DOC 7 Résolution de problèmes numériques : approche issue de la pratique de classe

Je vous propose ici un survol de la question en 6 épisodes :

Episode 1 : des difficultés liées à la compréhension du langage ? Avant d'entrer dans les questions purement mathématiques il faut d'abord mesurer l'impact de la non compréhension du langage.

- de faire (selon le cas) reformuler oralement, paraphraser, dire autrement, schématiser, modéliser. Attention à la différence entre schématiser (un dessin qui représente une réalité unique simplifiée) et modéliser (ce modèle pouvant être transféré à des situations analogues). S'en remettre, surtout en CE, mais même en CM, à une lecture personnelle silencieuse est aléatoire. Certains vont se fourvoyer et n'entreront pas dans les mathématiques : le langage écrit les aura bloqués.
- de ne passer à la résolution du problème que lorsque cette première phase aura engendré *suffisamment d'images mentales favorables à l'appropriation de la situation*.

C'est donc plus long… eh bien on en fera moins : mieux vaut moins mais bien que beaucoup mais qui sera passé par-dessus la tête de la plupart des enfants. Le langage est compris ? Le verbal a été transformé en images mentales ? En avant !

Episode 2 : les maths, c'est de la magie ou ça parle de la réalité ?

Une petite phase semble s'imposer ici : émettre des hypothèses sur le résultat. Non, maman n'a pas 85 ans de plus que papa. Deux voies : demander un ordre de grandeur du résultat ou donner à choisir entre quelques ordres de grandeur (car il faut éviter que Toto-le-surdoué-en-maths ne clame le résultat). En tout cas, il ne s'agit pas d'effectuer un calcul approché mais seulement de donner une fourchette de vraisemblance. Ce point est réaffirmé dans les programmes 2016.

Episode 3 : choisir la bonne opération : est-ce un jeu de hasard ?

Nous l'observons bien souvent : il faut faire plaisir à la maîtresse, et on fait des maths ; maths = opérations ; opérations = 2 nombres. Je mets + entre les deux (cas 1) ; je mets au hasard un signe, pas toujours le même (cas 2), éventuellement le même que mon voisin, ça rassure.

On dit donc que les enfants n'ont pas acquis le *sens des opérations*. Je ne suis pas sûr d'avoir bien compris moi-même le sens des opérations, c'est-à-dire en donner une définition rationnelle. J'ai lu Vergnaud comme certains lisent Freud ou Kant (et n'en retiennent goutte) ; n'empêche qu'il n'est pas rare que deux opérations différentes amènent au même résultat (et pas toujours procédure experte vs procédure archaïque). Bref, on tourne autour du pot…

Empiriquement j'en suis donc venu à la construction progressive de **problèmes référents**. De 3 ou 4 en second semestre du CP à une petite quinzaine en CM, ce sont des énoncés courts (affiches murales format A3) modélisant des situations rencontrées au cours des années mais avec des valeurs numériques maniables mentalement, qui suivent les enfants au fil des ans, reçoivent une lettre pour les nommer et voient les opérations figurer de façon explicite.

Lorsque par exemple un enfant choisit l'addition réitérée plutôt que la multiplication, on peut lui demander de chercher sur l'affiche dédiée s'il n'y a pas plus adapté. Lorsqu'il reste muet, on peut lui proposer de trouver une analogie entre la situation et les problème référents A, C et F. Attention ! Comme tout étayage il faut songer au désétayage, c'est-à-dire ici le retrait progressif de ces supports. Je n'abuse pas non plus de ces référents, mais les convoque régulièrement.

Une des fondations théoriques de ce qui n'est, comme déjà dit, qu'une approche empirique, non évaluée mais validée "au jugé" au fil des ans est la préférence marquée des enfants pour les apprentissages par analogie. Très largement employée pour l'acquisition du langage oral, cette voie domine dans les apprentissages liés à l'écrit…

Les concepts développés par E. Sander, de Paris 8, dans la vidéo 16 de la conférence de consensus apportent un écho particulier à cette pratique, théorisant entre autres "congruence sémantique" (soit plus ou moins recherche de situations analogiques) et "recodage sémantique" (processus par lequel l'enfant s'approprie une situation en la transformant pour qu'elle ressemble à quelque chose qu'il connaît).

Episode 4 : oui mais ; n'est-il pas possible de donner corps à ce qu'on pourrait appeler le "concept de soustraction" par exemple ?

Bref, d'extraire la "substance" de chaque opération et de relier cette substance à une image mentale ? Trois pistes :

- Manipuler avec des jetons sur quelques séances explicites (l'apprentissage explicite est largement popularisé en Amérique du Nord, Rosenshine aux US, C. Gauthier au Québec ; récemment repris à son compte par notre Ministère dans le cadre de la relance de l'éducation prioritaire, voir http://www.formapex.com/les-principes-de-base). Chaque opération est explicitement jouée, si possible avec une mise en commun vidéoprojetée.
- Ne pas hésiter, toujours dans une perspective explicite, à travailler sur les propriétés des opérations : commutativité de l'addition mais pas de la soustraction par exemple.
- Employer enfin sur qqs séances l'ensemble de modélisations structurantes que je vous fournis ; exemple ici : http://ekladata.com/ce1.eklablog.fr/perso/probleme1/index.html . C'est un essai personnel faisant à dessein le choix initial du non-verbal et de l'entrée progressive dans le verbal.

On peut ici se rapprocher de ce qui est développé dans la vidéo citée au précédent paragraphe et que l'auteur nomme les "analogies naïves" de chaque opération : chaque enfant se construit un modèle mental qui n'est pas sans intérêt mais dont les limites doivent être peu à peu repoussées.

Episode 5 : bon alors on a tout bon ?? Eh non ! Certains résistent… Que leur manque-t-il ? Le nombre !

Il semble que la résolution de problème ne soit accessible qu'à condition d'avoir une maîtrise minimale du système de numération. Qu'à condition que le nombre représenté par des "mots-nombres" comme dit Baruk, signifie quelque chose. Or certains de nos élèves sont en dehors de toute appropriation. Sans entrer dans trop de détails, il y a deux moments importants, deux sauts cognitifs qui peuvent durablement éloigner l'enfant de l'appropriation du nombre :

- Au 1/3 du CP, au moment où on passe du travail sur les décompositions de nombres < à 10 à celui ou on groupe par 10 et où on casse les dizaines. Se crée souvent ici (Cf. document "le nombre au CP") un décrochage lié entre autres à l'introduction trop rapide de mots-nombres non signifiants : on ne dit pas "quarante-cinq" en janvier du CP (si certains enfants le disent on ne le refuse pas, bien sûr) mais on dit 4 paquets/groupes/boites de 10 et 5 pions/jetons/unités (les termes sont au choix mais une fois choisis il sont stables). Le travail sur les décompositions et recompositions est le fondement de la compréhension du système de numération.
- L'autre moment où ça décroche est celui, en CM1, où on amène décimaux et fractions (cf. document ci-dessus). On le sait, passer de sa compréhension des entiers à une appropriation des fractions et des décimaux suppose de déconstruire un système que l'on ne maîtrise pas encore et d'en reconstruire un autre assez complexe intrinsèquement. Le comportement de ces nombres nouveaux, leurs propriétés diffèrent sensiblement de ce qui était tenu pour vrai jusque-là. En classe de troisième, bien peu factorisent car les relations internes aux nombres, en particulier fractionnaires, ne sont pas assimilées. Donc – et c'est peut-être là une justification de l'intégration de la résolution de problèmes dans chaque sous-domaine – c'est aussi par le travail en numération que l'on progresse en résolution.

Episode 6 : **la question des problèmes à plusieurs étapes au cycle 3**.

On sait ici que les étapes non explicites, les cheminements cachés causent bien des difficultés. On peut proposer de réfléchir ensemble aux étapes (que faut-il trouver d'abord ? et ensuite ?...). Ce n'est qu'une fois ces étapes bien structurées que l'on se lancera dans le processus de résolution. Les programmes 2016 sont à cet égard très clairs ; ils n'empêchent pas les problèmes à plusieurs étapes mais en régulent l'usage : *(...)"le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves : selon les cas, à tous les niveaux du cycle 3, on passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes* ***indiquées dans l'énoncé*** *à des problèmes,* ***en 6e,*** *nécessitant l'organisation de données multiples ou la* ***construction d'une démarche."***