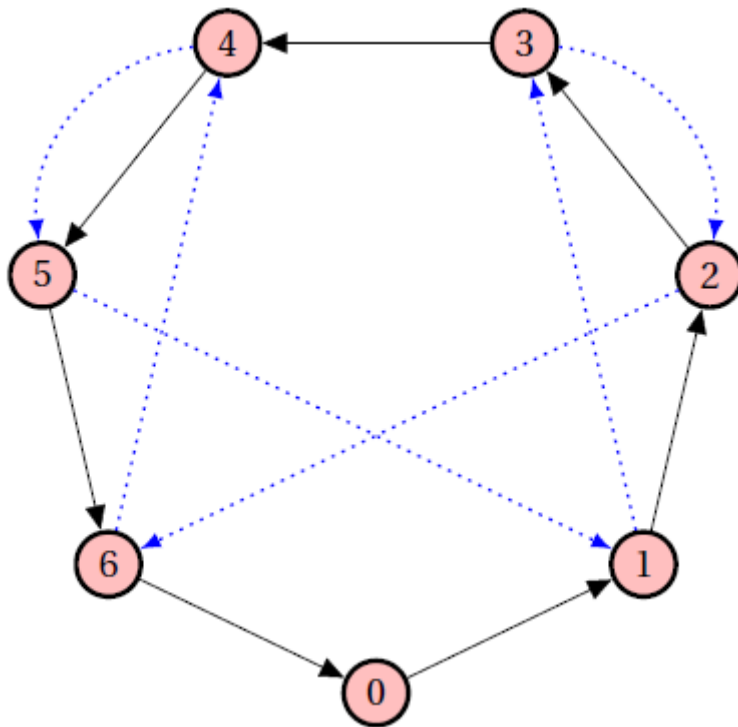


Le critère de divisibilité par 7 ,11,13et17

Le critère de divisibilité par 7 que je vais décrire a été posté sans véritable explication par un certain David Wilson sur ce [blog](#). J'avoue ne pas savoir s'il en est l'auteur initial ou si cela est connu depuis bien plus longtemps. Peu importe, vous allez voir, c'est à la fois simple et beau !

Un joli graphe orienté

Voici le très esthétique et mystérieux graphe que nous allons utiliser pour savoir si un nombre est divisible par 7. (Il s'agit d'une reproduction du graphe donné dans le lien sus-mentionné réalisée à l'aide de Tikz).



Comme vous le voyez, il y a deux types de flèches sur ce graphe: les flèches noires et les flèches bleues. Chaque type de flèche va être utilisé à tour de rôle.

Avant de donner le mécanisme de fonctionnement général, nous allons donner un exemple afin d'illustrer la démarche.

Le critère de divisibilité par 7, 11, 13 et 17

Exemple. Pour savoir si le nombre $N = 349$ est divisible par 7, on suit la procédure suivante :

On part du noeud 0	0
Le premier chiffre de N est 3 donc on parcourt trois flèches noires.	0 → 3
Avant de passer au chiffre suivant, on parcourt une flèche bleue.	3 ⋯→ 2
Le chiffre suivant est le 4 donc on parcourt quatre flèches noires.	2 → 6
Avant de passer au chiffre suivant, on parcourt une flèche bleue.	6 ⋯→ 4
Le dernier chiffre de N étant 9, on parcourt neuf flèches noires.	4 → 6

Le noeud d'arrivée n'est pas 0 donc $N = 349$ n'est pas divisible par 7.

Principe général

Pour savoir si un nombre N est divisible par 7, on effectue les étapes suivantes:

- Partir du noeud 0
- Parcourir autant de flèches noires que le chiffre de gauche de N
- Parcourir une flèche bleue
- Parcourir autant de flèches noires que le chiffre suivant
- Parcourir une flèche bleue
- etc.
- Parcourir autant de flèches noires que le dernier chiffre de N
- Si le noeud d'arrivée est 0 alors N est divisible par 7, sinon il ne l'est pas.

En gros, on parcourt autant de flèches noires que chaque chiffre, et on parcourt une flèche bleue chaque fois qu'on change de chiffre. Facile, non ?

Remarque: si à un moment on tombe sur le noeud 0, vu qu'il n'y a pas de flèche bleue partant de ce noeud, on passe directement au chiffre suivant.

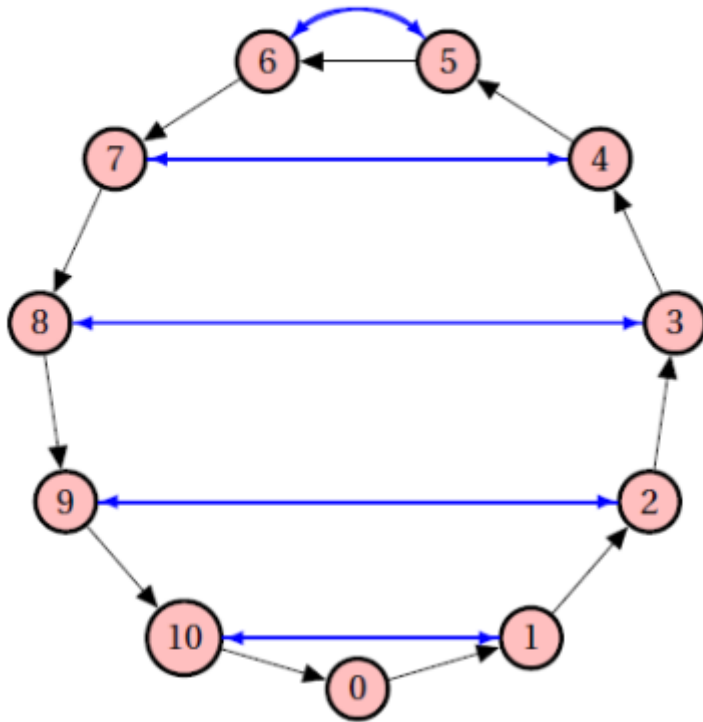
Alors, 198749502 est-il divisible par 7 ?

Une généralisation

Le critère de divisibilité par 7, 11, 13 et 17

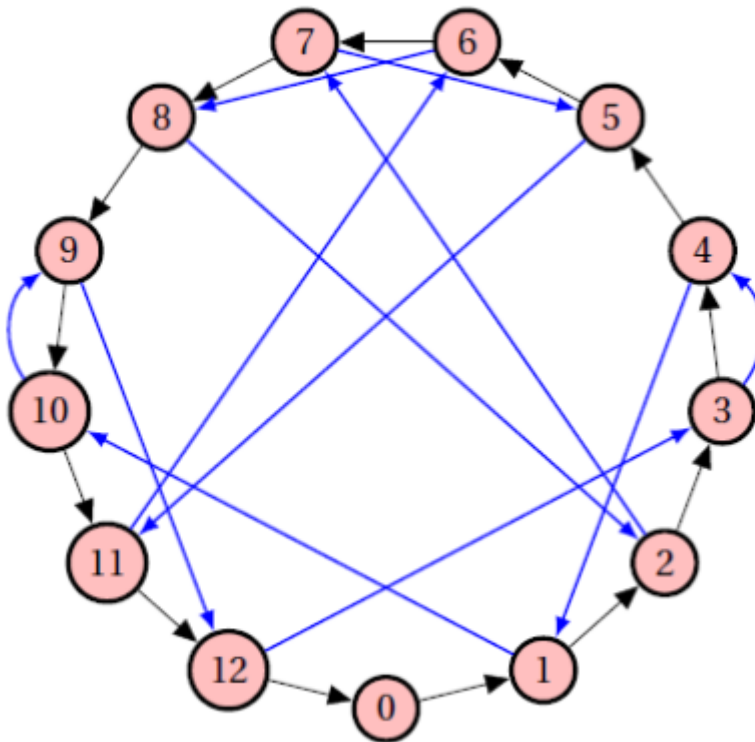
A moindres frais, nous pouvons sur le même principe avoir des critères de divisibilité par 11, 13, 17 etc. car, comme on l'a vu, il suffit de connaître les différents résultats de la multiplication par 10 modulo 11, 13 ou 17. Voici les graphes obtenus en faisant joujoux avec Tikz:

Divisibilité par 11



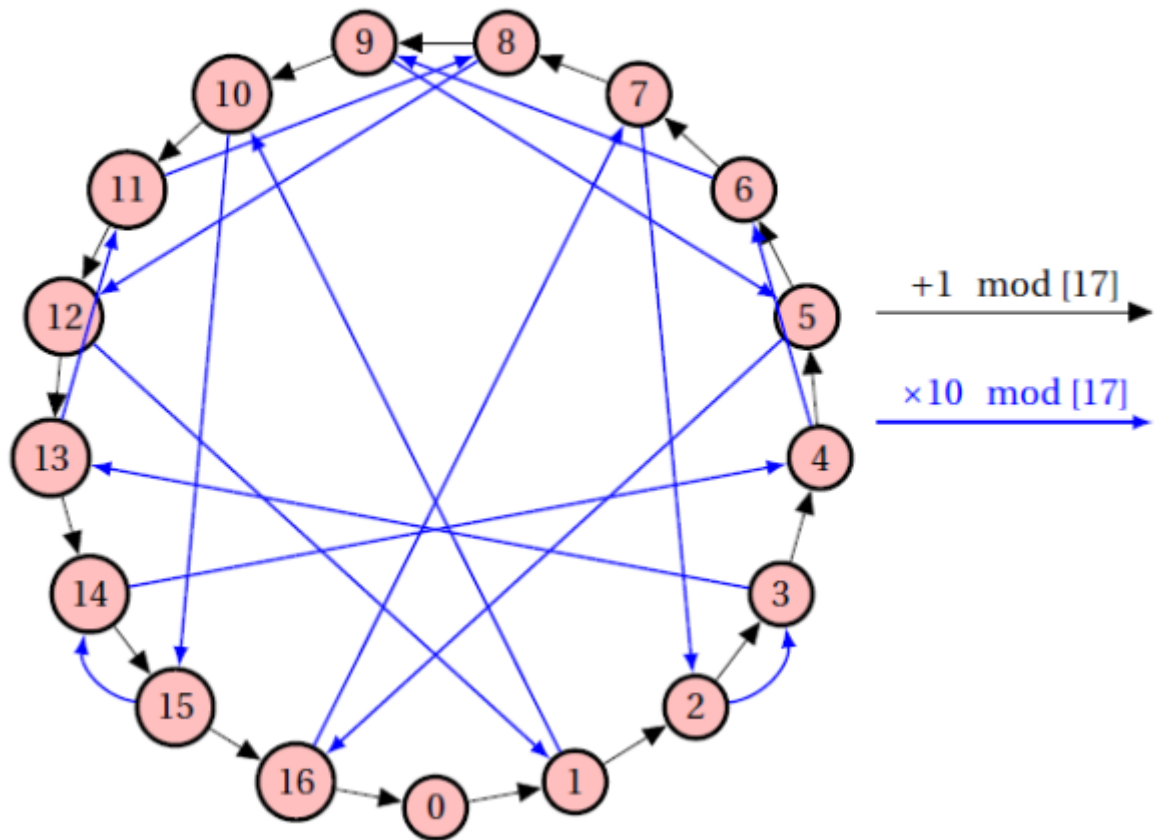
$+1 \pmod{11}$ →
 $\times 10 \pmod{11}$ →

Divisibilité par 13



$+1 \pmod{13}$ →
 $\times 10 \pmod{13}$ →

Divisibilité par 17



Je n'ai pas été au-delà car le nombre de flèches commençait à rendre les graphes assez moches, mais vous avez compris le principe !