

Chap 7 : La démonstration en géométrie

Les principales propriétés à connaître :

Droites :

Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

Si A, B et C sont trois points tel que (AB) et (AC) sont parallèles alors A, B et C sont alignés.

Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Cercles :

Si un point M est sur un cercle de centre O et de rayon r alors $OM = r$.

Si un triangle est rectangle alors le milieu de l'hypothénuse est le centre du cercle circonscrit (c'est à dire que la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypothénuse).

Si un point M est sur le cercle de diamètre [AB] alors (MA) est perpendiculaire à (MB).

Médiatrice :

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Si une droite est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB], alors c'est la médiatrice de [AB].

Si une droite est la médiatrice d'un segment [AB], alors elle est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB].

Si une droite contient deux points équidistants de A et B alors c'est la médiatrice de [AB].

Parallélogramme :

Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales ont le même milieu.

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux.

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés de même longueur et parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Losange :

Si un quadrilatère a 4 côtés égaux alors c'est un losange.

Si un quadrilatère est un losange alors il a 4 côtés de même longueur.

Si un quadrilatère a des diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu alors c'est un losange.

Si un quadrilatère est un losange, alors il a des diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu.

Rectangle :

Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.

Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a quatre angles droits.

Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui ont le même milieu alors c'est un rectangle.

Si un quadrilatère est un rectangle alors il a des diagonales de même longueur et qui ont le même milieu.

Carré :

Si un quadrilatère a 4 côtés de même longueur et un angle droit alors c'est un carré.

Si un quadrilatère est un carré, alors il a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur.

Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur perpendiculaires et qui ont même milieu, alors c'est un carré.

Si un quadrilatère est un carré, alors il a les diagonales de même longueur perpendiculaires et qui ont même milieu.

Triangle :

Dans un triangle, la longueur d'un côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Si dans un triangle une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un 2^{ème} côté, alors elle coupe le 3^{ème} en son milieu.

Si dans un triangle ABC une droite passe par les milieux M et N de 2 côtés [AB] et [AC], alors elle est parallèle au 3^{ème} [BC], de plus $MN = 1/2 BC$ (*théorème de la droite des milieux*).

Si un triangle est rectangle alors la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse (*théorème de Pythagore*).

Si dans un triangle ABC on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors le triangle est rectangle en A.

Théorème de Thalès et sa réciproque.

Angle :

Dans un triangle la somme des angles est égale à 180° .

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils sont égaux.

Si deux angles sont alternes-internes formés à partir de droites parallèles alors ils sont égaux.

Si deux angles sont correspondants formés à partir de droites parallèles, alors ils sont égaux.

Si un triangle ABC est isocèle en A , alors l'angle B est égal à l'angle C.

Si un triangle est équilatéral, alors il a 3 angles égaux à 60° .

Si $\widehat{BAC} = 180^\circ$ alors A, B et C sont alignés.

Si un triangle a 2 angles égaux alors il est isocèle.

Si un triangle a 3 angles égaux alors il est équilatéral.

Angles et cercle :

Si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est double de celle de l'angle inscrit.

Si deux angles inscrits interceptent le même arc alors ils sont égaux.

Symétrie :

Si 2 segments sont symétriques par rapport à un axe ou à un point alors ils sont de même longueur.

Si 2 angles sont symétriques alors ils sont égaux.