

Relations dans l'espace.

PAUL MILAN

Professeurs des écoles le 29 septembre 2009

Table des matières

1	Le plan	2
1.1	Définition	2
2	Positions relatives éléments de l'espace	2
2.1	Relation entre deux droites	2
2.2	Relation entre une droite et un plan	3
2.3	Relations entre deux plans	3

1 Le plan

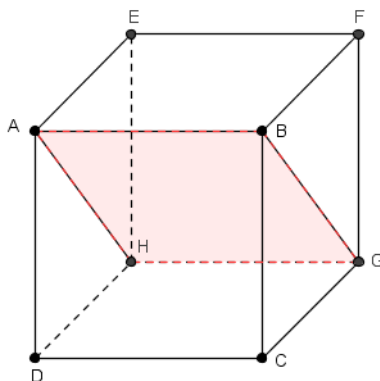
1.1 Définition

Définition 1 Un plan est défini par :

- 1) Trois points non alignés A, B, C . Ce plan est alors noté (ABC) .
- 2) Deux droites sécantes (D_1) et (D_2) . Ce plan (P) est alors engendré par ces deux droites.

Au lieu de désigner un plan par trois points, on désigne parfois ce plan par une face d'un polyèdre.

Exemple : Dans le cube $ABCDEFGH$. On définit alors le plan (ABG)



2 Positions relatives éléments de l'espace

2.1 Relation entre deux droites

Définition 2 Deux droites contenues dans un même plan sont dites coplanaires

Exemple : Dans le cube ci-dessus les droites (AB) et (EF) sont coplanaires. Par contre (AB) et (FG) ne sont pas coplanaires.

Dans l'espace, deux droites peuvent être :

- 1) **Confondues** : si $d_1 = d_2$
- 2) **Sécantes** : si d_1 et d_2 ont un point commun. Deux droites sécantes sont nécessairement coplanaires.
- 3) **Parallèles** : si d_1 et d_2 sont coplanaires et non sécantes.
Transitivité : si $d_1 // d_2$ et si $d_2 // d_3$ alors $d_1 // d_3$.
Sur notre cube, on peut dire que : $(AD) // (BC)$ et $(BC) // (FG)$ car les faces $ABCD$ et $BCGF$ sont des carrés, donc $(AD) // (FG)$
- 4) **Perpendiculaires** : si les droites d_1 et d_2 sont sécantes à angle droit.
- 5) **Orthogonales** : d_1 est orthogonale à d_2 s'il existe une droite d'_1 parallèle à d_1 qui est perpendiculaire à d_2 .
dans notre cube : (AB) est orthogonale à (FG) , car $(EF) // (AB)$ et (EF) est perpendiculaire à (FG) .
- 6) **Quelconques**.

2.2 Relation entre une droite et un plan

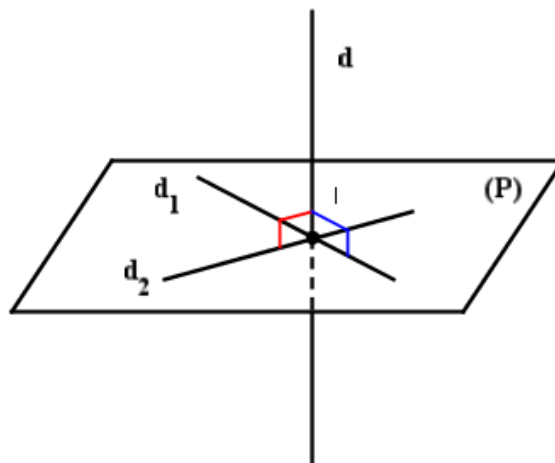
Un droite peut être :

- 1) **Contenue dans un plan** : (BC) est contenue dans le plan (BFG)
- 2) **Sécante à un plan** : si la droite d coupe le plan (P) en un point.
- 3) **Orthogonale à un plan** : si la droite d , sécante en I au plan (P) , est perpendiculaires à toutes droites de (P) passant par I . (AD) est orthogonale à (DCG) .

Dans notre cube

- 4) **Parallèle à un plan** : si la droite d et le plan (P) n'ont aucun point commun. Dans notre cube : (AB) est parallèle à (EFG) .

Théorème 1 Une droite d est orthogonale à (P) en I si et seulement si deux droites de (P) passant par I sont perpendiculaires à d .



2.3 Relations entre deux plans

Deux plans peuvent être :

- 1) Sécants : si les deux plans se coupent en une droite
- 2) Perpendiculaires : Un plan est perpendiculaire à un autre, s'il contient une droite perpendiculaire au second plan.
- 3) Parallèles : si les deux plans n'ont aucun points commun.

Remarques :

Il faut se méfier de la notion de plans perpendiculaires. Par exemple :

- ❖ Deux plans perpendiculaires peuvent contenir des droites parallèles.
- ❖ Deux plans perpendiculaires à un troisième ne sont pas forcément parallèles (voir les faces du cube $ABCD$, $ABFE$ et $BCGF$).
- ❖ Deux plan orthogonaux à une même droite sont parallèles entre eux

Par contre :

- ❖ Si deux plans sont perpendiculaires, un plan parallèle à l'un est perpendiculaire à l'autre
- ❖ Si deux plans sont parallèles, un plan perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.