11 Mai 2016 **COMPOSITION de mathématiques** **1ère L**

Exercice 1 : Nouveau médicament **(12 points)**

Une agence de publicité est chargée, par un laboratoire pharmaceutique, d'assurer la promotion d'un nouveau médicament, disponible sans ordonnance, contre les maux de gorge.
Une étude réalisée par cette agence prouve que la fréquence *f(t)* de personnes connaissant le nom du médicament après t semaines de publicité est donnée par : $f(t) = \dfrac{3t}{3t+2}$ (avec $t \geqslant 0$)

1. a) Calculer f (2).
 b) Déduisez-en le pourcentage de personnes qui ignorent le nom de ce médicament après deux semaines de publicité.
 c) Comment peut-on interpréter f (0) ?

2. a) Calculer $f\,'(t)$ pour t dans l'intervalle [0; 18].
 b) Étudiez les variations de f sur l'intervalle [0; 18]. (Si ce n'est pas justifié, la question sera comptée fausse).

3. Représenter graphiquement la fonction *f*. On note C cette courbe.
 Unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

TOURNER ⟹

4. a) Calculer f '(1).

b) Calculer l'équation de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 1 puis tracer T dans le même repère.

5. a) Tracer les droites (D) d'équation y = 0,90 et (D') d'équation y = 0,95.

b) Déterminer graphiquement le nombre de semaines de campagne publicitaire nécessaires pour que 90% de la population connaisse le nom du médicament. *Faire apparaitre les traits sur le graphique…*

c) Combien de semaines faut-il pour passer de 90% à 95 % de la population ?

6. Le laboratoire pharmaceutique a décidé d'arrêter cette campagne de promotion au bout de six semaines. Justifiez cette décision.

<u>Exercice 2</u> : **(9 points)**

Pour préparer noël, un grand magasin reçoit sont stock de jouets de l'entreprise LUDO possédant trois ateliers A, B et C. Le magasinier contrôle les jouets pour vérifier s'ils sont conformes aux normes de l'Union Européenne. Sur un échantillon de mille jouets livrés :

→ 8,4% des jouets sont non conformes.
→ 45% des jouets proviennent de l'atelier B.
→ Parmi les jouets provenant de l'atelier B, 6% ne sont pas conformes
→ 25% des jouets non conformes proviennent de l'atelier A
→ 264 jouets provenant de l'atelier C sont conformes.

1. Pour aider le magasinier, compléter le tableau ci-dessous :

		PROVENANCE			
		A	B	C	total
CONTRÔLE	conforme				
	Non conforme				
	Total				1000

2. Calculer en pourcentage la probabilité des événements suivants :

→ « le jouet est conforme »
→ « le jouet provient de l'atelier C »
→ « le jouet provient de l'atelier B et n'est pas conforme »

3. Quel est le pourcentage de jouets non conformes dans la livraison de chaque atelier ?

4. Au vue des pourcentages trouvés, le magasinier décide de n'acheter que des jouets fabriqués dans les ateliers A et B, dans des proportions : 40% pour l'atelier A et 60% pour l'atelier B.

Sur un échantillon de 1000 jouets, quel est le pourcentage de jouets non conformes ?

5. Sachant que le pourcentage acceptable de jouets non conformes est de 7%, le magasinier vont-ils continuer à se fournir chez l'entreprise LUDO ?

TOURNER ⇒

Exercice 3 : Cocher la ou les bonne(s) réponse(s) en justifiant : **(7 points)**

(Un résultat non justifié sera compté faux, une réponse fausse retirera 0,5 pts)

On considère une certaine fonction f pour laquelle : $f'(x) = x^4 - x^2$

<table>
<tr><td colspan="4">1/ Alors $f'(x)$ est :</td></tr>
<tr><td>a : ☐
de même signe que $x^2 - 1$</td><td>b : ☐
de signe contraire à $x^2 - 1$</td><td>c : ☐
toujours positive</td><td>d : ☐
toujours négative</td></tr>
<tr><td colspan="4">Justification :
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………</td></tr>
<tr><td colspan="4">2/ La fonction f admet un extremum local en :</td></tr>
<tr><td>a : ☐
-1</td><td>b : ☐
0</td><td>c : ☐
n'admet pas d'extremum local</td><td>d : ☐
1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Justification :
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………</td></tr>
<tr><td colspan="4">3/ La fonction f est croissante sur :</td></tr>
<tr><td>a : ☐
$]-\infty; -1]$</td><td>b : ☐
$[-1; 0]$</td><td>c : ☐
$[0; 1]$</td><td>d : ☐
$[1; +\infty[$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Justification :
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………</td></tr>
<tr><td colspan="4">4/ En 0, la fonction f admet :</td></tr>
<tr><td>a : ☐
un maximum local</td><td>b : ☐
un minimum local</td><td colspan="2">c : ☐
ni l'un ni l'autre</td></tr>
<tr><td colspan="4">Justification :
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………</td></tr>
</table>

TOURNER ⇒

<u>Exercice 4</u> : **(12 points)**

1. Pour son premier anniversaire, la grand-mère maternelle de Matt place 10 000 € sur un livret rémunéré à intérêts simples au taux de 5%. (Seul le capital produit des intérêts. Les intérêts ne produisent pas d'intérêts).

    a/ Avec ce placement, de combien dispose Matt le jour de ses 2ans ? De ses 3 ans ?

    b/ Montrer que le pécule de Matt est représenté par une suite arithmétique dont on précisera la raison, puis le terme général en fonction de n.

    c/ De quelle somme disposera-t-il le jour de ses 18 ans, grâce à ce compte ?

2. Quant à la grand-mère paternelle de Matt, elle place 10 000 € sur un livret rémunéré à intérêts composés au taux de 3,5%. (Le capital et les intérêts produisent des intérêts).

    a/ Avec ce placement, de combien dispose Matt le jour de ses 2ans ? De ses 3 ans ?

    b/ Montrer que le pécule de Matt est représenté par une suite géométrique dont on précisera la raison, puis le terme général en fonction de n.

    c/ De quelle somme disposera-t-il le jour de ses 18 ans, grâce à ce compte ?

3. On suppose que personne ne touche aux comptes et on souhaite savoir à quel âge Matt aura, grâce à ses 2 comptes, 40 000€.

    a/ Ecrire un algorithme permettant de répondre à la question.

    b/ Le programmer sur la calculatrice et répondre à la question.

CORRECTION :

Exercice 1 : (① : 0,5 + 0,5 + 0,5 + ② : 1 + 2 + ③ : 2,5 + ④ : 0,5 + 1 + ⑤ : 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + ⑥ : 1)

1. a) $f(2) = \dfrac{3\times 2}{3\times 2+2} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$. (12 points)

b) Cela représente 25% de personnes qui ignorent le nom du médicament après deux semaines de publicité.

c) f (0) est la fréquence de personnes qui connaissent le nom du médicament après 0 semaine de publicité.

2.a) f est dérivable sur [0; 18] et

$f'(t) = \dfrac{3(3t+2)-3(3t)}{(3t+2)^2} = \dfrac{6}{(3t+2)^2}$

b) signe de la dérivée : 6 > 0 et $(3t + 2)^2 > 0$ (carré est tjs +)
Donc f ' est strictement positive sur [0; 18] donc f est strictement croissante sur [0; 18].
On en déduit le tableau de variations :

t	0 18
f '	+
f	0 ↗ 27/28

4. a) $f'(1) = \dfrac{6}{(3\times 1+2)^2} = \dfrac{6}{25}$.

b) l'équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1 est :
$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

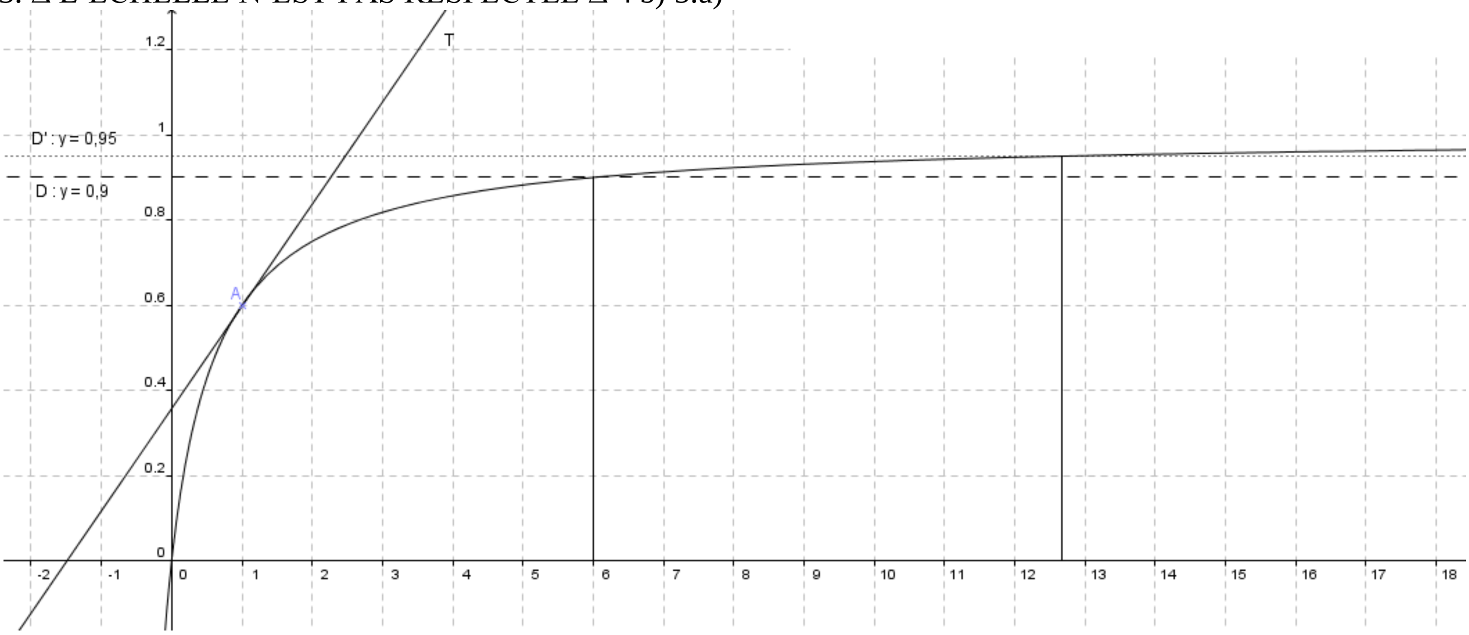
$y = \dfrac{6}{25}x - \dfrac{6}{25} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{25}x + \dfrac{9}{25}$

(soit y = 0,24x + 0,36)

5. b) graphiquement, on trouve qu'il faut 6 semaines de campagne publicitaire nécessaires pour que 90% de la population connaisse le nom du médicament.

c) Graphiquement, il faut 7 semaines pour passer de 90% à 95 % de la population.

3. Δ L'ECHELLE N'EST PAS RESPECTEE Δ 4 b) 5.a)



6. En 6 semaines, 90% de la population connait le nom du médicament. Si le laboratoire continuait 7 semaines de promotion supplémentaires, seulement 5% de la population en plus connaitrait le nom du médicament. Ce n'est pas rentable.

Exercice 2 (2 + 1,5 + 1,5 + 2 + 2) (9 points)

1.

		PROVENANCE			
		A	B	C	total
CONTRÔLE	conforme	250 – 21 = **229**	450 – 27 = **423**	**264**	1000 – 84 = **916**
	Non conforme	84×25/100 = **21**	450×6/100 = **27**	84 – 21 – 27 = **36**	1000×8,4/100 = **84**
	Total	1000 – 450 – 300 = **250**	1000×45/100 = **450**	264 + 36 = **300**	1000

2. Calculer le pourcentage des événements suivants :

→ « le jouet est conforme » : **p** $=\frac{916}{1000} \times 100 = 9,\mathbf{16}\%$

→ « le jouet provient de l'atelier C » : **p** $= \frac{300}{1000} \times 100 = \mathbf{30}\%$

→ « le jouet provient de l'atelier B et n'est pas conforme » : p $= \frac{27}{1000} \times 100 = \mathbf{2,7}\%$

3. pourcentage de jouets non conformes dans la livraison de chaque atelier :

ATELIER A : $\frac{21}{250} \times 100 = \mathbf{8,4}\%$ ATELIER B : $\frac{27}{450} \times 100 = \mathbf{6}\%$ ATELIER C : $\frac{36}{300} \times 100 = \mathbf{12}\%$

4. pourcentage de jouets non conformes : p $= \frac{8,4}{100} \times \frac{40}{100} 100 + \frac{6}{100} \times \frac{60}{100} \times 100 = 3,36 + 3,6 = 6,96\%$

5. Comme 6,96% < 7%, **le magasinier va continuer à se fournir chez l'entreprise LUDO**.

Exercice 3 : (1,5 + 2 + 2 + 1,5) 7 points

1/ Alors $f'(x)$ est :

a : ☑ de même signe que $x^2 - 1$	b/ de signe contraire à $x^2 - 1$	c/ toujours positive	d/ toujours négative

Justification :

$$f'(x) = x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1)$$

Or $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

Donc f' est du signe de $x^2 - 1$

2/ La fonction f admet un extremum local en :

a : ☑ -1	b/ 0	c/ n'admet pas d'extremum local	d : ☑ 1

Justification :

On a : $f'(x) = x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x - 1)(x + 1)$

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x^2			$+$		0		$+$		
$x-1$				$-$			0	$+$	
$x+1$		$-$	0			$+$			
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

$f'(-1) = 0$ avec un changement de signes en -1, donc f admet un extremum en $x = -1$.

$f'(1) = 0$ avec un changement de signes en 1, donc f admet un extremum en $x = 1$.

3/ La fonction f est croissante sur :

a : ☑ $]-\infty; -1]$	b/ $[-1; 0]$	c/ $[0; 1]$	d : ☑ $[1; +\infty[$

Justification :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
f		↗		↘		↘		↗	

4/ En 0, la fonction f admet :		
a/ un maximum local	b/ un minimum local	c : ☑ *ni l'un ni l'autre*

Justification :

$f'(0) = 0$ mais sans changement de signes en 0, donc f n'admet pas d'extremum en $x = 0$

Exercice 4 : (① : a1,5 + b2 + c0,5 ②: a1,5 + b2 + c0,5 ③ 4) **(12 points)**

1. a/ Pour son premier anniversaire, il aura $\mathbf{u_1}$ = **10 000 €**

Pour son deuxième anniversaire, il aura $\mathbf{u_2} = 10\,000 + 10\,000 \times \frac{5}{100}$ = **10 500 €.**

Pour son troisième anniversaire, il aura $\mathbf{u_3} = 10\,500 + 10\,000 \times \frac{5}{100}$ = **11 000 €.**

b/ Pour passer d'un terme u_n au suivant u_{n+1}, on ***ajoute toujours le même nombre*** 500. Il s'agit d'une suite arithmétique de 1^er^ terme 10 000 et de **raison 500**.

On peut écrire : $\mathbf{u_n = 10\,000 + 500(n - 1)}$.

c/ Le jour de ses 18 ans, il aura $\mathbf{u_{18}} = 10\,000 + 500(18 - 1)$ = **18 500€.**

2. a/ Pour son premier anniversaire, il aura $\mathbf{u_1}$ = **10 000 €**

Pour son deuxième anniversaire, il aura $\mathbf{u_2} = 10\,000 \times \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)$ = **10 350 €.**

Pour son troisième anniversaire, il aura $\mathbf{u_3} = 10\,350 \times \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)$ = **10 712,25 €.**

b/ Pour passer d'un terme u_n au suivant u_{n+1}, on ***multiplie toujours le même nombre*** 1,035. Il s'agit d'une suite géométrique de 1^er^ terme 10 000 et de **raison 1,035**.

On peut écrire : $\mathbf{u_n = 10\,000 \times 1,035^{n-1}}$.

c/ Le jour de ses 18 ans, il aura $\mathbf{u_{18} = 10\,000 \times 1,035^{18-1} = 17\,946,76}$ **€**

3. On suppose que personne ne touche aux comptes et on souhaite savoir à quel âge Matt aura, grâce à ses 2 comptes, 100 000€.

a/

```
====COMPTE MATT ======
10 000→M↲
10 000→P↲
1→N↲
M+P→S↲
While S<40 000↲
M+500→M↲
P*1,035→P↲
M+P→S↲
N+1→N↲
WhileEnd↲
N◂
```

REM : M pour compte MATERNEL
P pour compte PATERNEL
S pour la SOMME

b/ Il aura 40 000 € à **22 ans**.