Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Antilles-Guyane Polynésie juin 2016

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

Un exploitant s'approvisionne en poussins chez un accouveur, personne qui fait éclore des au moyen de couveuses artificielles. Dès l'éclosion, l'accouveur vaccine les poussins contre les maladies. Il n'existe pour cette exploitation que deux formes de pratiques de vaccinations : par injection ou par l'eau de boisson. On a constaté que :

- 30 % des poussins ont été vaccinés par l'eau de boisson ;
- 12 % de poussins vaccinés par injection ont été malades.

On choisit un poussin au hasard. On considère les évènements suivants :

B : « Le poussin a été vacciné par l'eau de boisson »

I : « Le poussin a été vacciné par injection »

M : « Le poussin a été malade »

1. Traduire la situation par un arbre de probabilité (certaines branches resteront incomplètes).
2. Déterminer la probabilité que le poussin n'ait pas été malade sachant qu'il a été vacciné par injection.
3. Traduire par une phrase l'évènement $\text{I} \cap \overline{\text{M}}$ et justifier que $P(\text{I} \cap \overline{\text{M}}) = 0,616$.
4. On a constaté aussi que 90 % des poussins n'ont pas été malades.
   a. Justifier que $P\left(\text{B} \cap \overline{\text{M}}\right) = 0,284$.
   b. En déduire que $P_{\text{B}}\left(\overline{\text{M}}\right) = 0,947$ à 10^{-3} près.
5. Quelle semble être la meilleure vaccination pour cette exploitation ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples, donné en **ANNEXE A (à rendre avec la copie)**.
Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point.
Entourer, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

EXERCICE 3 **5 points**

En 2015, l'exploitant a produit 16 tonnes de maïs. Il augmente sa production de 3 % par an à partir de 2015 dans le but de devenir autonome pour nourrir ses poulets.
On note u_n la masse, en tonnes, de maïs produite l'année $2015 + n$.

1. Donner la valeur de u_0 et calculer u_1.
2. Justifier que $u_{n+1} = 1,03u_n$.
3. Pour nourrir tous ses poulets, il lui faut produire une quantité de maïs de 21 tonnes.
   a. Compléter l'algorithme donné en **annexe B (à rendre avec la copie)** permettant de déterminer à partir de quelle année sa production personnelle sera supérieure à 21.

   b. Déterminer, par la méthode de votre choix, la valeur affichée par l'algorithme.

4. Déterminer la quantité totale, à la tonne près, de maïs produite de 2015 à 2025 par cet exploitant.

   Expliquer votre démarche.

EXERCICE 4 **6 points**

Dans cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près si nécessaire.

Début 2015, l'exploitant fait mesurer la masse de matière organique, en kg pour 100 kg de terre, présente dans la terre d'une de ses parcelles de maïs.
Pour pouvoir augmenter sa production de maïs, il décide d'enrichir sa terre. La masse de matière organique présente dans la terre est alors modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$f(t) = 4 - \frac{4}{1 + \text{e}^{0,15t}}$$

exprimée en kg pour 100 kg de terre, où t est le temps écoulé, exprimé en années, à partir du jour où la mesure a été réalisée. Début 2015 correspond à $t = 0$.

1. Calculer le résultat de la mesure effectuée début 2015.
2. On veut estimer l'évolution de cet enrichissement.
   a. Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   b. Montrer que $f'(t) = \dfrac{0,6\text{e}^{0,15t}}{\left(1 + \text{e}^{0,15t}\right)^2}$.

   c. Justifier que la fonction f est croissante sur $[0~;~+\infty[$.

   d. Interpréter les résultats obtenus en **2.a.** et en **2.c.** dans le contexte de cet exercice.

On donne en **annexe B** la portion de la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[5~;15]$.

3. Compléter en **annexe B (à rendre avec la copie)** le tracé de la courbe sur l'intervalle $[0~;20]$.
4. On désigne par Q_m la masse moyenne de matière organique présente dans la terre entre la 5$^{\text{e}}$ et la 10$^{\text{e}}$ année.

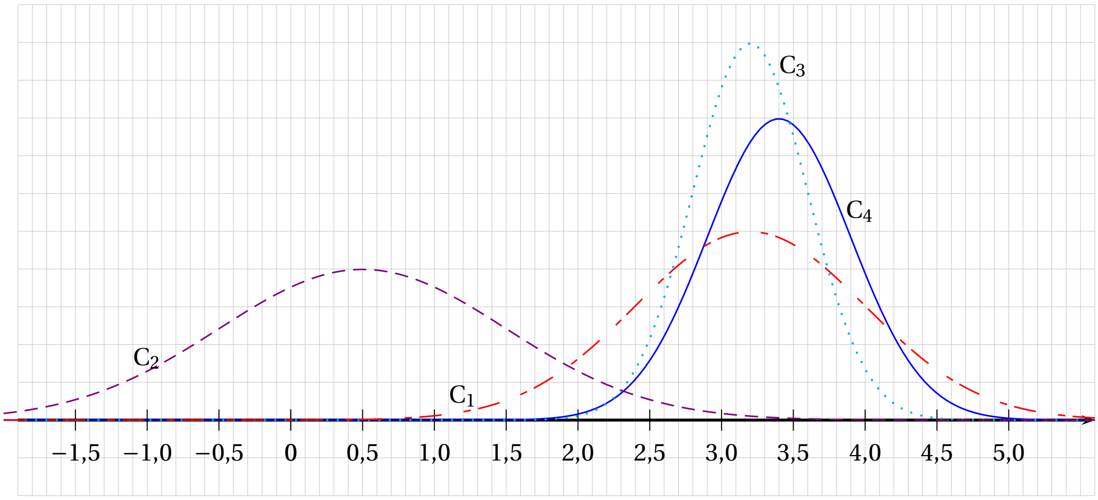
   On admet que $\text{Q}_m = \dfrac{1}{5}\displaystyle\int_5^{10} f(t)\,\text{d}t$.

   Donner une valeur approchée de Q_m arrondie au dixième. Expliquer votre démarche.

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 2

Les quatre courbes représentées ci-dessous sont des courbes de GAUSS associées à des variables aléatoires distribuées suivant une loi normale.



On note X la variable aléatoire qui, à chaque grain de maïs (d'une certaine variété), associe sa masse en gramme. La variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $\mu = 3,4$ et d'écart-type $\sigma = 0,5$.

1. La courbe de GAUSS associée à la variable aléatoire X est

C_1 C_2 C_3 C_4

2. On prélève au hasard un grain de maïs. La probabilité d'avoir prélevé un grain de maïs dont la masse est comprise entre 2,4 et 3,4 grammes est à 10^{-2} près

$0,48$ $0,5$ $0,95$ 1

3. On prélève au hasard un grain de maïs. Un grain de maïs est commercialisable quand sa masse est supérieure à 2,4 grammes.

La probabilité d'avoir prélevé un grain de maïs commercialisable est à 10^{-2} près

$0,03$ $0,5$ $0,95$ $0,98$

C_1 est associée à une variable aléatoire suivant la loi normale $N(\mu_1 ; \sigma_1)$ et C_3 est associée à une variable aléatoire suivant la loi normale $N(\mu_3 ; \sigma_3)$.

4. On peut dire que :

$\mu_1 < \mu_3$ $\mu_3 < \mu_1$ $\sigma_1 < \sigma_3$ $\sigma_3 < \sigma_1$

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 3 question 3.b.

Variables :
U réel
N entier naturel
Initialisation :
Affecter à N la valeur 0
Affecter à U la valeur ....
Traitement :
Tant que ....
U prend la valeur ....
N prend la valeur ....
Fin du Tant que
Sortie :
Afficher ....

EXERCICE 4 question 3