Ce que je dois savoir à la fin du cycle IV

Les objectifs	5°	4°	3°
Symétrie par rapport à une droite	x		
Symétrie par rapport à une droite	x		
Axe de symétrie et centre de symétrie d'une figure	x		
Constructions de triangles	x		
Inégalité triangulaire	x		
Droites remarquables d'un triangle	x		
Somme des angles d'un triangle	x		
Le parallélogramme	x		
Parallélogrammes particuliers	x		
Périmètre d'une figure	x		
Aire d'une figure	x		

Construire et représenter un prisme droit	x		
Construire et représenter un cylindre de révolution	x		
Calculer le volume d’un cylindre dans différentes unités	x		
Transformer un point ou une figure par translation		X	
Transformer un point ou une figure par rotation		X	
L’égalité de Pythagore		X	
Calculer une longueur d’un côté d’un triangle rectangle		X	
Démontrer qu’un triangle est rectangle ou non		X	
Angles et parallélisme		X	
Triangles semblables		x	
Pyramides et cônes de révolution		x	
Volume d’une pyramide et d’un cône de révolution		x	
Transformer un point ou une figure par symétries, translation, rotation			X
Transformer un point ou une figure par homothétie			X
Propriété de Thalès dans le triangle			X
Calculer une longueur avec le théorème de Thalès			X
Prouver que des droites sont ou ne sont pas parallèles			X
Cosinus, sinus et tangente			X
Calculer un côté d’un triangle rectangle			X
Déterminer la mesure d’un angle aigu d’un triangle			X

rectangle			
Sphère et boule			x
Repérage dans l'espace			X
Sections planes de solides			x

Où j'en suis ?

Les objectifs	**Acquis**	**A revoir**	**Non acquis**
Transformer un point ou une figure par symétries, translation, rotation			
Transformer un point ou une figure par homothétie			
Propriété de Thalès dans le triangle			
Calculer une longueur avec le théorème de Thalès			
Prouver que des droites sont ou ne sont pas parallèles			
Cosinus, sinus et tangente			
Calculer un côté d'un triangle rectangle			
Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle			

Sphère et boule			
Repérage dans l'espace			
Sections planes de solides			

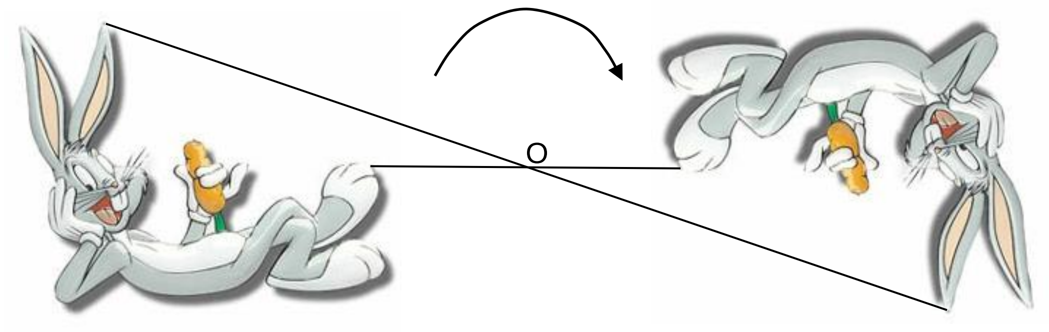
Objectif 1 : Symétrie par rapport à une droite

Dire que 2 figures sont symétriques par rapport à une droite signifie que, en effectuant un pliage la long de la droite, les figures se superposent.

Objectif 2 : Symétrie par rapport à un point

Définition 1 : Dire que 2 figures sont symétriques par rapport à un point signifie que, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les figures se superposent.

Définition 2 : Dire que 2 points M et M’ sont symétriques par rapport à un point O signifie que le point O est le milieu du segment [MM’].



Propriété 1 : Si 3 points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont aussi alignés.

Propriété 2 : Si 2 segments sont symétriques par rapport à un point, alors ils ont parallèles et de même longueur.

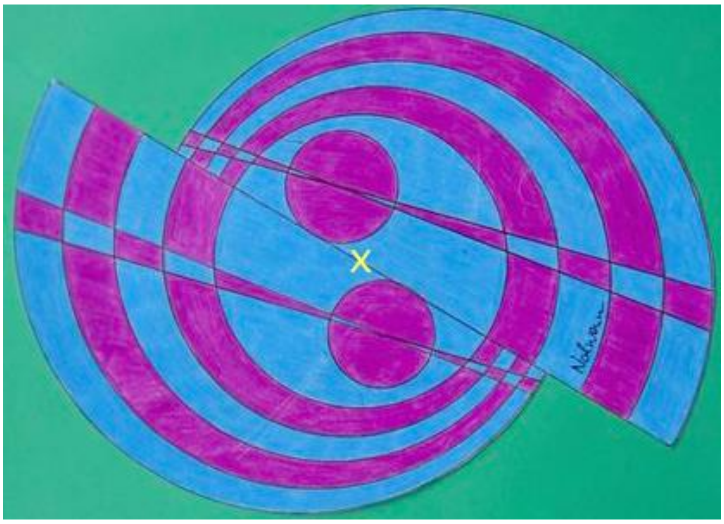
Propriété 3 : Si 2 angles sont symétriques par rapport à un point, alors ils ont la même mesure.

Propriété 4 : Si 2 figures sont symétriques par rapport à un point, alors elles ont le même périmètre et la même aire.

Objectif 3 : Axe de symétrie et centre de symétrie d'une figure

Définition 1 : Dire qu'une droite est un axe de symétrie d'une figure signifie que la figure et son symétrique par rapport à cette droite sont confondus.

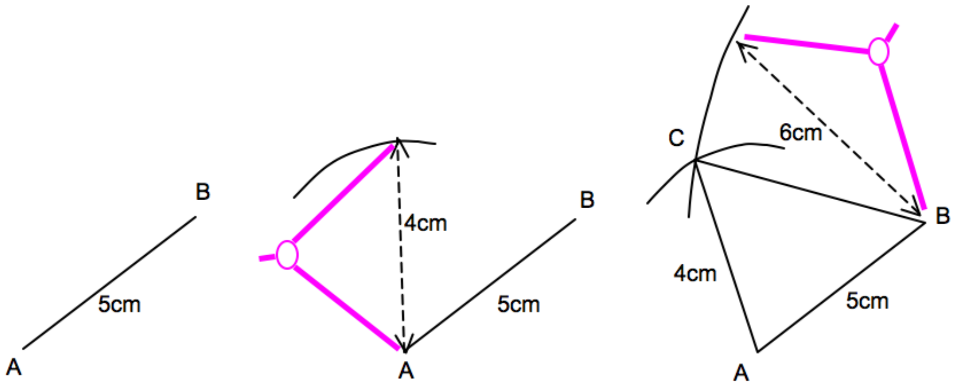
Définition 2 : Dire qu'un point est un centre de symétrie d'une figure signifie que la figure et son symétrique par rapport à ce point sont confondus.



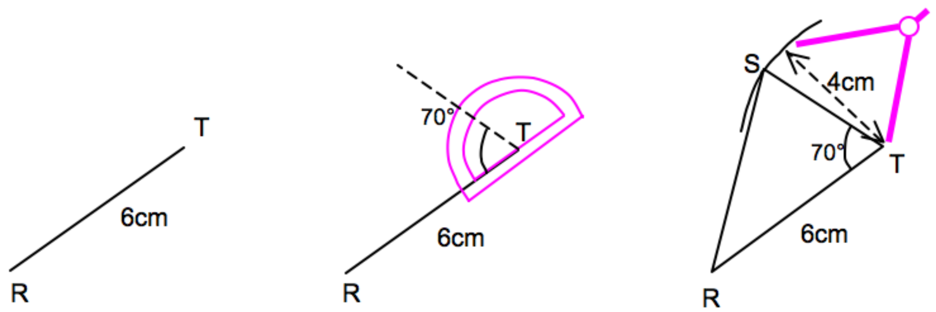
Objectif 4 : Construction de triangle

On peut construire un triangle dans les 3 cas suivants :

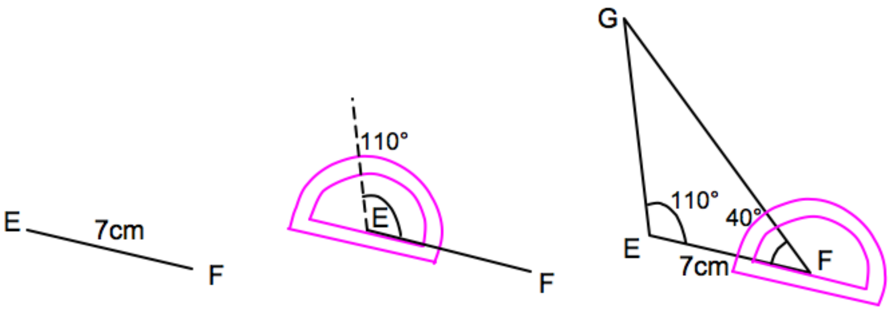
- cas 1 : on connaît la longueur des 3 côtés.



- cas 2 : on connaît la longueur de 2 côtés et la mesure de l'angle délimité par ces côtés.



- cas 3 : on connaît la longueur d'un côté et la mesure des angles adjacents à ce côté.



Objectif 5 : Inégalité triangulaire

Propriété 1 : Si A, B et M sont 3 points quelconques, alors :

$$AB \leq AM + MB$$

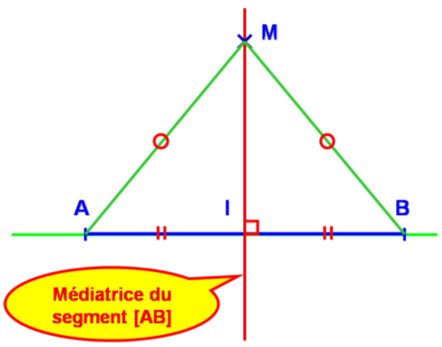
Propriété 2 : Si un point M appartient à un segment [AB], alors :

$$AB = AM + MB$$

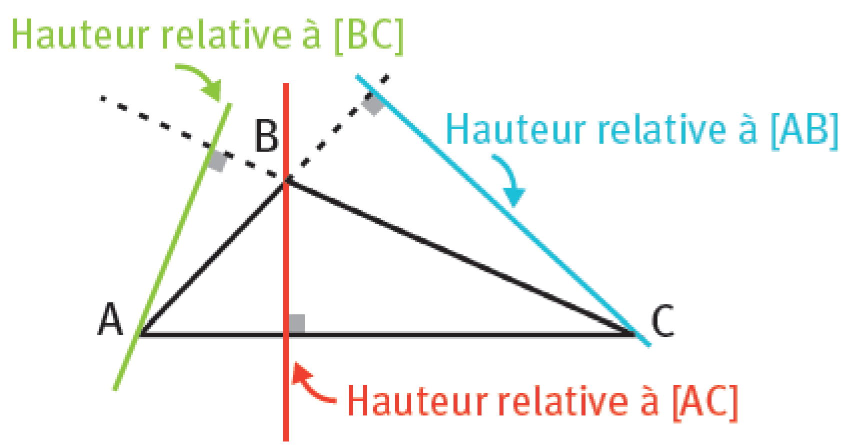
Propriété 3 : Si 3 points A, B et M sont tels que AB = AM + MB, alors le point M appartient au segment [AB].

Objectif 6 : Droites remarquables d'un triangle

Définition 1 : La médiatrice d'un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et passant par son milieu.

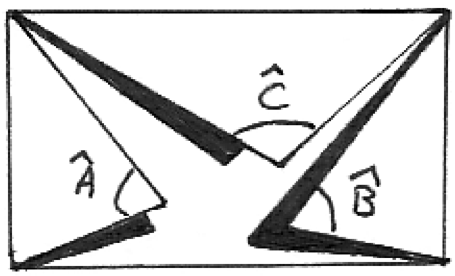


<u>Définition 2</u> : Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet de ce triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



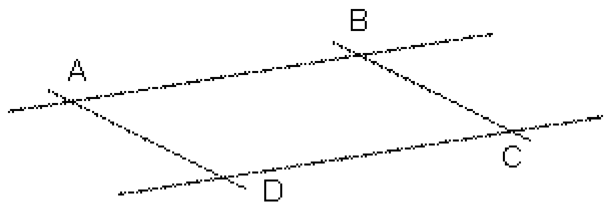
<u>Objectif 7</u> : Somme des angles d'un triangle

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180 °.



Objectif 8 : Le parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



Propriété 1 : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors il possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Propriété 2 : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Propriété 3 : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.

Propriété 4: Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Propriété 5 : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés sont égaux et la somme de deux angles consécutifs est égale à 180°.

Objectif 9 : Parallélogrammes particuliers

Définition 1 : Si un parallélogramme possède 2 côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un rectangle.

Définition 2 : Si un parallélogramme possède 2 côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

Définition 3 : Si un parallélogramme possède des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

Définition 4 : Si un parallélogramme possède des diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Définition 5 : Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est un carré.

Objectif 10 : Périmètre d'une figure

Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.

Longueur d'un cercle ou circonférence : $L = 2 \times \pi \times r$

avec r : rayon du cercle

Unités de longueur :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	Décimètre	Centimètre	millimètre

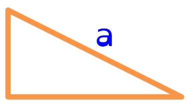
Objectif 11 : Aire d'une figure

Rectangle : Longueur x largeur

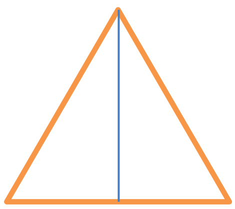
Carré : côté x côté

Disque : π x r x r

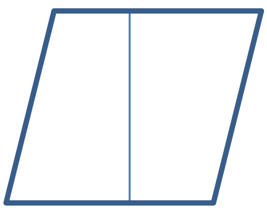
Triangle rectangle : $\dfrac{a \, x \, b}{2}$



Triangle quelconque : $\dfrac{b \, x \, h}{2}$



Parallélogramme : c x h



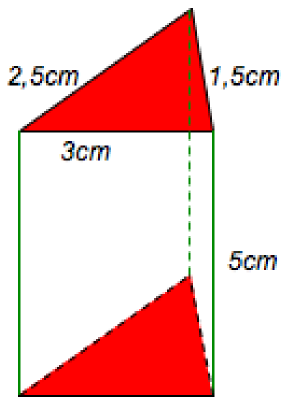
Unités d'aires :

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

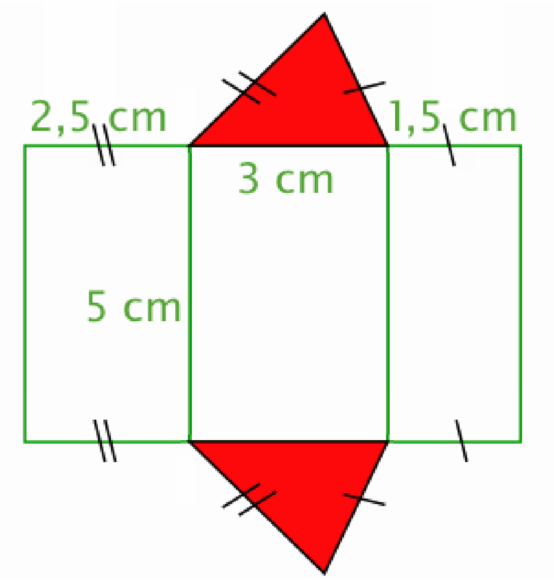
Objectif 12 : Construction et représenter un prisme droit

Un prisme droit est un solide qui a :

- 2 faces parallèles et superposables qui sont des polygones, appelées bases
- des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases, appelées faces latérales



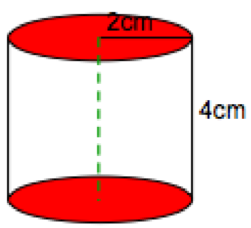
Patron du prisme droit



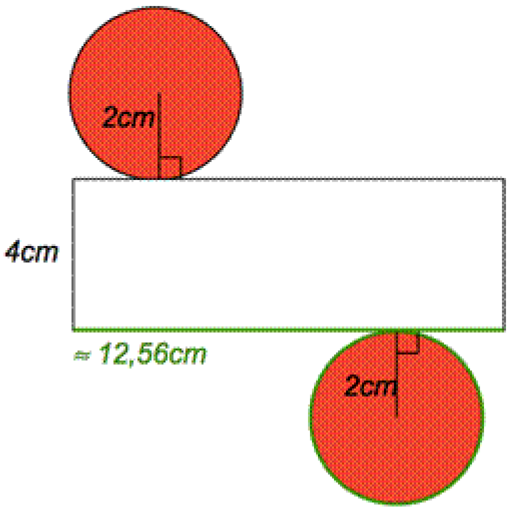
<u>Objectif 13</u> : Construction et représenter un cylindre de révolution

Un cylindre droit ou de révolution est un solide qui a :

- 2 disques superposables, appelées bases
- une surface entourant les bases, dont le patron est un rectangle, appelée surface latérale



Patron du cylindre



<u>Objectif 14</u> : Calculer le volume d’un cylindre

<u>Unités de volume</u> :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			

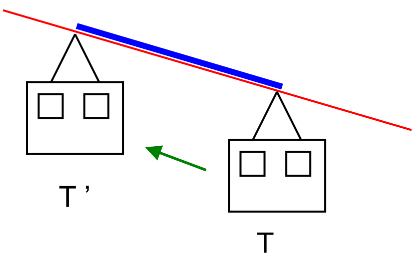
<u>Volume du cylindre</u> : aire de la base x hauteur

<u>Objectif 15</u> : Transformer un point ou une figure par translation

<u>Définition</u> : transformer un point ou une figure par translation, c'est faire glisser ce point ou cette figure selon une direction, un sens et une longueur donnés.

<u>Notation</u> : La translation est symbolisée par une flèche qui donne la direction, le sens et la longueur de ce déplacement.

<u>Propriété</u> : Une translation conserve l'alignement, les longueurs, les angles et les aires.

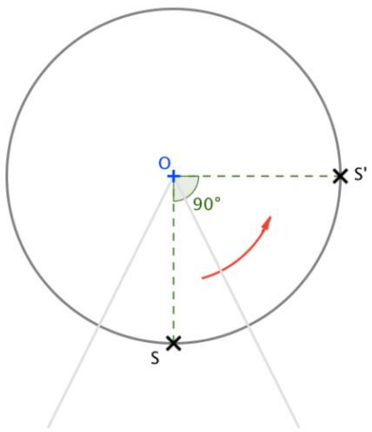


Objectif 16 : Transformer un point ou une figure par rotation

Définition : Transformer un point ou une figure par rotation, c'est faire tourner ce point ou cette figure par rapport à un centre de rotation et un angle.

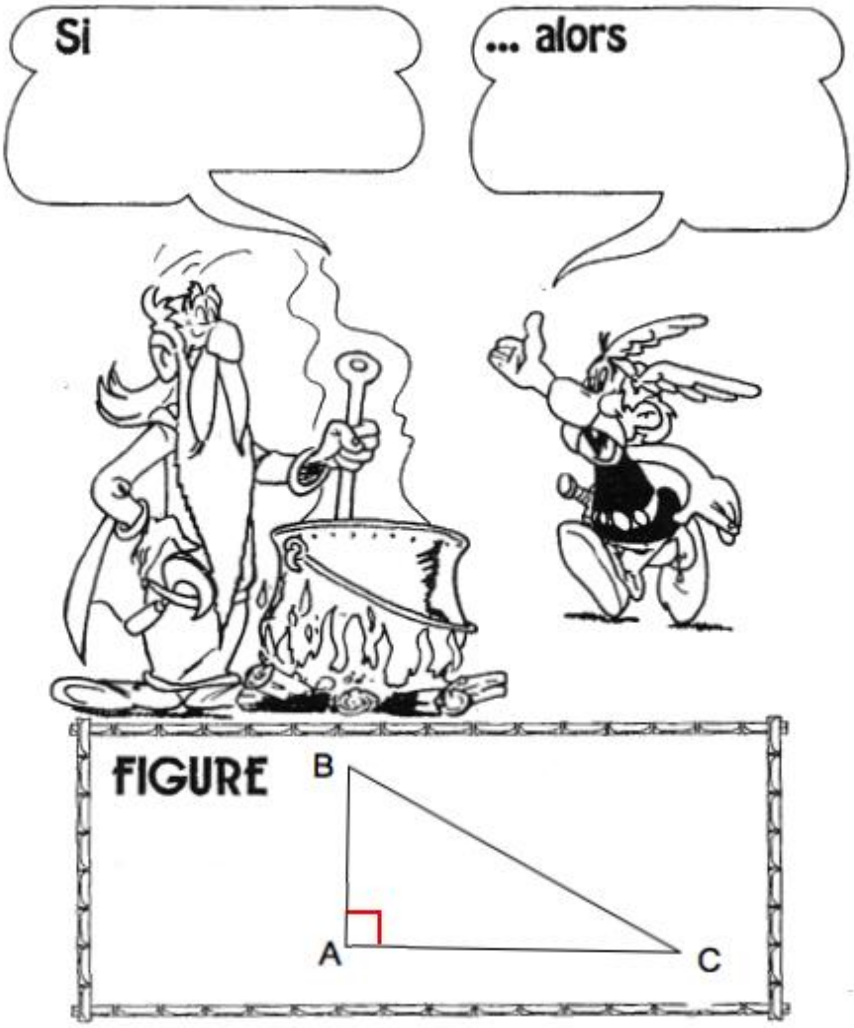
Propriété : - l'image de O par une rotation de centre O est le point O : on dit que O est invariant.

- la rotation de centre O et d'angle 180 ° est la symétrie de centre O.



Objectif 17 : L'égalité de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés.



Objectif 18 : Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle

La racine carré d'un nombre a est le nombre positif dont le carré est égal à a. On le note $\sqrt{a}$.

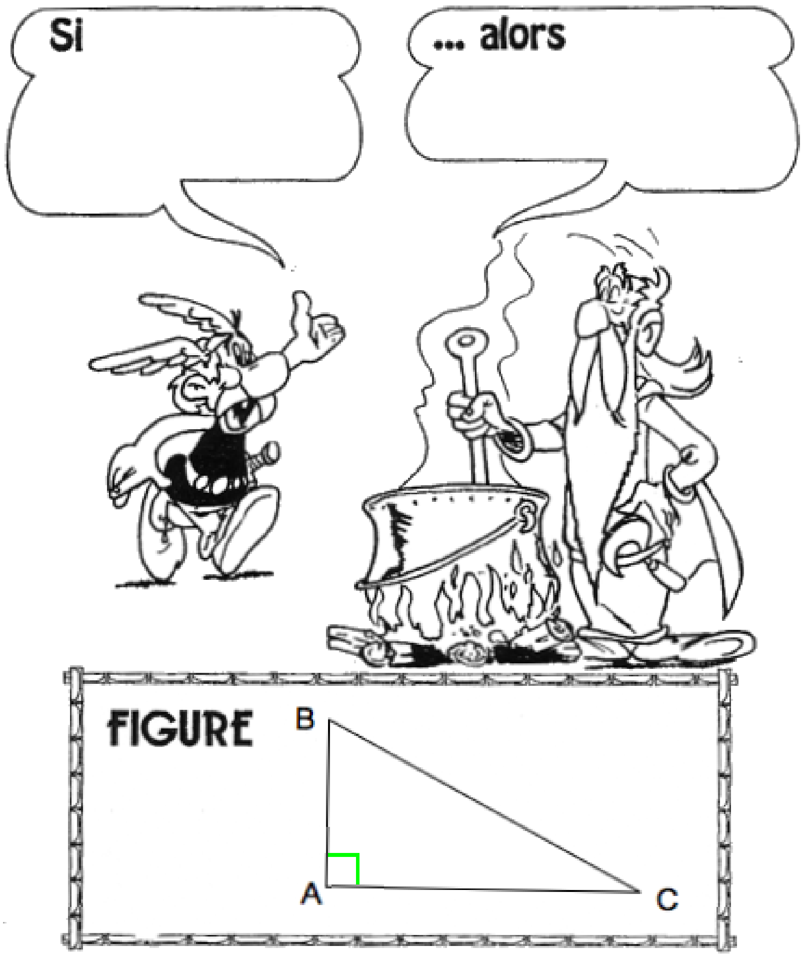
Carrés parfaits : $\sqrt{1}=1$ $\sqrt{4}=2$ $\sqrt{9}=3$ $\sqrt{16}=4$ $\sqrt{25}=5$

$\sqrt{36}=6$ $\sqrt{49}=7$ $\sqrt{64}=8$ $\sqrt{81}=9$

$\sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \sqrt{144} = 12$

Objectif 19 : Démontrer qu'un triangle est rectangle ou non

Dans un triangle si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés alors ce triangle est rectangle.

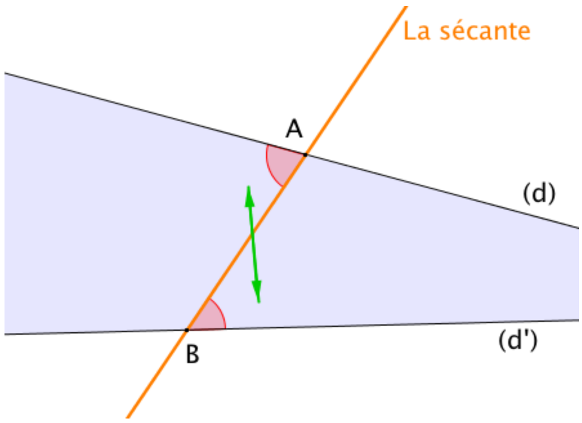


Objectif 20 : Angles et parallélisme

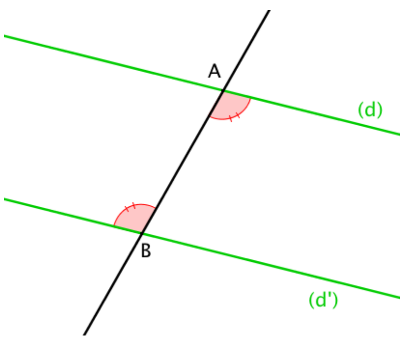
Définition : Soit 2 droites (d) et (d') coupées par une sécante. Dire que 2 angles formés par ces 3 droites sont alternes-internes signifie :

- qu'ils n'ont pas le même sommet
- qu'ils sont de part et d'autres de la sécante
- qu'ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d')

Propriété 1 : Deux angles alternes-internes sont égaux.



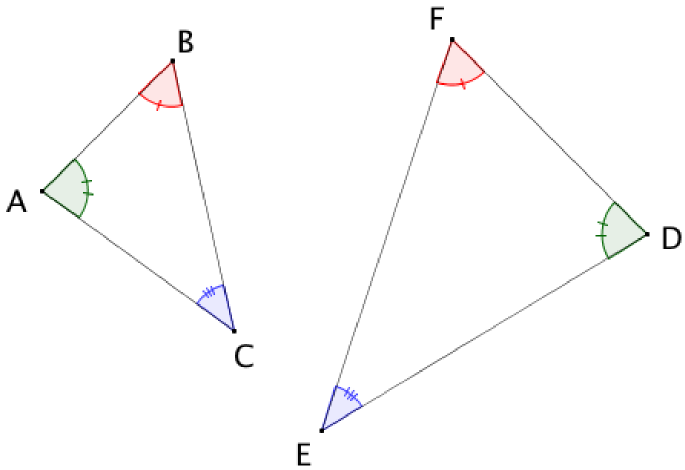
Propriété 2 : Si 2 droites coupées par une sécante forment 2 angles alternes-internes alors elles sont parallèles.



Objectif 21 : Triangles semblables

Définition : Dire que 2 triangles sont semblables signifie que leurs angles sont égaux 2 à 2. On dit aussi que ces triangles sont de même forme.

Propriété 1 : Si 2 triangles sont semblables, alors les côtés opposés aux angles égaux ont leurs longueurs proportionnelles.



Objectif 22 : Pyramides

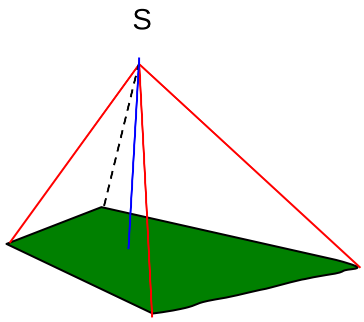
Définition 1 : Une pyramide est un solide qui a pour base un polygone et pour faces latérales des triangles qui ont un sommet commun. La distance entre le sommet de la pyramide et sa base est appelée la hauteur de la pyramide.

S : le sommet

en vert : la base, un polygone

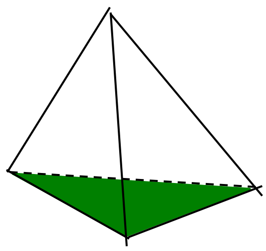
en rouge : les arêtes latérales

en bleu : la hauteur



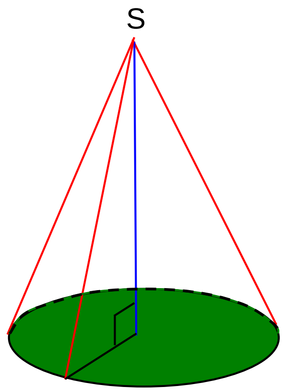
Définition 2 : Une pyramide régulière est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles isocèles superposables.

Définition 3 : Un tétraèdre est une pyramide dont la base est un triangle.



Objectif 23 : Cônes de révolution

Définition : un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de son angle droit.



Objectif 24 : Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

Formule :

$$\frac{\textit{aire de la base x hauteur}}{3}$$

<u>Objectif 25</u> : Transformer un point ou une figure par symétries, translation, rotation

<u>Symétrie axiale</u> : Transformer une figure par symétrie axiale, c'est créer l'image de cette figure par rapport à un axe.

<u>Symétrie centrale</u> : Transformer une figure par symétrie centrale, c'est créer l'image de cette figure par rapport à un centre de symétrie.

<u>Translation</u> : Transformer une figure par translation, c'est créer l'image de cette figure par rapport à 2 points donnés.

<u>Rotation</u> : Transformer une figure par rotation, c'est créer l'image de cette figure par rapport à :

- un centre de rotation
- un angle
- un sens de rotation

Je m'entraîne…

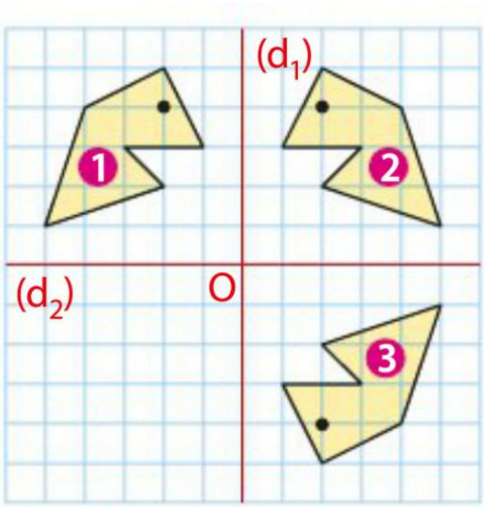
1)

Déterminer la transformation qui permet de passer :

a. de la figure ❶ à la figure ❷ ;

b. de la figure ❷ à la figure ❸ ;

c. de la figure ❶ à la figure ❸.



2)

1. Construire un triangle ABC rectangle en A.

2. Construire les points B' et C', images des points B et C par la symétrie centrale de centre A.

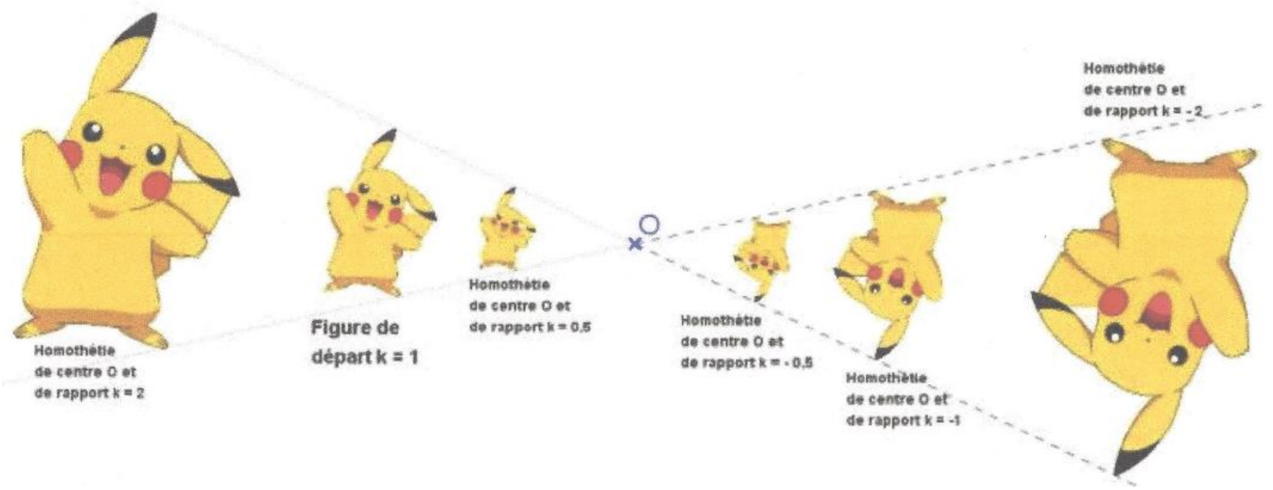
3. Quelle est la nature du quadrilatère BCB'C' ?

Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 80-81.

Objectif 26 : Transformer un point ou une figue par homothétie

Définition : Transformer une figure par homothétie, c’est créer l’image de cette figure par rapport à :

- un centre O
- un rapport k : Si k est positif, l’image est du même côté que le point O. Si k est négatif, l’image est de l’autre côté du point O.



Je m’entraîne…

1)

1. Placer trois points A, M et I.

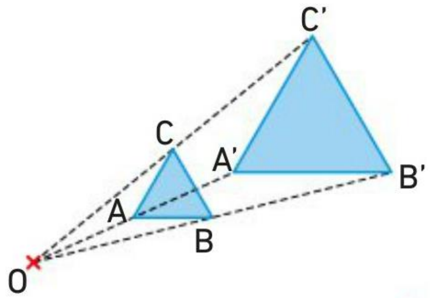
2. Construire l'image du segment [AM] par l'homothétie de centre I :

a. de rapport 2 ; **b.** de rapport 0,5 ;

c. de rapport –2 ; **d.** de rapport –0,5.

Je résous des problèmes simples…

1. Par quelle transformation géométrique peut-on passer du triangle ABC au triangle A'B'C' ? Préciser ces caractéristiques.



Aide

On appelle « **côtés homologues** » de deux triangles, les côtés opposés aux angles égaux.

2. Écrire les trois rapports de longueurs des côtés homologues.

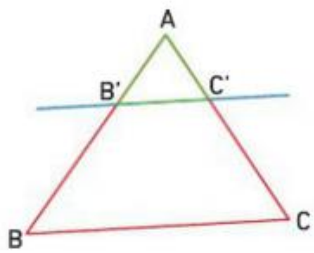
3. Que représente la valeur de ces trois rapports égaux ?

Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 82-83.

Objectif 27 : Propriété de Thalès dans le triangle

Théorème à connaître

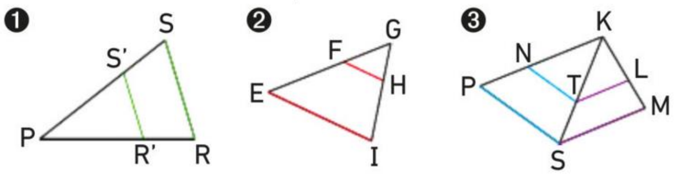
Si 2 droites parallèles coupent 2 droites sécantes, alors elles déterminent 2 triangles dont les côtés correspondant ont des longueurs proportionnelles.



Je m'entraîne…

1)

Sur les figures ci-dessous, les segments d'une même couleur sont parallèles.

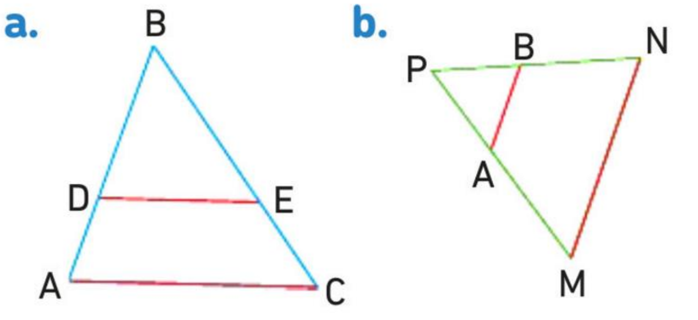


Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

Figure	Triangles proportionnels	Droites parallèles	Égalité de rapports
❶	PR'S' et PRS	(S'R') et ...	$\frac{PS'}{PS}=\frac{PR'}{\dots}=\frac{\dots}{SR}$
❷			
❸			

2)

Pour chacune des figures suivantes, appliquer la propriété de Thalès pour écrire des rapports de longueurs égaux.

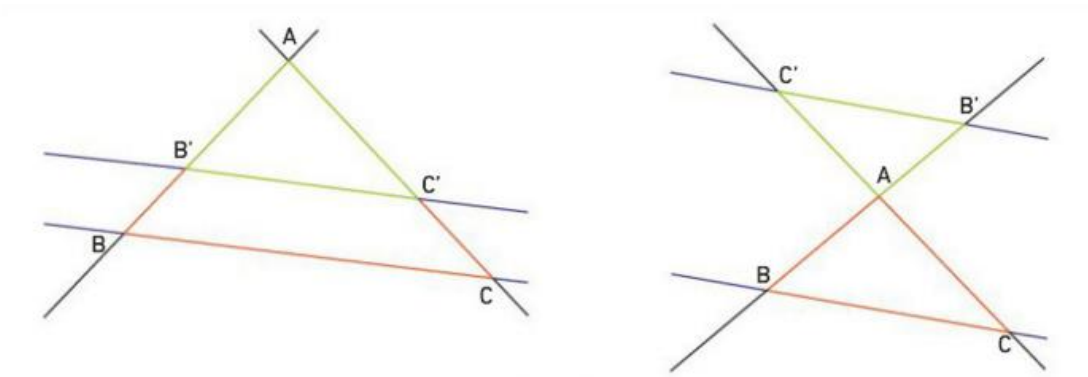


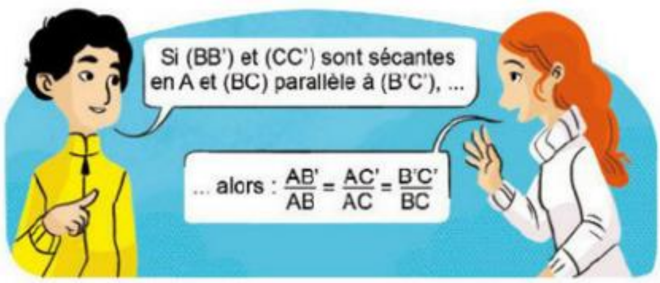
(DE) // (AC)   (AB) // (MN)

Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 88-89.

Objectif 28 : Calculer une longueur avec le Théorème de Thalès

Les 2 triangles déterminés par les 2 parallèles et les 2 sécantes sont des triangles semblables.

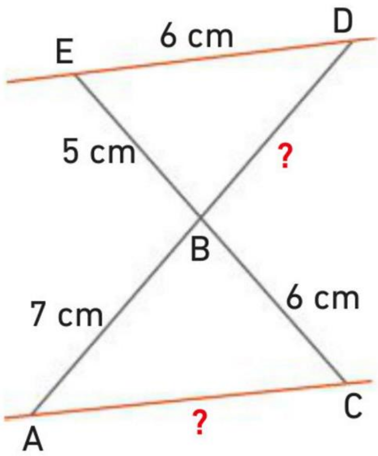




Je m'entraîne…

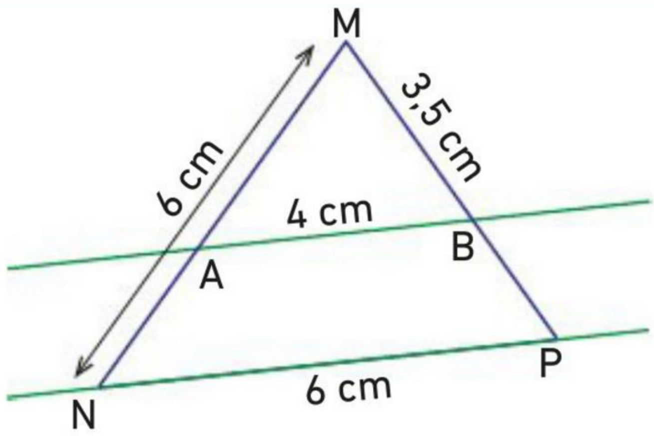
1)

Dans la figure ci-contre, les droites (AC) et (DE) sont parallèles.
Calculer BD et AC.



2)

Dans la figure ci-contre, les droites (AB) et (NP) sont parallèles.
Calculer MA et MP.



Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 90-91

<u>Objectif 29</u> : Prouver que des droites sont ou ne sont pas parallèles

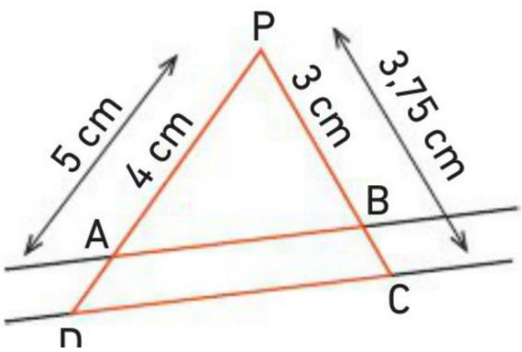
Réciproque à connaître

Si 2 droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si 2 des rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Je m'entraîne…

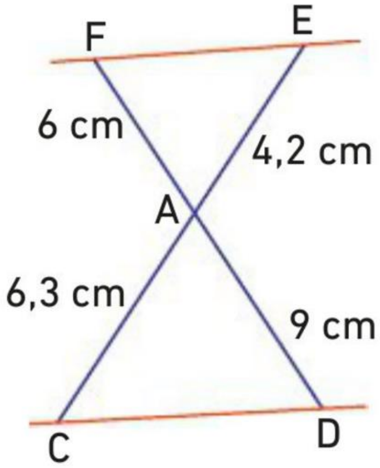
1)

On considère la figure ci-contre.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



2)

On considère la figure ci-contre.
On donne : AF = 6 cm, AE = 4,2 cm, AC = 6,3 cm et AD = 9 cm.
Démontrer que les droites (CD) et (EF) sont parallèles.



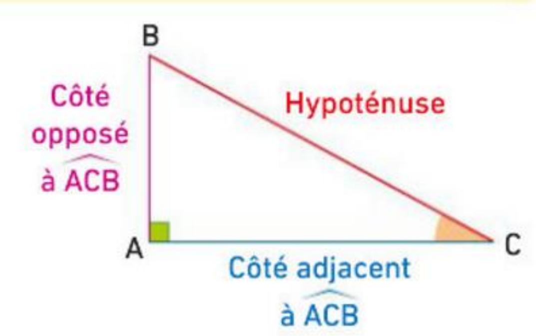
Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 92-93.

Objectif 30 : Cosinus, sinus, tangente

Formules à connaître

Dans un triangle rectangle :

- cosinus d'un angle = $\dfrac{\text{côté } \boldsymbol{adjacent} \text{ à } \boldsymbol{cet\ angle}}{\boldsymbol{hypoténuse}}$
- sinus d'un angle = $\dfrac{\text{côté } \boldsymbol{opposé} \text{ à } \boldsymbol{cet\ angle}}{\boldsymbol{hypoténuse}}$
- tangente = $\dfrac{\text{côté } \boldsymbol{opposé} \text{ à } \boldsymbol{cet\ angle}}{\text{côté } \boldsymbol{adjacent} \text{ à } \boldsymbol{cet\ angle}}$



Je m'entraîne…

1)

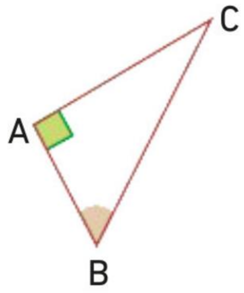
1. Dans le triangle rectangle ci-dessous, préciser :

a. l'hypoténuse ;

b. le côté opposé à $\widehat{B}$;

c. le côté adjacent à $\widehat{B}$.

2. Écrire $\sin\widehat{B}$, $\cos\widehat{B}$ et $\tan\widehat{B}$ en utilisant les longueurs AB, AC et BC.



2)

Dans un triangle ABC, rectangle en B, on sait que $\sin\widehat{A} = \dfrac{4}{5}$ et $\cos\widehat{A} = \dfrac{3}{5}$.

1. Quelle est la valeur de $\tan\widehat{A}$?

2. On sait que l'hypoténuse de ce triangle mesure 5 m. Quelle est la mesure des autres côtés du triangle ?

Je résous des problèmes simples…

TRAVAIL EN GROUPE

1. En travaillant par deux avec deux calculatrices, comparer $\tan x$ et $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ pour plusieurs valeurs de x strictement comprises entre 0° et 90°.

2. Quelle conjecture peut-on faire ?

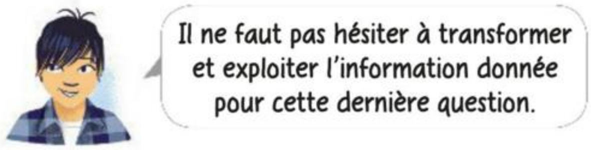
3. On considère un triangle ABC rectangle en A.

a. Faire un schéma.

b. Écrire $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$ en fonction de AB, AC et BC.

c. En déduire une preuve de la conjecture formulée à la question **2**.

4. Dans un triangle DEF, rectangle en D, on sait que $\tan \widehat{D} = 1$. Que peut-on en déduire pour le triangle DEF ?



Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 98-99.

Objectif 31 : Calculer un côté d'un triangle rectangle

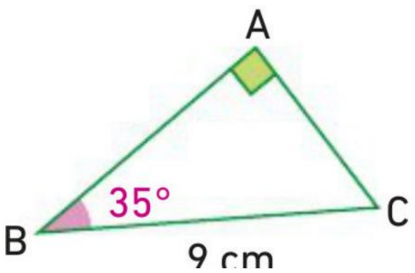
Pour calculer un côté d'un triangle rectangle dont on connait un angle aigu et la longueur d'un côté, il faut :

- faire un schéma du triangle en précisant quels côtés sont l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle connu et le côté adjacent à l'angle connu ;
- se demander ensuite quel est le côté cherché et quel est le côté connu ;
- écrire une égalité avec le rapport qui fait intervenir ces deux côtés ;
- on a ainsi une équation à une seule inconnue (le côté cherché) qu'il suffit de résoudre.

Je m'entraîne…

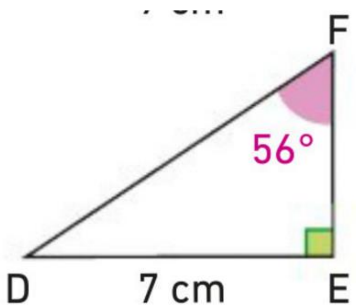
1)

En utilisant les informations de la figure :
calculer AC et AB.



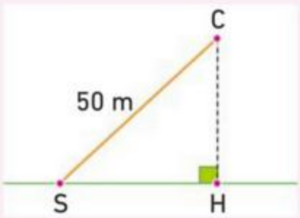
2)

En utilisant les informations de la figure :
calculer FD et FE.



Je résous des problèmes simples…

Simon joue avec son cerf-volant au bord de la plage. La ficelle, qui mesure 50 m, est déroulée au maximum et elle est tendue.



S : position de Simon.
C : position du cerf-volant.

La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 60°. Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est-à-dire CH (on donnera la réponse arrondie au mètre près).

Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 100-101.

Objectif 32 : Déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle

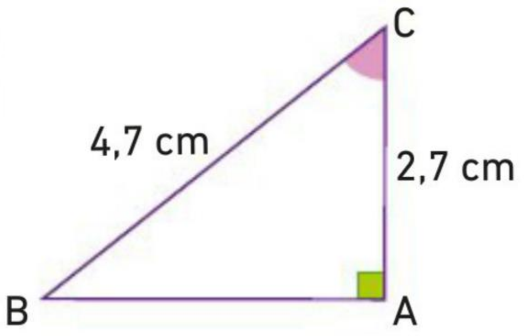
Pour déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle dont on connait les longueurs de deux côtés, il faut :

- faire un schéma du triangle en précisant quels côtés sont l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle cherché et le côté adjacent à l'angle cherché ;
- se demander ensuite quels sont les deux côté connus ;
- écrire une égalité avec le rapport qui fait intervenir ces deux côtés ;
- on a ainsi une équation à une seule inconnue (l'angle cherché) dont on pourra trouver une valeur approchée grâce à la calculatrice.

Je m'entraîne…

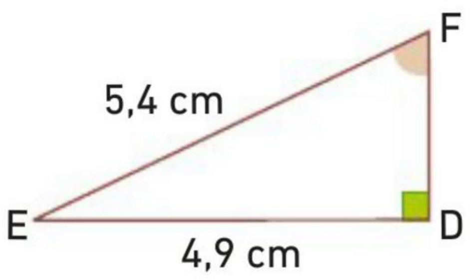
1)

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ arrondie au degré près.



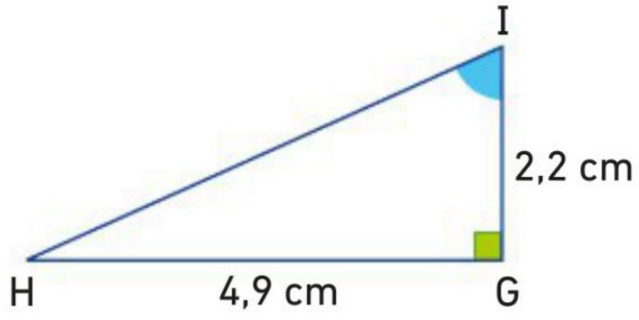
2)

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EFD}$ arrondie au degré près.



3

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HIG}$ arrondie au degré près.

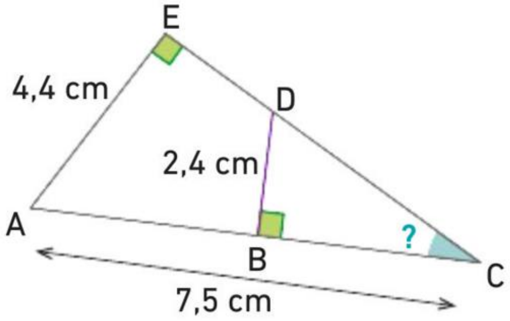


Je résous des problèmes simples…

En utilisant les renseignements codés sur la figure ci-dessous :

1. déterminer un arrondi au degré près de l'angle $\widehat{BCD}$;

2. en déduire la mesure des autres angles de la figure.

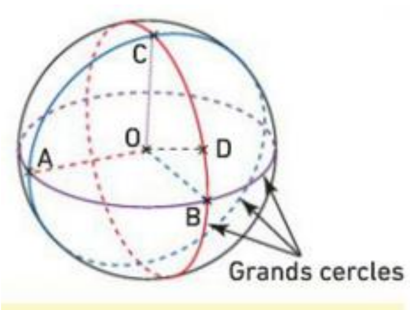


Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 102-103.

Objectif 33 : Sphère et boule

Les définitions à connaître….

Définition 1 : Une sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM = r. Une sphère est creuse.



Définition 2 : Une boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM ≤ r. Une boule est pleine.

Les formules à connaître…

Aire d'une sphère : $4 \times \Pi \times r^2$

Volume d'une boule : $\frac{4}{3} \times \Pi \times r^3$

Je m'entraîne…

1)

1. a. Calculer, en cm^2, l'aire d'une sphère de rayon 3 cm.

b. Donner l'arrondi de cette aire au dixième de cm^2.

2. a. Calculer, en m^2, l'aire d'une sphère de diamètre 8,6 m.

b. Donner l'arrondi de cette aire au dixième de m^2.

2)

1. a. Calculer, en cm^3, le volume d'une boule de rayon 5 cm.

b. Donner l'arrondi de ce volume au dixième de cm^3.

2. a. Calculer, en m^3, le volume d'une boule de diamètre 3,4 m.

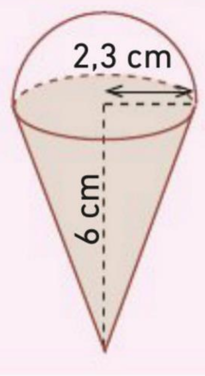
b. Donner l'arrondi de ce volume au dixième de m^3.

Je résous des problèmes simples…

On a représenté ci-contre un cornet de glace composé d'un cône et d'une demi-boule.

1. Calculer son volume.

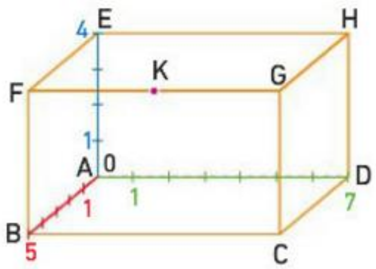
2. Combien de cônes Cassandra peut-elle servir sachant qu'elle dispose d'un bac de 5 L de glace ?



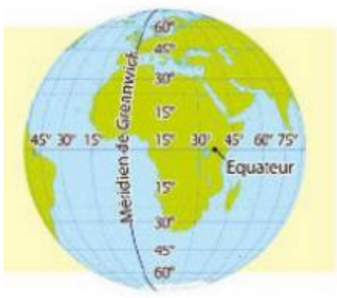
Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 108-109.

Objectif 34 : Repérage dans l'espace

Dans un parallélépipède rectangle, un point est repéré par (abscisse, ordonnée, altitude).

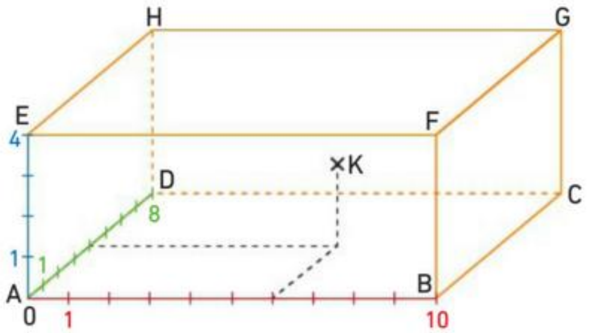


Dans une sphère, la latitude exprime la position Nord-Sud par rapport à l'équateur et la longitude exprime la position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich.



Je m'entraîne…

ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 10 cm, AD = 8 cm et AE = 4 cm.
On repère des points dans ce pavé droit à l'aide de leur **abscisse**, de leur **ordonnée** et de leur **altitude**.



1. Le point K a pour altitude 2. Donner son abscisse et son ordonnée.

2. Donner l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude de tous les sommets de ce pavé.

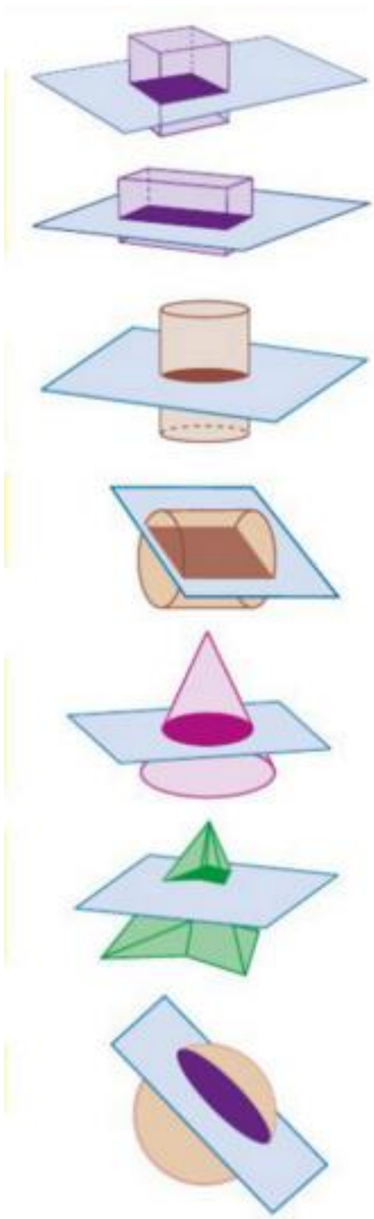
3. Donner l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude des milieux de toutes les arêtes de ce pavé.

4. Donner l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude des centres de toutes les faces de ce pavé.

Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 110-111.

Objectif 35 : Sections planes de solides

Définition : On appelle section d'un solide par un plan l'intersection de ce solide avec ce plan.



Je m'entraîne…

1)

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

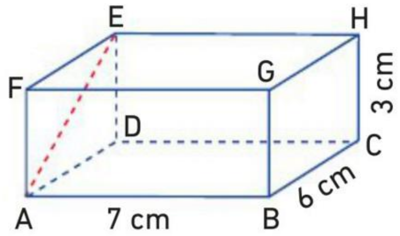
1. Quelle est la nature du quadrilatère ADEF ?

2. Dessiner ADEF en vraie grandeur.

3. Quelle est la nature du triangle ADE ? Expliquer.

4. a. En déduire la valeur exacte de AE.

b. Donner l'arrondi au millimètre de AE.



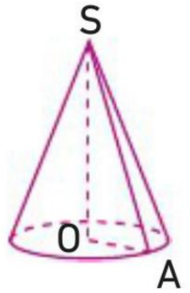
2)

On a représenté ci-dessous un cône de révolution de hauteur 7 cm et de base le disque de rayon 2 cm.

1. Quelle est la nature du triangle SOA ? Expliquer.

2. Représenter en vraie grandeur le triangle SOA.

3. En déduire l'arrondi au millimètre de la longueur SA.



Je m'exerce sur mon cahier d'activités pages 112-113