ثانوية المنصور الذهبي التأهيلية نيابة سيدي البرنوصي – زناتة أكاديمية: الدار البيضاء الكبرى	**سلسلة تمارين الحساب التكاملي**	الأستاذ : تباع خالد المستوى : السنة الثانية بكالوريا علوم تجريبية

التمرين1 : احسب التكاملات التالية:

1) $I=\int_2^1 (t^2-4t+3)dt$

2) $I=\int_1^2 \left(t^2-\frac{1}{t}\right)dt$

3) $I=\int_0^1 \sqrt{x}dx$; $I=\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

4) $I=\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2x+5}}dx$; $I=\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$

5) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx$; $I=\int_0^1 3xe^{x^2+3}dx$

6) $I=\int_0^1 2^{5x}dx$; $I=\int_{\frac{1}{3}}^1 e^{3x+4}dx$

7) $I=\int_{-1}^1 \frac{x}{x^2-4}dx$; $I=\int_1^2 \frac{t^3}{t^4+2}dt$

8) $I=\int_0^{\pi} \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx$; $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x\, dx$

9) $I=\int_1^{\ln 2} \frac{1}{e^x+1}dx$

التمرين2 : احسب التكاملات التالية:

1) $I=\int_0^2 |x-1|dx$

2) $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x|dx$

3) $I=\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{|\ln x|}{x}dx$

التمرين3 :

باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكاملات التالية:

1) $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} 3x\sin(3x)dx$; $I=\int_1^e x\ln x\, dx$

2) $I=\int_0^4 (x+2)\, e^x\, dx$; $I=\int_0^1 (2x+1)e^{-x}dx$

3) $I=\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}}$; $I=\int_1^2 (t-2)e^{2t}dt$

التمرين4 : نعتبر التكاملين:

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x\ dx \; ; J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\ dx$$

1) احسب $I+J$ و $I-J$

2) استنتج I و J

التمرين5 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-3;3[$ ب:

$$f(x)=\frac{2x}{x^2-9}$$

1) حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث :

$$f(x)=\frac{a}{x-3}+\frac{b}{x+3}$$

2) استنتج التكامل: $\int_0^2 f(x)dx$

التمرين6 :

1) حدد ثلاثة أعداد حقيقية a و b و c بحيث:

$$\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}: \frac{x^2}{(x-1)^2}=a+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

2) استنتج التكامل: $\int_{-3}^0 \frac{x^2}{(x-1)^2}dx$

التمرين7: نريد حساب التكاملات التالية: $I=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$

و $J=\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}dx$ و $K=\int_0^1 \sqrt{x^2+2}\, dx$

1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;1]$ ب:

$$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+2}\right)$$

احسب مشتقة الدالة $x\to\sqrt{x^2+2}$ ثم استنتج f'

2) احسب I

3) دون حساب التكاملات J و K بين أن $J+2I=k$

4) باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $K=\sqrt{3}-J$ ثم استنتج قيمتي J و K

التمرين8: نعتبر متتالية التكاملات التالية :

$$\forall n\in\mathbb{N}:\ I_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{e^x+1}dx$$

1) احسب I_1 و I_0+I_1 ثم استنتج I_0

2) احسب I_n+I_{n+1} لكل $n\in\mathbb{N}$

3) بين أن المتتالية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تزايدية

4) أثبت أن لكل x من $[0;1]$: $\frac{e^{nx}}{e+1}\leq\frac{e^{nx}}{e^x+1}\leq\frac{e^{nx}}{2}$ ثم استنتج تأطيرا للتكامل I_n

5) هل المتتالية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة؟

التمرين9: نعتبر متتالية التكاملات التالية :

$$\forall n\in\mathbb{N}:\ I_n=\int_1^e x(\ln x)^n dx$$

1) احسب I_0 و I_1

2) بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}:\ 2I_{n+1}+(n+1)I_n=e^2$

3) أ- بين أن المتتالية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية

ب-بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}:\ I_n\geq 0$

ج-استنتج أن: $\forall n\in\mathbb{N}:\ I_n\leq\frac{e^2}{n+1}$

4) احسب نهاية المتتالية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$

التمرين10: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ $(\|\vec{j}\| = \|\vec{i}\| = 2cm)$

1) ليكن α عددا حقيقيا حيث $\alpha > 1$

أ - بين أن $\forall x \geq 1 : f(x) \geq 0$

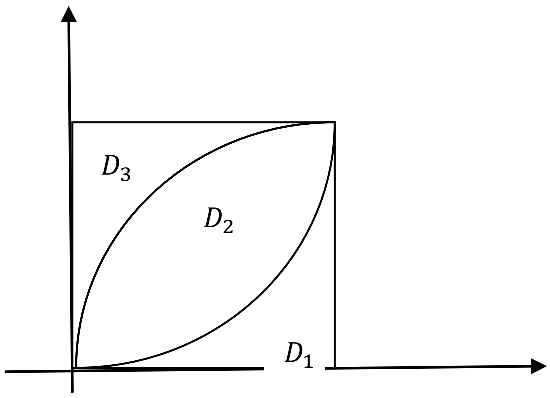
ب -استنتج أن مساحة الحيز المحصور بالمنحنى (C_f) و المستقيمين $x = 1$ و $x = \alpha$ و محور الأفاصيل هي: $I(\alpha) = \frac{\ln \alpha - 1}{\alpha} + 1$

2) استنتج $\lim_{\alpha \to +\infty} I(\alpha)$

التمرين11:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $[0; 1]$ بمايلي:

$$f(x) = \sqrt{x} \; ; g(x) = x^3$$



احسب مساحات الأجزاء D_1 و D_2 و D_3
حيث $\|\vec{j}\| = \|\vec{i}\| = 1cm$

التمرين12:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
احسب حجم مجسم الدوران الذي يولده دوران منحنى الدالة f حول محور الأفاصيل دورة كاملة على المجال I في كل حالة:

1) $I = [0; \pi] \quad ; f(x) = \sin x$

2) $I = [1; e^2] \; ; f(x) = \sqrt{x \ln x}$