

# Construction du nombre

## Objectifs énoncés par les IO :

« L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification  
[...] Progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer. »



### Objectifs :

- Acquérir la chaîne numérique
- Maîtriser le dénombrement

« Les enfants y découvrent et comprennent les fonctions du nombre, en particulier comme représentation de la quantité et moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets.  
[...] Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens. »



### Objectif :

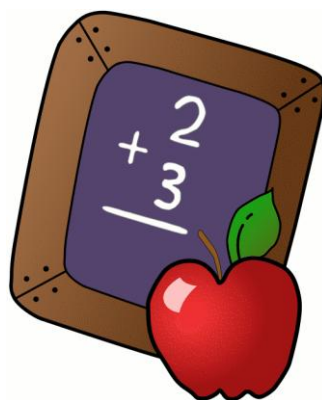
- Comprendre les fonctions du nombre (aspects cardinal et ordinal)



## Pour résumer, l'école maternelle vise 3 objectifs :

$$+ - \times \div + - \times \div + - \times \div + - \times \div + - \times \div$$

Objectifs	Compétences	Point IO
1) Acquérir la chaîne numérique	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Connaître la suite orale des nombres au moins jusqu'à 30</li> <li>2) Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique</li> </ol>	<p>« La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (avec le calendrier par exemple) ou des jeux [...]. Les enfants établissent une première correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. »</p>
2) Maîtriser le dénombrement	<ol style="list-style-type: none"> <li>3) Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus</li> <li>4) Réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée) en utilisant des procédures numériques ou non, oralement ou avec l'aide de l'écrit</li> <li>5) Reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de 1 à 5) organisées en configurations connues (doigts de la main, constellation du dé...)</li> </ol>	
3) Comprendre les fonctions du nombre	<ol style="list-style-type: none"> <li>6) Comparer des quantités en utilisant des procédures numériques ou non</li> <li>7) Résoudre des problèmes portant sur les quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) en utilisant les nombres connus, sans recourir aux opérations usuelles</li> </ol>	<p>« A la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le CP qui installera le symbolisme (+, -, =) et les techniques. »</p>



# Objectif n°1 : Acquérir la suite numérique



Savoir réciter la chaîne numérique verbale est indispensable pour apprendre à dénombrer. Cependant, savoir réciter la chaîne numérique ne signifie pas savoir dénombrer une quantité.

## Les supports à privilégier :

- Les comptines numériques
- Les albums à compter
- Les jeux de pistes

## Principe de progression, une acquisition progressive - 4 niveaux :

- ✓ **Niveau 1:** Chaîne en chapelet (récitation d'un « bloc verbal » dépourvu de signification arithmétique mais qui permet une lexicalisation des nombres de 1 à 6)
- ✓ **Niveau 2:** Chaîne insécable (les mots-nombres commencent à être individualisés mais restent insécables. L'enfant ne peut poursuivre qu'à partir de 1 ou en se faisant aider par un amorçage de plusieurs mots+nombres)
- ✓ **Niveau 3:** Chaîne sécable (L'enfant peut compter « à partir de... » et « jusqu'à »).
- ✓ **Niveau 4:** Chaîne terminale (L'enfant peut compter à rebours, de x en x, « à partir de/jusqu'à »)

	1 à 2	1 à 20	1 à 30	1 à 40	1 à 50	1 à 60
Réciter la comptine des nombres dans l'ordre	1	2	3	4	5	6
Réciter la comptine des nombres <b>jusqu'à</b> un nombre donné	1	2	3	4	5	6
Réciter la comptine <b>à partir d'un</b> nombre donné	1	3	4	5	6	/
Réciter la comptine des nombres en intercalant des mots	1	2	3	/	/	/
Réciter la comptine en intercalant des phrases ou des groupes de mots	1	2	3	/	/	/
Réciter la suite des nombres <b>à rebours</b>	2	3	/	/	/	/
Dire le nombre <b>après n</b>	1	3	5			
Dire le nombre <b>avant n</b>	1	3	5			
Réciter la suite des nombres de 10 en 10	/	/	/	/	5	6
Réciter la suite des nombres de 2 en 2	3	4	5	/	/	/

# Objectif n°2 : Maîtriser le dénombrement

## 1) Qu'est-ce que dénombrer ?

→ **Dénombrer** c'est trouver le nombre d'éléments d'une collection quel que soit le moyen utilisé pour trouver ce nombre.

## 2) Dénombrer, comment ? Les procédures de dénombrement

### a) Dénombrer par reconnaissance immédiate des petites quantités

C'est le **subitizing** (capacité d'énumération immédiate des unités jusqu'à 3) : l'enfant reconnaît d'une seule perception (perception globale) le nombre d'objet d'une petite collection d'objets (constellation non organisée).

### b) Le comptage

= **Enumération** des objets à l'aide de la comptine numérique pour dénombrer une collection.

Pour réussir à dénombrer les éléments d'une collection par comptage l'enfant doit comprendre que le dernier mot-nombre prononcé représente à lui seul la quantité de tous les objets (principe de cardinalité).

Les élèves doivent en amont :

- Comprendre que la nature des objets à compter n'a pas d'importance
- Comprendre qu'on peut compter les objets dans n'importe quel ordre.
- Savoir énumérer les éléments d'une collection c'est-à-dire savoir passer tous les éléments en revue sans en oublier et sans en désigner un deux fois.
- Connaître la comptine numérique
- Savoir associer à chaque élément de l'ensemble un mot-nombre et un seul de la comptine récitée dans l'ordre

2 procédures peuvent être observées :

- 1) Les objets sont déplaçables : L'enfant déplace les objets les uns après les autres en disant la comptine en associant chaque mot nombre à un objet.
- 2) Les objets ne sont pas déplaçables : L'enfant pointe chaque objet avec son doigt en associant chaque mot nombre de la comptine à un objet. (Progressivité : porter une marque sur chaque objet compté et ensuite se passer de la marque, garder la mémoire de l'objet compté).

Lors de ces activités de dénombrement par comptage, l'enfant doit prendre conscience de la relation arithmétique qui existe entre chaque mot nombre de la comptine numérique : « +1 »

### c) Le surcomptage

Le **surcomptage** : lors d'une réunion de collections, l'élève repère une quantité connue et continue le comptage de la collection ajoutée.

=> Rôle de la maîtrise de la suite numérique (+1).

=> Notion de successeur (+1).

=> Amener à la maîtrise du surcomptage

### d) Le décomptage

Le **décomptage** correspond au surcomptage, si l'on prend la suite à rebours. Par exemple, si l'on sait qu'il y a normalement 25 élèves dans la classe et qu'il y a ce jour 3 absents, un enfant de grande section de maternelle peut procéder ainsi, par décomptage (souvent en s'aidant de la bande numérique) : « vingt-quatre, vingt-trois, vingt-deux » Il y a aujourd'hui 22 enfants dans la classe.

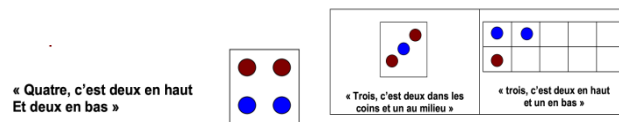


**Maîtriser le dénombrement, selon GELMAN => 5 principes :**

- 1) **Principe d'adéquation unique** : Coordonner l'énumération des objets de la collection avec celui des mots-nombres de façon à établir une correspondance terme à terme entre l'ensemble des mots-nombres et l'ensemble des objets
- 2) **Principe d'ordre stable** : Pouvoir utiliser une suite de mots-nombres à la fois stable et conventionnelle
- 3) **Principe cardinal** : Avoir pris conscience qu'à la fin du dénombrement, le dernier mot-nombre prononcé correspond au nombre d'éléments de la collection,
- 4) **Principe d'abstraction** : Faire abstraction de la nature et des différences éventuelles entre les objets dénombrés ainsi que de leur position spatiale.
- 5) **Principe de non pertinence de l'ordre** : Avoir pris conscience que l'ordre dans lequel sont comptés les

### 3) Passer du dénombrement au calcul.

=> Passer du dénombrement au calcul, c'est établir des liens (= des **relations arithmétiques**) entre les nombres.



A l'école maternelle, les élèves apprennent d'abord à dénombrer par comptage.

Un des enjeux du cycle 2 est de les amener à **passer de stratégies de comptage à des stratégies de calcul.**

Il est important et nécessaire de développer très tôt, sur des petits nombres, les premiers calculs.

*Exemple : on peut demander aux élèves de montrer avec les doigts, de différentes manières, les quantités connues (jusqu'à 5). Il s'agira non seulement de reconnaître instantanément (collection organisée) une représentation des nombres, mais aussi de considérer les propositions faites à l'aide des deux mains (trois, c'est deux et un, quatre, c'est trois et un, deux et deux, ...).*

L'une des hypothèses déjà évoquée par ailleurs (aspect ordinal du nombre) est que le **surcomptage** est un moyen facilitant le passage du dénombrement au calcul.

# Objectif n°3 : Comprendre les fonctions du nombre

## A quoi servent les nombres ?

1) => A mémoriser une quantité, une position (aspects cardinal et ordinal)

a) Conserver la mémoire du rang (Aspect ORDINAL)

Le nombre entier a aussi un aspect ordinal qui ne doit pas être négligé car il figure un aspect immuable de la droite numérique des entiers naturels.

b) Comprendre que le dénombrement est un moyen expert pour construire une collection (aspect CARDINAL)

=> Principe de cardinalité énoncé par GELMAN.

Pour aider les élèves à construire ce concept, il faut leur permettre de manipuler de vrais objets de la PS à la GS (ne pas hésiter à réitérer aussi longtemps que nécessaire les manipulations)

Il faut que l'enfant comprenne que le nombre constitue une classe d'ensembles équivalents (4 tasses, 4 cuillères, 4 sucres), pour cela il faut lui permettre de manipuler différents objets pour constituer des collections afin de lui faire observer et prendre conscience de l'invariance d'une quantité pour un mot nombre donné. Il faut que l'enfant comprenne que le dernier mot-nombre prononcé est le cardinal du nombre et que s'il compte demain la même collection, il aura le même nombre d'objets qu'il nommera avec le même mot nombre.

Situation : lors des rituels par exemple, garder une trace du nombre d'élève sur la semaine puis comparer.

C'est ainsi que progressivement tout au long de l'école maternelle la notion de nombre va se construire.

Pour comprendre que le nombre d'objets ne dépend pas de l'objet lui-même mais de la quantité, on peut constituer des « boîtes-nombres » (qui servent à matérialiser la quantité et que l'on peut associer à la file numérique) de la PS à la GS en fonction des capacités de comptage des élèves.

En GS, la composition de ces boîtes peut évoluer quand on atteint la dizaine : des petits sacs en plastique transparents enferment la dizaine et les éléments isolés restent à côté : c'est une première approche de la correspondance entre l'écriture des nombres à plusieurs chiffres et l'organisation en groupements de 10 de la numération décimale.

## 2) => A résoudre des problèmes en anticipant des résultats dans des situations encore non réalisées

### Qu'est-ce qu'un problème ?

=> Un problème est une situation « résistante » : la solution n'est pas disponible de suite mais il y a possibilité de la construire.

### Quels problèmes ?

-> Des **problèmes ouverts** : plusieurs « réponses » possibles => On vise la construction de connaissances.

-> Des **problèmes pour apprendre à chercher** => On cherche à développer l'esprit logique.



En ce qui concerne la **manipulation** : Elle est absolument nécessaire pour la découverte d'une situation. Cependant, la construction mathématique ne commence qu'à partir du moment où le « réel » s'estompé (abstraction), d'où la nécessité de mettre en place des **situations** qui mettent le matériel à distance après une phase d'appropriation. Ce qui crée les conditions de l'activité mathématique, c'est le fait de pouvoir **anticiper** une réponse plus que de la constater.

### Quels types de situation proposer ?

- ⇒ Rituelles (comptage des présents et absents, etc.)
- ⇒ Fonctionnelles (liées à la vie de la classe)
- ⇒ Construites (c'est-à-dire dont l'enjeu est un apprentissage ciblé et voulu, par rapport à des compétences des IO)

### Les spécificités d'une situation-problème :

- 1) **Phase d'appropriation**: l'enfant doit clarifier dans sa tête le but à atteindre (la dévolution du problème)
- 2) **Phase de mise en confiance**: inviter l'enfant à accepter de se tromper et à réessayer. L'élève doit être amené à repérer ses erreurs pour pouvoir modifier sa démarche.
- 3) **Phase de recherche, mise en situation**: la solution n'est pas disponible d'emblée. L'élève doit savoir que dans le respect des contraintes de la situation, il peut élaborer sa propre méthode de résolution: favoriser les démarches personnelles. Le même problème peut être résolu par des moyens différents.
- 4) **Phase de verbalisation**: Importance des échanges entre enfants et de la verbalisation des procédures. Inviter l'élève à prendre du recul, à réfléchir à ce qu'il a fait, à verbaliser ce qu'il a fait, à s'intéresser aux procédures des autres... pas facile en maternelle...
- 5) **Phase de validation**: Important que l'élève puisse juger par lui-même de la pertinence de sa réponse. Le retour aux objets afin de contrôler la validité de la réponse anticipée est un moment fondamental. ⇒ Situations autovalidantes