

Chapitre 3 : Calcul littéral

I. Rappel

1. Expressions numériques

On sait calculer certaines expressions numériques (= avec des nombres) comme :

$$\begin{aligned} A &= (2+5)(7-2)+5(-6+2) \\ A &= -2^2+7\times 2+5 \quad +5\times -4 \\ A &= 35 \quad - 20 \\ A &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } B &= (9+5)(7-9)+5(-6+9) \\ B &= 14 \times -2 + 5 \times 3 \\ B &= -28 + 15 \\ B &= -13 \end{aligned}$$

2. Expressions littérales

Ces deux calculs se ressemblent : le nombre 2 de A est remplacé par 9 dans B .

Cela peut donc donner cette **expression littérale** (=avec des lettres) :

$$C = (x+5)(7-x)+5(-6+x)$$

Dans ce cas les règles usuelles (avec les nombres) ne fonctionnent plus.

II. La distributivité : développer une expression

On utilise la distributivité : $k(a+b) = k \times a + k \times b$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$\begin{aligned} C &= (x+5)(7-x)+5(-6+x) \\ C &= 7x - x^2 + 35 - 5x - 30 + 5x \\ C &= -x^2 + 7x + 5 \end{aligned}$$

$$\text{Pour } A, x=2, A = -2^2 + 7 \times 2 + 5 = -4 + 14 + 5 = 15$$

$$\text{Pour } B, x=9, A = -9^2 + 7 \times 9 + 5 = -81 + 63 + 5 = -13$$

III. La factorisation : factoriser une expression

La factorisation est l'opération inverse du développement. Pour cela, on utilise presque systématiquement la distributivité, mais à l'envers.

$$k(a+b) = k \times a + k \times b \quad k \text{ est le facteur commun.}$$



Méthode pour factoriser une expression :

1. On cherche le facteur commun dans l'expression :

Exemple : $G = 6x + 15 = 3 \times 2x + 3 \times 5$

2. On place ce facteur commun au début de la nouvelle expression, et on met le reste entre parenthèses.

$$G = 3 \times 2x + 3 \times 5 = 3 \times (2x + 5)$$

Exemple : $4x^2 - x = x \times 4x - x = x(4x - 1)$

IV. Équations et équations produits

1. Définition

Une **équation** à une inconnue est une égalité dans laquelle un nombre inconnu est désigné par une lettre.

2. Résoudre une équation

Résoudre une équation à une inconnue x , revient à trouver toutes les valeurs du nombre x qui vérifient l'égalité.

Chacune de ces valeurs est une **solution de l'équation**.

Exemple : résoudre les équations suivantes :

$$x + 2 = 28 \leftrightarrow x = 28 - 2$$

$$\leftrightarrow x = 26$$

$$4x = 32$$

$$\leftrightarrow x = \frac{32}{4}$$

$$\leftrightarrow x = 8$$

$$9x - 13 = -8x + 12$$

$$\leftrightarrow 9x + 8x = 12 + 13$$

$$\leftrightarrow 17x = 25$$

$$\leftrightarrow x = \frac{25}{17}$$

3. équations produits

a, b, c et d désignent des nombres relatifs.

Une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ est une **équation produit d'inconnue x** .

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Exemple : Résoudre :

$$H = (2x + 4)(3x - 9) = 0$$

H est nulle si $2x + 4 = 0$ ou $3x - 9 = 0$

$$2x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 9 = 0$$

$$\leftrightarrow 2x = -4 \quad \leftrightarrow 3x = 9$$

$$\leftrightarrow x = \frac{-4}{2} \quad \leftrightarrow x = 3$$

$$\leftrightarrow x = -2$$

Donc $H = 0$ si $x = -2$ ou $x = 3$