

أولمبياد الرياضيات

2007 / 11 / 24

التمرين الأول :

$$(1) \text{ بين أن } : \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{20}+4} - \frac{3\sqrt{5}}{2} = 1$$

$$(3) \text{ نعتبر العدد: } A = (\sqrt{6} + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})\sqrt{\sqrt{3} + 2} \text{ أحسب } A^2 \text{ واستنتج قيمة } A$$

التمرين الثاني :

a, b, c أعداد حقيقة غير منعدمة بحيث : $ab + ac + bc = 0$

$$\text{أحسب : } \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a}$$

التمرين الثالث :

a, b, c أعداد حقيقة غير منعدمة :

$$\frac{(2a^{-3}b^2)^5 \times (5^3 a^{-4}b^3)^{-2}}{(5^{-3}b^2a^{-1})^3 \times (2a^{-2}b^{-1})^2} = 1000 \text{ بين أن :}$$

التمرين الرابع :

$$(1) \text{ بين أن : } 3333^2 + 44444^2 = 55555^2$$

$$(2) \text{ أحسب : } T = 8387568370^2 - 8387568369 \times 8387568371$$

التمرين الخامس :

ABCD رباعي محدب بحيث : $\widehat{DAB} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ والزاوية \widehat{ADC} منفرجة

لتكن I و K منتصفى $[AC]$ و $[BD]$ على التوالي

بيان أن : $(IK) \perp (AC)$

التمرين السادس :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = 50$

ولتكن D نقطة من $[AB]$ بحيث : $AD = 20$

الموازي للستقيم (AC) المار من D يقطع $[BC]$ في E

أحسب AC و DE علمان مساحة شبه المنحرف ADEC تساوي 320

التمرين الأول

$$W = 2^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(-\frac{7}{5}\right)^0 \quad ; \quad (2) \text{ أحسب : } U = \frac{3}{2} \div \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$(3) \text{ نعتبر العدد : } G = \frac{147 \times 10^5 \times 16 \times 10^{-29}}{12 \times 10^{-8}}$$

(أ) بين أن : $G = 196 \times 10^{-16}$; (ب) اعط الكتابة العلمية للعدد G

التمرين الثاني

$$(1) \text{ نعتبر العدد } Q = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{125} - \sqrt{45}} \quad ; \quad \text{ بين أن} : Q = 2$$

$$(2) (أ) \text{ أنشرو بسط : } C = (\sqrt{7} + 2)^2 \quad ; \quad (ب) \text{ أحسب : } A = (\sqrt{7} - 2)\sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$$

$$(ج) \text{ اجعل مقام العدد } B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \quad ; \quad \text{ (د) بين أن} : B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \quad ; \quad \text{ (د) جدريا} : B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

التمرين الثالث

نعتبر التعبير $L = (3x-4)(2x-3) + (3x-4)(x+7)$

(1) (أ) عمل التعبير L ؛ (ب) أنشر التعبير L

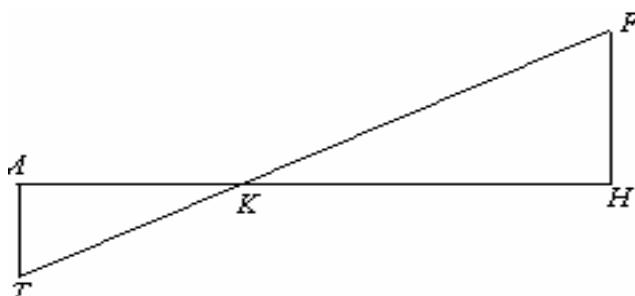
(2) أحسب قيمة التعبير L ، إذا كان : $x = (-\sqrt{2})$

التمرين الرابع

(1) و x و y عدادان حقيقيان بحيث : $2 \leq x \leq 5$ و $6 \leq y \leq 7$

أوجد تأطيرا لكل من الأعداد التالية : $\frac{x+y}{y-x}$ و $x+y$ و $y-x$ و $x-y$

(2) نعتبر العدد t بحيث : $11 \leq 3-4t \leq 15$ ؛ أوجد تأطيرا للعدد t



التمرين الخامس

أنظر الشكل حيث : $TM = \sqrt{6}$ و $TK = 3,5$ و $KH = 7,5$ و $KF = 10,5$ و $MK = 2,5$

(1) بين أن المثلث MTK قائم الزاوية

(2) أحسب : $\tan MTK$ و $\sin MTK$ و $\cos MTK$

(3) بين أن : $(MT) \parallel (HF)$

(4) أحسب : TH و HF

التمرين السادس

(1) قياس زاوية حيث : $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ، أحسب $\sin \alpha$ علمأن : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{8}$

(2) أحسب : $J = 3 \cos^2 37^\circ - \tan 68^\circ \times \tan 22^\circ + 3 \cos^2 53^\circ$

الاختبار الموحد المحلي
ل المستوى الثالث ثانوي إعدادي
مادة الرياضيات (دورة ينایر)

2008

2007

الأسدس الأول
مدة الانجاز:
ساعتان

سلم
التنقيط

ن
ن

ن
ن
ن
0,7
ن
0,2

أ) أحسب : $G = 168 \times 10^{-15}$ ؟ ب) اعط الكتابة العلمية للعدد G ؟

التمرين الأول

$$W = 2^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{7}{5}\right)^0 ; \quad U = \frac{5}{3} \times 2 - \frac{5}{3} \div \frac{3}{2} \quad (1) \quad \text{أحسب} :$$

$$G = \frac{294 \times 10000 \times 16 \times (10^{-11})^2}{28 \times 0,001} \quad (3) \quad \text{نعتبر العدد} :$$

التمرين الثاني

$$A = (\sqrt{7} - 2) \sqrt{11 + 4\sqrt{7}} ; \quad (2) \quad \text{أ) أنسرو بسط} : C = (\sqrt{7} + 2)^2 ; \quad \text{ب) أحسب} :$$

$$D = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} ; \quad B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \quad \text{ج) أجعل مقام كل من العددين جديدا}$$

التمرين الثالث

نعتبر التعبير $L = (3x-4)(2x-3) + (3x-4)(x+7)$

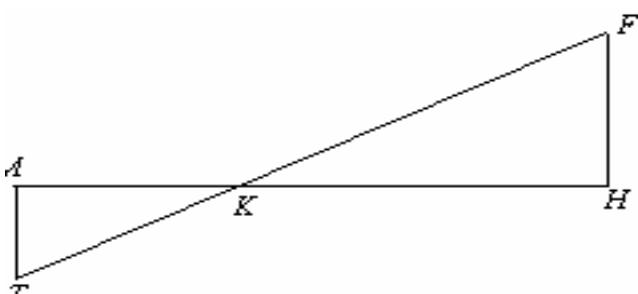
- (1) عمل التعبير L ؟ (2) أنشر التعبير L ، إذا كان : $x = (-1)$ و إذا كان : $x = \sqrt{2}$ (3) عمل التعبير $N = L - 6x + 17$

التمرين الرابع

(1) أ) عددان حقيقيان بحيث : $5 \leq x \leq 8$ و $6 \leq y \leq 7$ و أوجد تأطيرا لك من الأعداد التالية :

$$\frac{2y-x}{x-2} \quad \text{و} \quad x-2 \quad \text{و} \quad 2y-x \quad \text{و} \quad 2$$

(2) نعتبر العدد t بحيث : $-19 \leq 3t-7 \leq -13$ ؛ أوجد تأطيرا للعدد t



التمرين الخامس

انظر الشكل حيث : $TM = \sqrt{6}$ و $TK = 3,5$ و $KH = 7,5$ و $MK = 2,5$ و $HF = 10,5$

- (1) بين أن المثلث MTK قائم الزاوية (2) أحسب : $\tan MTK$ و $\sin MTK$ و $\cos MTK$ (3) أ) بين أن : $(MT) \parallel (HF)$ (4) أحسب : TH و HF

(4) بين أن : S_{MFHT} ، حيث $S_{MFHT} = 20\sqrt{6}$ مساحة الرباعي المحدب

التمرين السادس

(1) قياس زاوية حيث : $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ، أحسب $\sin \alpha$ علمأن : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{8}$

(2) أحسب : $J = 3 \cos^2 37^\circ - \tan 68^\circ \times \tan 22^\circ + 3 \cos^2 53^\circ$

التصحيح

التمرين الأول

$$W = 2^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{7}{5}\right)^0 \quad (2) \quad \text{أحسب :}$$

$$W = \frac{1}{2^3} - \left(\frac{3}{2}\right)^1 + 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$W = \frac{1}{8} - \frac{3}{2} + 1$$

$$(1 \text{ ن}) \quad W = \frac{1}{8} - \frac{12}{8} + \frac{8}{8}$$

$$W = \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$U = \frac{5}{3} \times 2 - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} \quad (1) \quad \text{لنحسب :}$$

$$U = \frac{10}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} \quad \text{لدينا :}$$

$$U = \frac{10}{3} - \frac{10}{9}$$

$$(1 \text{ ن}) \quad U = \frac{30}{9} - \frac{10}{9}$$

$$U = \frac{20}{9}$$

$$(3) \quad \text{نعتبر العدد :} \quad G = \frac{294 \times 10000 \times 16 \times (10^{-11})^2}{28 \times 0,001}$$

$$G = 168 \times 10^{-18} \times 10^3 \quad (أ) \quad G = \frac{42 \times 4 \times 10^4 \times 10^{-22}}{10^{-3}} \quad \text{أي :} \quad G = \frac{7 \times 42 \times 10^4 \times 4 \times 4 \times 10^{-22}}{7 \times 4 \times 10^{-3}} \quad \text{إدن :} \quad G = 168 \times 10^{-15} \quad \text{لدينا :}$$

(0,75 ن)

$$\underline{\underline{G = 168 \times 10^{-15}}}$$

(0,25 ن)

$$\underline{\underline{G = 1,68 \times 10^{-13}}}$$

$$(2) \quad (أ) \quad \text{لنشر وتبسط :} \quad C = (\sqrt{7} + 2)^2$$

$$(1 \text{ ن}) \quad \text{لدينا :} \quad C = (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2$$

$$C = 7 + 4\sqrt{7} + 4$$

$$C = 11 + 4\sqrt{7}$$

$$(ب) \quad \text{لنحسب :} \quad A = (\sqrt{7} - 2)\sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$$

$$\sqrt{7} + 2 > 0 \quad (و) \quad A = (\sqrt{7} - 2)\sqrt{(\sqrt{7} + 2)^2} \quad \text{لدينا :}$$

$$A = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2) \quad \text{فان :}$$

$$A = (\sqrt{7})^2 - 2^2$$

$$A = 7 - 4$$

$$(1 \text{ ن}) \quad \underline{\underline{A = 3}}$$

$$(1) \quad \text{بسط العدد :} \quad E = 2\sqrt{63} - \sqrt{700} + \sqrt{175}$$

$$\text{لدينا :} \quad E = 2\sqrt{3^2 \times 7} - \sqrt{10^2 \times 7} + \sqrt{5^2 \times 7}$$

$$E = 2 \times 3\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$$

$$E = (6 - 10 + 5)\sqrt{7}$$

$$\underline{\underline{E = \sqrt{7}}}$$

(1,5 ن)

$$\text{لجعل مقام العدد} \quad D = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \quad \text{جدريا}$$

$$D = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3 \times (\sqrt{2})^2} \quad \text{لدينا :}$$

$$D = \frac{2 \times \sqrt{6}}{3 \times 2}$$

$$(1 \text{ ن}) \quad \underline{\underline{D = \frac{\sqrt{6}}{3}}}$$

$$(ج) \quad \text{لجعل مقام العدد} \quad B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \quad \text{جدريا}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} \quad \text{لدينا :}$$

$$B = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{7} + (\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$B = \frac{\sqrt{35} + 5}{7 - 5}$$

$$\underline{\underline{B = \frac{\sqrt{35} + 5}{2}}}$$

(1 ن)

نعتبر التعبير $L = (3x-4)(2x-3) + (3x-4)(x+7)$ **التمرين الثالث**

ب) لتنشر التعبير L
 $L = (3x-4)(3x+4)$
 $L = (3x)^2 - 4^2$
 $L = 9x^2 - 16$

(1) لنجعل التعبير L
 $L = (3x-4)(2x-3) + (3x-4)(x+7)$
 $L = (3x-4)((2x-3)+(x+7))$
 $L = (3x-4)(2x-3+x+7)$
 $L = (3x-4)(3x+4)$

ب) لنحسب قيمة التعبير L ، إذا كان : $x = -1$
 $L = 9 \times (-1)^2 - 16$
 $L = 9 \times 1 - 16$
 $L = 9 - 16$
 $L = -7$

(2) لنحسب قيمة التعبير L ، إذا كان : $x = \sqrt{2}$
 $L = 9(\sqrt{2})^2 - 16$
 $L = 9 \times 2 - 16$
 $L = 18 - 16$
 $L = 2$

(3) لنجعل التعبير $N = L - 6x + 17$ لدينا : $N = 9x^2 - 6x + 1$ ومنه فإن : $N = 9x^2 - 16 - 6x + 17$

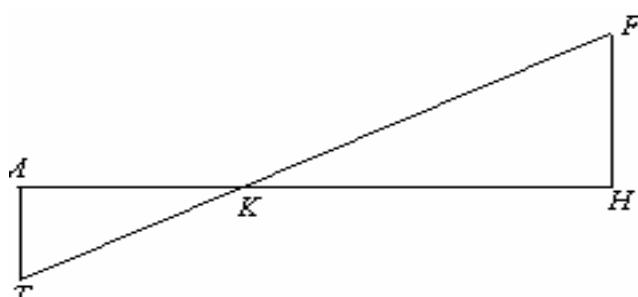
(0,25 ن)

(1) x و y عددين حقيقيان بحيث : $5 \leq x \leq 8$ و $6 \leq y \leq 7$ **التمرين الرابع**

ب) تأطير $\frac{2y-x}{x-2}$
لدينا : $2y-x = 2y+(-x)$
 $2y+(-x) \geq 0$ (iii) $2y-x \geq 0$ (ii) تأطير $\frac{-x}{x-2} \leq 0$ (iii)
 $4 \leq 2y-x \leq 9$ $-8 \leq -x \leq -5$ $12 \leq 2y \leq 14$
 $(2y-x) \times \frac{1}{x-2}$ (ii) تأطير $\frac{1}{x-2} \leq 0$ (ii)
 $\left(2y-x \geq 0; \frac{1}{x-2} \geq 0\right)$ و $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{x-2} \leq \frac{1}{3}$ و $4 \leq 2y-x \leq 9$ $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{x-2} \leq \frac{1}{3}$ $12 \leq 2y \leq 14$
لدينا : $\frac{2}{3} \leq \frac{2y-x}{x-2} \leq 3$ (0,75 ن)

(1) تأطير $\frac{x-2}{5-2}$
لدينا : $5-2 \leq x-2 \leq 8-2$: $3 \leq x-2 \leq 6$: ومنه فإن : $3 \leq x-2 \leq 6$ (0,25 ن)
ج) تأطير $\frac{2y-x}{x-2}$
لدينا : $(2y-x) \times \frac{1}{x-2}$

(2) تأطير للعدد t بحيث : $-19 \leq 3t-7 \leq -13$ $-19 \leq 3t-7 \leq -13$ (لدينا : $-12 \leq 3x \leq -6$: $-19+7 \leq 3x-7+7 \leq -13+7$ أي : $-12 \leq x \leq -2$ و بال التالي فإن : $\frac{1}{3} \times (-12) \leq \frac{1}{3} \times 3x \leq \frac{1}{3} \times (-6)$ (1 ن)

**التمرين الخامس**

خلاصة : في المثلث MTK لدينا : $MT^2 + MK^2 = KT^2$ ، حسب خاصية فيتاغورس العكسية
المثلث MTK قائم الزاوية في M (1,25 ن)

(1) بين أن المثلث MTK قائم الزاوية
 $MK = 2,5$ و $TM = \sqrt{6}$ و $TK = 3,5$
 $MK^2 = (2,5)^2$ و $TM^2 = (\sqrt{6})^2$ و $TK^2 = (3,5)^2$
 $MK^2 = 6,25$ و $TM^2 = 6$ و $TK^2 = 12,25$
 $MT^2 + MK^2 = 6 + 6,25$ لدينا : $= 12,25$
 $MT^2 + MK^2 = KT^2$

$$\begin{aligned}\tan \widehat{MTK} &= \frac{MK}{MT} \\&= \frac{2,5}{\sqrt{6}} \\&= \frac{25\sqrt{6}}{6} \\&\tan \widehat{MTK} = \frac{5\sqrt{6}}{12} \\(0,25 ن)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin \widehat{MTK} &= \frac{MK}{KT} \\&= \frac{2,5}{3,5} \\&= \frac{25}{35} \\&\sin \widehat{MTK} = \frac{5}{7} \\(0,25 ن)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \widehat{MTK} &= \frac{MT}{KT} \\&= \frac{\sqrt{6}}{3,5} \\&= \frac{10\sqrt{6}}{35} \\&\cos \widehat{MTK} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \\(0,25 ن)\end{aligned}$$

(3) بين أن : $(MT) \parallel (HF)$

لدينا : النقط M و K و H مستقيمية وفي نفس
ترتيب النقط المستقيمية T و K و F و

$$\frac{KM}{KH} \text{ و } \frac{KT}{KF}$$

$$\frac{KT}{KF} = \frac{3,5}{10,5} \quad \frac{KM}{KH} = \frac{2,5}{7,5}$$

$$= \frac{35}{105} \quad = \frac{25}{75}$$

$$\frac{KT}{KF} = \frac{1}{3} \quad \frac{KM}{KH} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{KM}{KH} = \frac{KT}{KF} \quad \text{إدن :}$$

خلاصة : النقط M و K و H مستقيمية وفي نفس
ترتيب النقط المستقيمية T و K و F و

$$\frac{KM}{KH} = \frac{KT}{KF} \quad \text{بحيث :}$$

حسب خاصية طاليس العكسية لدينا : $(MT) \parallel (HF)$

(1 ن)

(4) بين أن : $S_{MFHT} = 20\sqrt{6}$

لدينا : الرباعي المحدب MFHT شبه منحرف قاعدته $[MT]$ و $[FH]$ لأن $(MT) \parallel (HF)$

$$S_{MFHT} = \frac{10(\sqrt{6} + 3\sqrt{6})}{2} \quad \text{إدن :} \quad S_{MFHT} = \frac{MH(MT + HF)}{2} \quad \text{لدينا :}$$

$$S_{MFHT} = 20\sqrt{6} \quad \text{و منه فبان :} \quad S_{MFHT} = \frac{10 \times 4\sqrt{6}}{2}$$

التمرين السادس

(1) قياس زاوية حيث : $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ، لنسن $\sin \alpha$ علمائنا :

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \text{إدن :} \quad \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{15}{64} \quad \text{أي} \quad \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{\sqrt{15}}{8} \right)^2 \quad \text{و منه فبان :}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{49}{64}} \quad \text{إدن :} \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ \quad \text{لا} \quad \sin \alpha < 1 \quad \text{و} \quad \sin^2 \alpha = \frac{49}{64} \quad \text{لدينا :}$$

$$\sin \alpha = \frac{7}{8} \quad \text{و بالتالي فبان :}$$

(2) لنسن : $J = 3 \cos^2 37^\circ - \tan 68^\circ \times \tan 22^\circ + 3 \cos^2 53^\circ$

$$22^\circ + 68^\circ = 90^\circ \quad \text{بما أن :}$$

$$37^\circ + 53^\circ = 90^\circ$$

$$\tan 68^\circ = \frac{1}{\tan 22^\circ} \quad \text{فبان :}$$

$$\cos 37^\circ = \sin 53^\circ \quad \text{فبان :}$$

$$J = 3 \cos^2 37^\circ - \tan 68^\circ \times \tan 22^\circ + 3 \cos^2 53^\circ \quad \text{لدينا :}$$

$$J = 3 \cos^2 37^\circ + 3 \cos^2 53^\circ - \tan 68^\circ \times \tan 22^\circ$$

$$J = 3(\cos^2 37^\circ + \cos^2 53^\circ) - \frac{1}{\tan 22^\circ} \times \tan 22^\circ$$

$$(1 ن) \quad J = 3(\sin^2 53^\circ + \cos^2 53^\circ) - 1$$

$$J = 3 \times 1 - 1$$

$$J = 3 - 1$$

$$J = 2$$

