOA → tan = opposé / adjacent

Table trigo : quelques valeurs

angle (en degrés)	cosinus	sinus	tangente
15	0,97	0,26	0,27
30	0,87	0,50	0,58
45	0,71	0,71	1,00
60	0,50	0,87	1,73
75	0,26	0,97	3,73

TRANSFORMATIONS DU PLAN

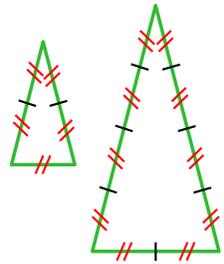
Agrandissement / Réduction

Conserve :

- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

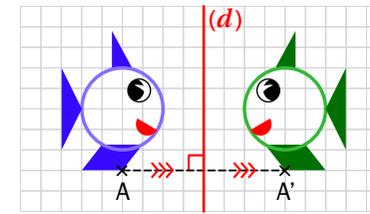
Ne conserve pas :

- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.



Symétrie axiale

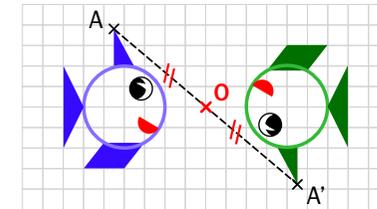
La droite (d) est l'axe de symétrie.



Symétrie

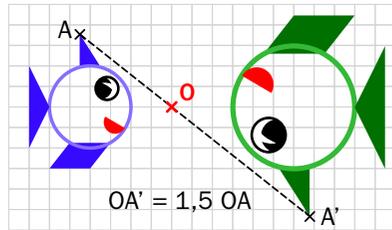
Symétrie centrale

Le point O est le centre de symétrie.



... de centre O , de rapport $-1,5$.

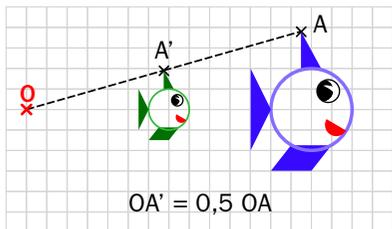
- rapport négatif \rightarrow retournement
- $|\text{rapport}| > 1 \rightarrow$ agrandissement



Homothétie

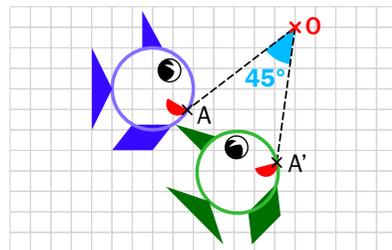
... de centre O , de rapport $0,5$.

- rapport positif \rightarrow même direction
- $|\text{rapport}| < 1 \rightarrow$ réduction



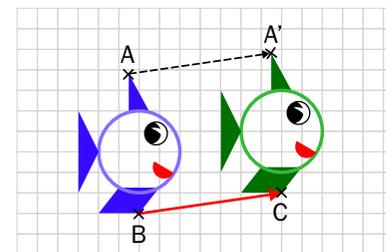
Rotation

... de centre O , d'angle 45° , dans le sens « direct » (sens inverse des aiguilles d'une montre).



Translation

... qui transforme le point B en point C .



Déplacement

Conserve :

- les longueurs, les aires, les volumes,
- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.



EFFETS D'UNE TRANSFORMATION

Déplacement

Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

Conserve « les dimensions » :

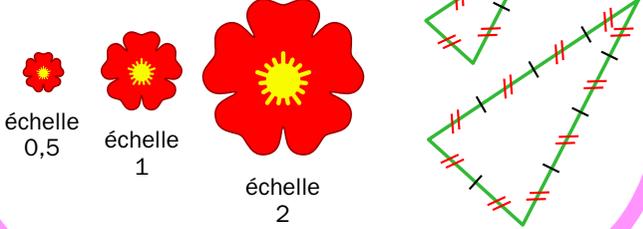
- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.

Agrandissement / Réduction

Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

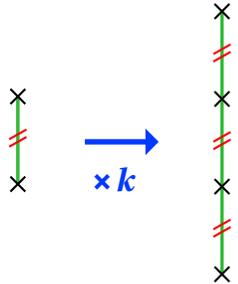
Exemples



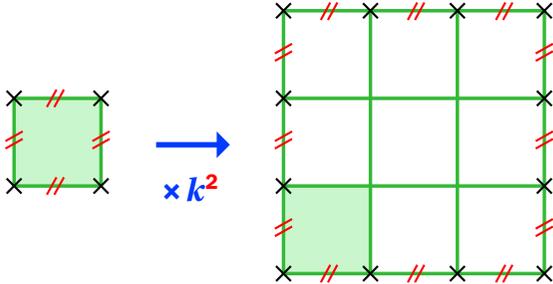
Coefficient d'agrandissement k

- Si $k > 1$, les dimensions sont agrandies.
- Si $k < 1$, les dimensions sont réduites.

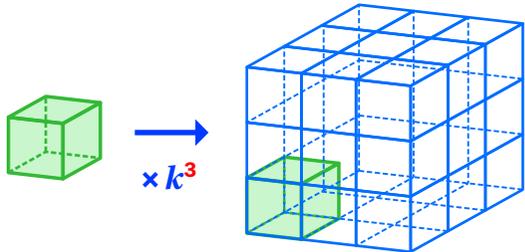
Longueurs



Aires



Volumes



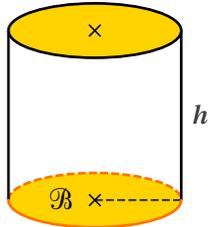
REPRÉSENTER DES SOLIDES

Deux bases

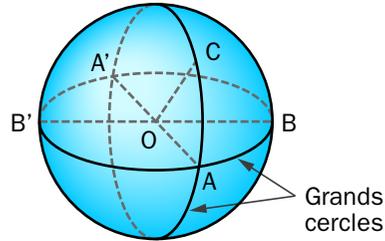
À pointe

Cylindre

- Deux bases circulaires identiques.
- Une face latérale rectangulaire.

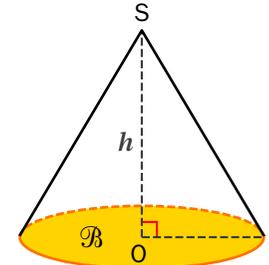


Boule



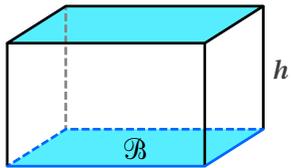
Cône

- Une base circulaire.
- Un sommet principal.



Pavé droit

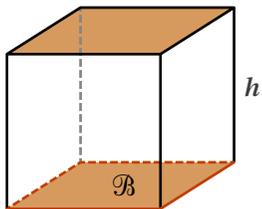
- 6 faces rectangulaires.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



Un pavé droit est un prisme droit particulier.

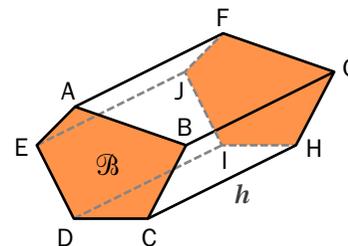
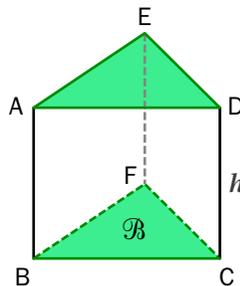
Cube

- 6 faces carrées.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



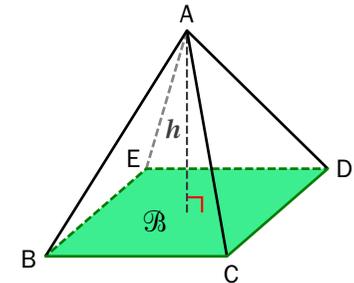
Prisme droit

- Deux bases polygonales identiques.
- Faces latérales rectangulaires.



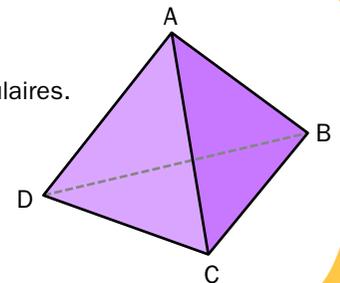
Pyramide

- Une base polygonale.
- Un sommet principal.



Tétraèdre

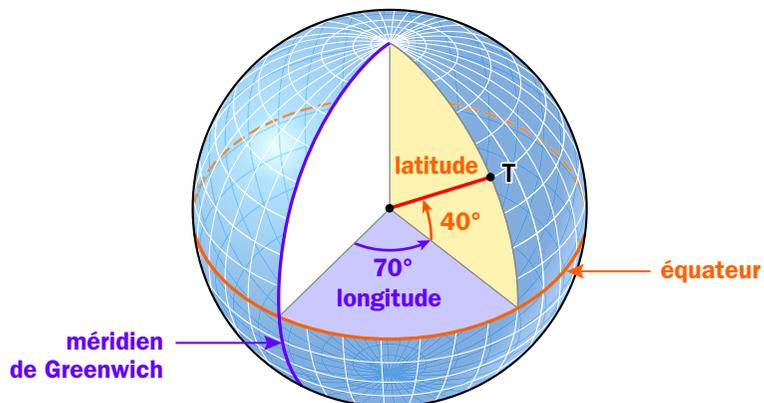
- 4 faces triangulaires.
- 4 sommets.
- 6 arêtes.



SE REPÉRER

Deux coordonnées

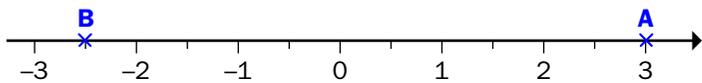
- **Latitude** : **angle** (de 0 à 90°) déterminant la position d'un cercle appelé **parallèle**, et **direction** Nord ou Sud. Pour la Terre, le parallèle 0 est l'équateur.
- **Longitude** : **angle** (de 0 à 180°) déterminant la position d'un demi-cercle appelé **méridien**, et **direction** Est ou Ouest. Pour la Terre, le méridien 0 est le méridien de Greenwich.



Exemple

Le point T a pour latitude **40° Nord** et pour longitude **70° Est** :
T(**40°N** ; **70°E**).

Abscisse d'un point



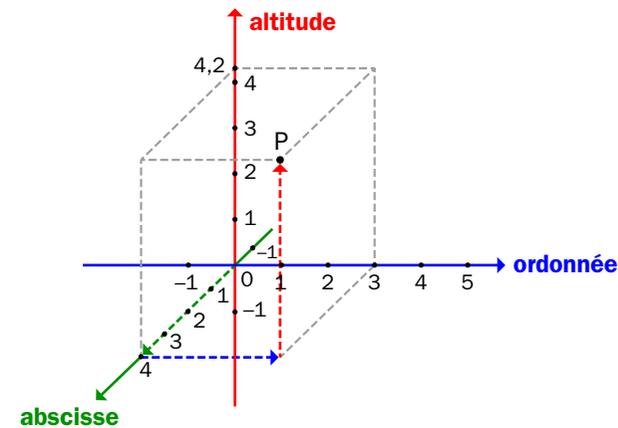
- Exemples :
- Le point A a pour **abscisse** 3 ; on note A(3).
 - Le point B a pour **abscisse** -2,5 ; on note B(-2,5).

Sur une sphère

Dans un pavé

Trois coordonnées

(**abscisse** ; **ordonnée** ; **altitude**)



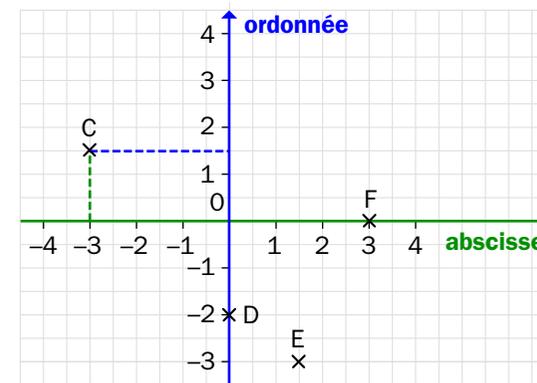
Exemple : P(**4** ; **3** ; **4,2**)

Sur une droite

Dans le plan

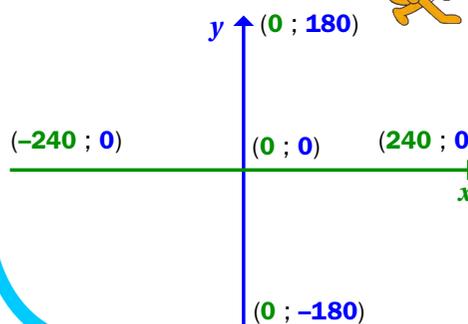
Coordonnées d'un point

(**abscisse** ; **ordonnée**)



- Exemples :
- C(**-3** ; **1,5**)
 - D(**0** ; **-2**)
 - E(**1,5** ; **-3**)
 - F(**3** ; **0**)

Avec le logiciel Scratch



Fonctions - Traitements de données

LES FONCTIONS

Fonction linéaire

Représentation graphique

C'est une droite qui **pass**e par l'**origine** du repère.

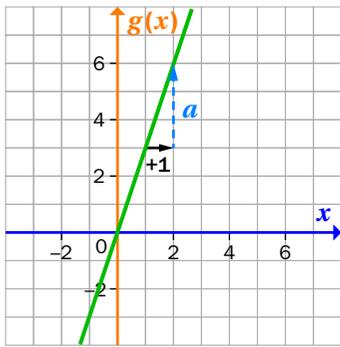


Tableau de valeurs

C'est un tableau de **proportionnalité** de coefficient **a** (ici **a = 3**).

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9

$\times a$

Forme algébrique

$$g(x) = ax$$

Les images sont **proportionnelles** aux antécédents.

Exemple
 $g(x) = 3x$

Forme algébrique

C'est la formule.

$$x \mapsto f(x)$$

antécédent image

Notation : $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x - 7$
ou
 $f : x \mapsto x^3 + 2x^2 - 6x - 7$

Exemple

$$f(1) = 1^3 + 2 \times 1^2 - 6 \times 1 - 7 = 1 + 2 - 6 - 7 = -10$$

Cas général

Tableau de valeurs

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-15	2	5	0	-7	-10	-3	20

← antécédents

← images

Exemple
 $f(1) = -10$

Fonction affine

Représentation graphique

C'est une droite qui **ne passe** pas par l'**origine** du repère.

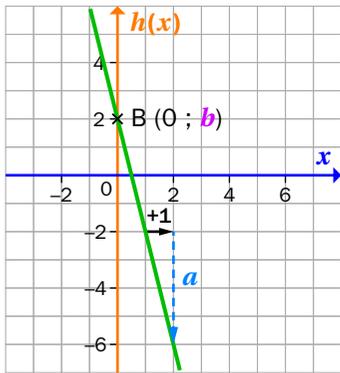


Tableau de valeurs

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
h(x)	18	14	10	6	2	-2	-6	-10

+1

+a

$$h(0) = b$$

Forme algébrique

$$h(x) = ax + b$$

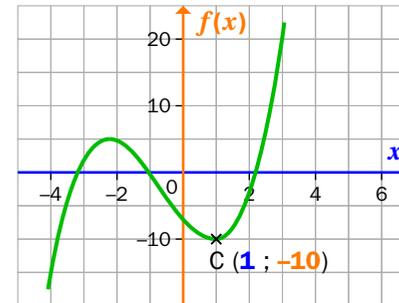
Les images **ne sont pas** proportionnelles aux antécédents.

Exemple
 $h(x) = -4x + 2$

Représentation graphique

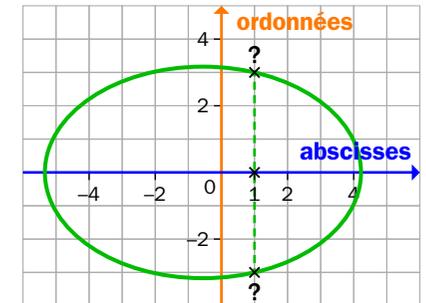
Un nombre a **une seule image**.

Exemples



C'est une fonction.

- L'**antécédent** se lit sur l'axe des abscisses, et l'**image** sur l'axe des ordonnées. L'image de 1 est -10.
- Une **image** peut avoir plusieurs **antécédents**. Ici, 0 a trois antécédents : environ -3,2 ; -1 et 2,2.



Ceci **n'est pas** une fonction.

On ne peut pas déterminer l'image de 1.

POURCENTAGES

Définitions

• **Pourcentage** : c'est une hypothèse de proportionnalité par rapport à un total de 100.

• $t\%$ est une fraction $\frac{t}{100}$.

• **Tableau de proportionnalité** :

Partie	t
Tout	100

Exemple

Dans un cocktail, il y a un quart de jus d'orange, soit une proportion de 1 pour 4 ou de 25 pour 100 : 25 %.

À retenir

• **100 %** : c'est le **total**.

• **50 %** = $\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$: c'est la **moitié**.

• **25 %** = $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$: c'est le **quart**.

• **10 %** = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$: c'est un **dixième**.

• **20 %** = $\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$: c'est un **cinquième**.

• **200 %** = $\frac{200}{100} = 2$: c'est le **double**.

Pourcentage d'augmentation/de diminution

• **Diminuer** un nombre de $a\%$, c'est le multiplier par $(1 - \frac{a}{100})$.

• **Augmenter** un nombre de $a\%$, c'est le multiplier par $(1 + \frac{a}{100})$.

Exemples

• Le prix d'un article à 36 € diminue de **12 %** : $36 \times (1 - 0,12) = 31,68$.
Son nouveau prix est **31,68 €**.

• Entre 1900 et 2013, la population de Lyon est passée de 460 000 à 500 000 habitants.

$$460 \xrightarrow{\hspace{2cm}} 500$$

$$\frac{500}{460} \approx 1,087 = 1 + \frac{8,7}{100}$$

L'augmentation est de **8,7 %**.

Appliquer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer l'**effectif** correspondant au pourcentage donné.

Exemple

Sur 350 élèves, 28 % sont demi-pensionnaires.
► Combien d'élèves cela représente-t-il ?

On calcule **28 %** de 350 :

$$\frac{28}{100} \times 350 = 0,28 \times 350 = 98$$

Donc 28 % de 350 correspondent à **98 élèves** demi-pensionnaires.

Déterminer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer une **proportion** par rapport à un total de 100.

Exemple

28 élèves sur 140 apprennent le latin.

► À quel pourcentage cela correspond-il ?

On se demande quel pourcentage représentent

28 éléments sur **140** :

$$\frac{28}{140} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0,2$$

Donc 28 sur 140 représentent **20 %** d'élèves latinistes.

Un tableau de valeurs permet de **trier** des données collectées.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

Activité	Durée (en h)
Sommeil	8
Collège	6
Repas	3
Devoirs	2
Trajets	1
Ordinateur/télévision	2
Autres loisirs	2

Diagramme en bâtons

- Représente la **répartition des données**.
- La **hauteur** de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

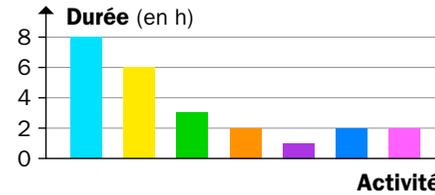


Diagramme circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **360°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

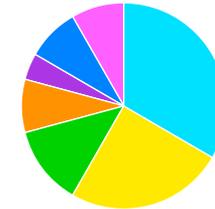


Diagramme semi-circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **180°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

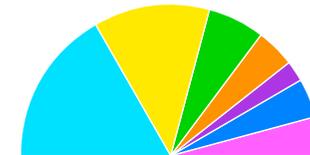


Diagramme en bandes

La **longueur** de chaque bande est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour



Tableau de valeurs

Diagrammes

ORGANISER DES DONNÉES

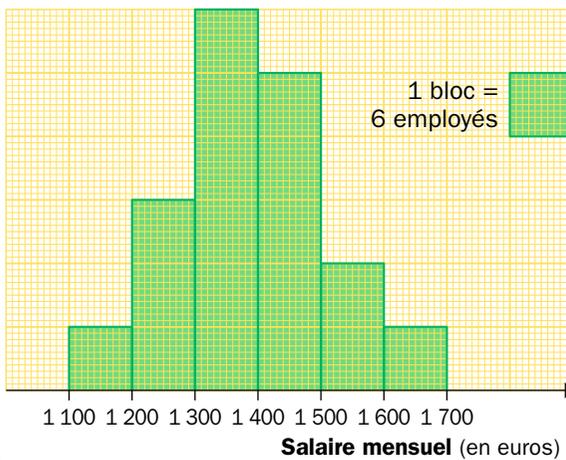
Graphique

Histogramme

- Un histogramme représente la **répartition de données** regroupées en **classes**.
- L'**aire** de chaque rectangle est **proportionnelle** à l'effectif de la **classe**.

Exemple

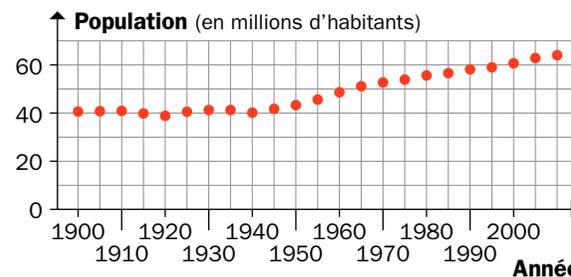
Répartition des salaires dans une entreprise



Un graphique représente l'**évolution d'une donnée** en fonction d'une autre.

Exemple

Démographie en France entre 1900 et 2010



Exemple 1

Nom de la ferme	Nombre moyen de litres de lait produits par jour
Beauséjour	42
Le Verger	75
La Fourragère	36
Petit pas	75
La Chausse Pierre	55
Le Palet	58
Plan Fichu	25
Le Cugnon	34
Bellastat	82
Les Liaudes	52

D'après Brevet 2015

Exemple 2

Les ingénieurs de l'Office national des forêts ont mesuré le diamètre de chaque arbre d'une forêt. Les mesures sont répertoriées ci-dessous.

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3

D'après Brevet 2015

- L'**effectif**, c'est le **nombre**.
- L'**effectif total** est le **nombre total** de valeurs de la série.

Exemple 1

Effectif total : 10 fermes.

Exemple 2

Effectif pour un diamètre de 50 cm : 10 arbres.

Effectif total : 91 arbres.

Exemples de données

Effectif

Fréquence

Fréquence = $\frac{\text{effectif d'une valeur}}{\text{effectif total}}$

- Fréquence < 1
- On peut l'exprimer en pourcentage.

Exemple 2

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Total
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3	91
Fréquence*	0,02	0,04	0,09	0,10	0,11	0,13	0,15	0,16	0,11	0,04	0,03	1
Fréquence** (en %)	2	4	9	10	11	13	15	16	11	4	3	100

* Arrondi au centième. ** Arrondi à l'unité.

Étendue

Étendue = valeur maximale – valeur minimale

Exemple 1 : Étendue = 82 – 25 = 57 L

Exemple 2 : Étendue = 80 – 30 = 50 cm

Moyenne

Moyenne = $\frac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}$

Lorsque les valeurs ont des effectifs différents, on calcule la moyenne pondérée qui tient compte de ces effectifs.

Exemple 1

$$\text{Moyenne} = \frac{42 + 75 + 36 + 75 + 55 + 58 + 25 + 34 + 82 + 52}{10} = 53,4 \text{ L}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned} \text{Moyenne} &= \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + 40 \times 8 + \dots + 70 \times 10 + 75 \times 4 + 80 \times 3}{2 + 4 + 8 + \dots + 10 + 4 + 3} \\ &= \frac{5\,140}{91} \approx 56,48 \text{ cm} \end{aligned}$$

Médiane

- La **médiane** est un nombre qui **partage la série en deux** séries de même effectif.
- Ne pas confondre avec la moyenne.
- Pour déterminer la médiane, il faut **ranger les données** dans l'ordre croissant.

Exemple 1

$$25 \leq 34 \leq 36 \leq 42 \leq 52 \leq 55 \leq 58 \leq 75 \leq 75 \leq 82$$

5 valeurs médiane : **53,5 L** 5 valeurs

$$\frac{52 + 55}{2}$$

Exemple 2

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3
Rang	de 1 à 2	de 3 à 6	de 7 à 14	de 15 à 23	de 24 à 33	de 34 à 45	de 46 à 59	de 60 à 74	de 75 à 84	de 85 à 88	de 89 à 91

médiane : **60**
C'est la 46^e valeur.
45 valeurs de chaque côté

PROBABILITÉS

- **Expérience aléatoire** : expérience liée au hasard.
- **Issue** : résultat possible.
- **Évènement** : peut être réalisé ou non.
- **Probabilité** : calcul de la chance qu'un évènement se produise.

- Un **évènement certain** se produit dans tous les cas.
- Un **évènement impossible** ne se produit jamais.
- Deux **évènements incompatibles** ne peuvent se produire en même temps.
- Deux **évènements** sont **contraires** s'il se produit forcément l'un ou l'autre.

Vocabulaire

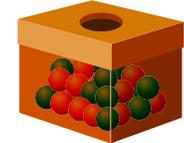
- On lance un **dé** à six faces.



- On tire à **pile ou face**.



- On tire une bille dans une **urne** opaque.



Exemples

Propriétés

- $0 \leq \text{probabilité} \leq 1$.
- Probabilité d'un **évènement certain** : 1.
- Probabilité d'un **évènement impossible** : 0.
- Somme des probabilités de deux **évènements contraires** : 1.
- Situation d'**équiprobabilité** :

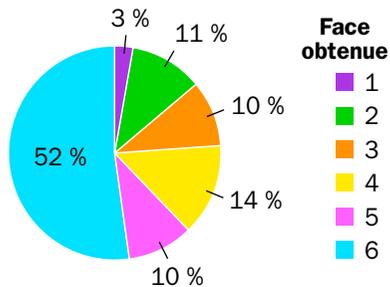
$$\text{probabilité} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Fréquence

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la **probabilité d'un évènement** correspond à la **fréquence** d'apparition de cet évènement.

Exemple

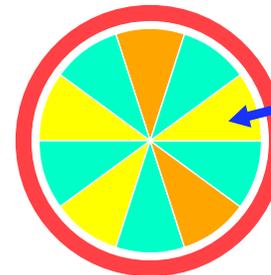
On lance 1 000 fois un dé truqué et on note la fréquence d'apparition de chaque face.



- Probabilité d'obtenir 1 : 3 %
- Probabilité d'obtenir 2 : 11 %
- ...
- Probabilité d'obtenir 6 : 52 %

Arbre

Roue de la chance



Arbre de probabilités correspondant

