

# Formulaires

## 1. Quotients:

$a, b, c$  et  $d$  des réels non nuls

$\diamond \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$	$\diamond \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\diamond \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$	$\diamond \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$
$\diamond \frac{\frac{a}{c}}{d} = a \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{c}$	$\diamond \frac{\frac{a}{b}}{c} \neq \frac{a}{\frac{b}{c}}$	$\diamond \frac{1}{\frac{a}{b}} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$	

## 2. Puissances :

$a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$  et  $p \in \mathbb{Z}$

$\diamond a^0 = 1$	$\diamond (a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\diamond (a^n)^p = a^{n \times p}$	$\diamond a^n \times a^p = a^{n+p}$
$\diamond \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$	$\diamond \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\diamond \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$\diamond \frac{1}{a^n} = a^{-n}$
$\diamond (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$	$\diamond (-a)^{2n} = a^{2n}$	$\diamond (-a)^p = \begin{cases} a^p & \text{si } p \text{ est pair} \\ -a^p & \text{si } p \text{ est impair} \end{cases}$	

## 3. Les radicaux :

Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$ $\sqrt{x^2} =  x  = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$	Pour tout réel $x \in \mathbb{R}_+$ $\sqrt{x^2} =  x  = x$
Pour tout réel $x \in \mathbb{R}_+, y \in \mathbb{R}_+$ $\sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	Pour tous réels $x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_+^*$ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
Pour tout réel $x \in \mathbb{R}_+, y \in \mathbb{R}_+$ $\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$	Pour tout réel $x \in \mathbb{R}_+^*$ $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$

## 4. Produits remarquables :

Pour tous réels  $a$  et  $b$ , on a :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
-----------------------------	-----------------------------	--------------------------

## 5. Valeur absolue :

$\diamond$ Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$ $ x  = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$	$\diamond  x  =  -x $
$\diamond  x-y  =  y-x $	$\diamond  xy  =  x  y $
$\diamond$ Pour tous $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}^*$ $\left \frac{x}{y}\right  = \frac{ x }{ y }$	$\diamond  x+y  \neq  x  +  y $

## 6. Comparaison de réels- Encadrement:

$\forall a \in \mathbb{R} \text{ et } b \in \mathbb{R}$ $a \leq b$ équivaut à $a - b \leq 0$	$\forall a \in \mathbb{R} \text{ et } b \in \mathbb{R}$ $a \geq b$ équivaut à $a - b \geq 0$
$\forall a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ et } c \in \mathbb{R}$ $a \leq b$ équivaut à $a + c \leq b + c$	$\forall$ Si $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$ <b>alors</b> $a + c \leq x + y \leq b + d$
Soit $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}_+$ et $d \in \mathbb{R}_-$ $\forall$ Si $a \leq b$ <b>alors</b> $ac \leq bc$ $\forall$ Si $a \leq b$ <b>alors</b> $ad \geq bd$	Soit $a$ et $b$ deux réels non nuls et de même signe $\forall$ Si $a \leq b$ <b>alors</b> $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ $\forall$ Si $a \leq x \leq b$ <b>alors</b> $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{1}{b}$
$x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_+$ $\forall$ Si $x \leq y$ <b>alors</b> $x^2 \leq y^2$	$x \in \mathbb{R}_-$ et $y \in \mathbb{R}_-$ $\forall$ Si $x \leq y$ <b>alors</b> $x^2 \geq y^2$
Soit $a, b, c$ et $d$ quatre réels positifs $\forall$ Si $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$ <b>alors</b> $ac \leq xy \leq bd$	Soit $a$ et $b$ deux réels de même signe $\forall$ Si $a \leq x \leq b$ et $c \in \mathbb{R}_+^*$ <b>alors</b> $ac \leq xc \leq bc$ $\forall$ Si $a \leq x \leq b$ et $c \in \mathbb{R}_-^*$ <b>alors</b> $ac \geq xc \geq bc$
$x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_+$ $\forall$ Si $x \leq y$ <b>alors</b> $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$	

## 7. Symboles et notations

=	est égal à	≠	est différent de
≥	est supérieur ou égal à	≤	est inférieur ou égal à
>	est strictement supérieur à	<	est strictement inférieur à
∈	appartient à	∉	n'appartient pas à
a <sup>2</sup>	a au carré	a <sup>3</sup>	a au cube
a <sup>p</sup>	a puissance p	a ∈ ℝ <sub>+</sub> ; √a	racine carrée de a
10 <sup>p</sup>	10 puissance p	p %	p pour cent

## 8. Intervalles de réels :

### a) Intervalle limité :

<i>L'ensembles des nombres réels x</i>	<i>Intervalle limité</i>	
$I = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	$I = [a, b]$	<i>intervalle fermé d'extrémités a et b</i>
$J = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	$J = [a, b[$	<i>intervalle semi ouvert à droite ou semi fermé à gauche d'extrémités a et b</i>
$k = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	$K = ]a, b]$	<i>intervalle semi fermé à droite ou semi ouvert à gauche d'extrémités a et b</i>
$L = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	$L = ]a, b[$	<i>intervalle ouvert d'extrémités a et b</i>

### b) Intervalle illimité :

<i>L'ensembles des nombres réels x</i>	<i>Intervalle illimité</i>	
$I = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	$I = ]-\infty, b]$	<i>intervalle fermé illimité à gauche d'extrémité b</i>
$J = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x\}$	$J = [a, +\infty[$	<i>intervalle fermé illimité à droite d'extrémité a</i>
$K = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	$k = ]-\infty, b[$	<i>intervalle ouvert illimité à gauche d'extrémité b</i>
$L = \{x \in \mathbb{R} / a < x\}$	$L = ]a, +\infty[$	<i>intervalle ouvert illimité à droite d'extrémité a</i>

❖  $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$  ;  $\mathbb{R}_- = ]-\infty, 0]$  et illimités sont des intervalles  $\mathbb{R} = ]-\infty, +\infty[$

### c) Intervalles et valeur absolue:

$a \in \mathbb{R}_+$

❖ $ x  \leq a$ signifie $x \in [-a, a]$ signifie $-a \leq x \leq a$
❖ $ x  \geq a$ signifie $a \leq x$ ou $x \leq -a$ signifie $x \in ]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$
❖ $ x  < a$ signifie $-a < x < a$ signifie $x \in ]-a, a[$
❖ $ x  > a$ signifie $a < x$ ou $x \in ]-\infty, -a[ \cup ]a, +\infty[$ signifie $x < -a$

