29 septembre 2014

Rugby

Pour simplifier l'étude, les joueurs et le ballon seront supposés ponctuels et assimilés à leurs centres d'inertie.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

1. Le rugby, sport de contact

Document 1 : le plaquage

Il y a « plaquage » lorsqu'un joueur porteur du ballon, sur ses pieds dans le champ de jeu, est simultanément tenu par un ou plusieurs adversaires, qu'il est mis au sol et/ou que le ballon touche le sol. Ce joueur est appelé « joueur plaqué ».

D'après http://www.francerugby.fr/

Le plaquage va être considéré comme un choc entre deux joueurs A et B sur un terrain boueux et glissant (dans les instants qui précèdent et qui suivent le choc, tous les frottements seront négligés).
Le joueur attaquant A de masse m_A = 115 kg et se déplaçant en mouvement rectiligne uniforme de direction horizontale à une vitesse de valeur v_A = 5,0 m.s^{-1} est plaqué par le joueur défenseur B de masse m_B = 110 kg et de vitesse négligeable, le plaqueur s'était positionné immobile face à l'attaquant ($\overrightarrow{vB} = \vec{0}$).

1.1. Dans quel référentiel les vitesses sont-elles définies ?

Référentiel terrestre (« supposé galiléen » n'était pas exigé)

1.2. Expliquer pourquoi l'on peut considérer le système {A + B} comme pseudo-isolé pendant toute la durée de la situation étudiée (*quelques instants avant le plaquage / plaquage / quelques instants après le plaquage*).

Il était assez compliqué de démarrer en justifiant rigoureusement que le système, l'ensemble {A+B}, évoluait en mouvement rectiligne uniforme (comment prouver que le choc ne perturbe pas ce mouvement d'ensemble ? Pas simple, pas faisable). Il fallait donc prendre la question dans le bon sens : le système peut être considéré comme pseudo isolé parce que les forces extérieures qui s'exercent se compensent, s'annulent, … Et on cite explicitement ces forces ! Le poids (vertical et vers le bas) et la réaction du sol (verticale et vers le haut – le sol étant horizontal) pour A et pour B et, tant qu'à faire, on propose des schémas.

1.3. Enoncer la première loi de Newton.

Même style de remarque : il ne faut pas tout mélanger et ne rien oublier. Les deux premières lois de Newton relient explicitement mouvement et forces.
Ici : Dans un référentiel galiléen, la quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé est constante.

1.4. **Situation 1** : le plaquage est réussi, A et B sont accrochés l'un à l'autre suite à l'impact. Exprimer, en justifiant le raisonnement, la vitesse des deux joueurs liés après l'impact puis calculer sa valeur.

On exprime la quantité de mouvement du système :

- en tant que somme des quantités de mouvement de A et de B ;
- avant et après le choc ;
- on égalera les deux expressions obtenues ;
- Comme il s'agit d'une relation vectorielle et que nous souhaitons accéder à un résultat qui est une valeur de vitesse, il faudra faire preuve de rigueur lorsque l'on passera d'une relation vectorielle à une relation entre valeurs : **La relation entre vecteurs reste valable entre les coordonnées de ces vecteurs. Nous choisissons de considérer une seule direction, caractérisée par un sens positif (le sens du mouvement de A) et par une coordonnée x.**
- Remarque : la quantité de mouvement du système reste constante, mais rien n'indique qu'elle est nulle (elle ne l'est pas).

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$$
$$m_A \times \overrightarrow{v_A} + m_B \times \overrightarrow{v_B} = m_A \times \overrightarrow{v'_A} + m_B \times \overrightarrow{v'_B}$$

B étant immobile avant, $\overrightarrow{v_B} = \vec{0}$; A et B étant liés après, $\overrightarrow{v'_A} = \overrightarrow{v'_B} = \overrightarrow{v'}$

D'où : $m_A \times \overrightarrow{v_A} = (m_A + m_B) \times \overrightarrow{v'}$

Et avec les coordonnées : $m_A v_{Ax} = (m_A + m_B)\, v_x'$

Soit $v'_x = \frac{m_A v_{Ax}}{m_A + m_B}$ = 2,6 m.s^{-1}

Ainsi, $v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = \sqrt{v'^2_x + 0} = |v_x|$ = 2,6 m.s^{-1}.

1.5. **Situation 2** : le plaquage est complètement loupé et le joueur B rebondit sur le joueur A sans avoir pu le saisir un seul instant ! En considérant que toutes les vitesses (avant et après impact) ont la même direction, déterminer les valeurs et les sens des vitesses $\overrightarrow{v'A}$ et $\overrightarrow{v'B}$ des deux joueurs après ce choc dit « élastique ».

Alors là, grosse affaire si on veut aller au bout… La question est sur deux points dont 0.5 hors barème. De nouveau la quantité de mouvement totale se conserve et la présentation rigoureuse de cette conservation, avec des coordonnées selon le même axe Ox défini dans la question précédente, donne : $p_{Ax} = p'_{Ax} + p'_{Bx}$, ou : $m_A v_{Ax} = m_A v'_{Ax} + m_B v'_{Bx}$.

Là, il fallait s'arrêter et dire : « je suis coincé, j'ai deux inconnues, et je n'ai qu'une relation… En plus, si je suis convaincu que v'_{Bx} est positif (la percussion de A a mis en mouvement B dans le sens positif) je ne sais pas trop quoi penser du signe de v'_{Ax}...

Si vous en êtes arrivé là, vous avez 1,5 pts.

Lecture facultative à partir d'ici (pour cette question)

On réfléchit… « Quelle deuxième relation pourrait relier ces vitesses ? » « A-t-on évoqué en cours une grandeur physique qui elle aussi se conservait ? » L'énergie ? OUI

Le système évolue horizontalement, son énergie potentielle de pesanteur est constante (on n'a qu'à dire qu'elle est nulle). L'énergie mécanique du système est donc ramenée à son énergie cinétique. Qu'est-ce qui permet de finalement dire que l'énergie cinétique se conserve au cours de ce choc ? Le fait qu'il soit décrit comme « élastique ». Il y a très peu de temps d'interaction entre A et B, ils se percutent très brièvement, il n'y a pas de déformations définitives, il ny a pas le temps pour des frottements ou autres dissipations. Le système ne perd pas d'énergie mécanique, son énergie potentielle est constante, donc son énergie cinétique aussi !

Avant de poser l'égalité, on rappelle que la vitesse de B avant le choc est nulle (donc pas de terme d'énergie cinétique de B avant le choc) et que les vitesses sont dirigées uniquement selon l'axe Ox, ce qui fait que, par exemple, $v'^2_A = v'^2_{Ax}$, etc (idem avec v_A et v'_B). Donc :

$\frac{1}{2} m_A v^2_{Ax} = \frac{1}{2} m_A v'^2_{Ax} + \frac{1}{2} m_B v'^2_{Bx}$ **Voilà notre deuxième équation pour résoudre notre système !**

Bon courage pour la résolution, on obtient deux solutions dont une qui a du sens physique (on a vu les deux joueurs se cogner et B tomber sur les fesses…) : B est propulsé à 5,11 m.s^{-1} et A continue dans le même sens à 0,11 m.s^{-1} (l'autre solution correspondrait au cas où A et B se seraient loupés…)

2. Le rugby, sport d'évitement.

Document 2 : La chandelle

Au rugby, une « chandelle » désigne un coup de pied permettant d'envoyer le ballon en hauteur par-dessus la ligne de défense adverse. L'objectif pour l'auteur de cette action est d'être au point de chute pour récupérer le ballon derrière le rideau défensif.

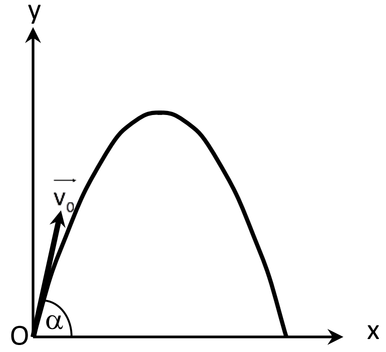
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le champ de pesanteur terrestre est considéré uniforme, de valeur g = 9,81 N.kg^{-1}.
On négligera toutes les actions dues à l'air.

Le joueur A est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$, de direction horizontale.
Afin d'éviter un plaquage, il réalise une chandelle au-dessus de son adversaire.

On définit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$:

- origine : position initiale du ballon ;
- axe des coordonnées horizontales x dirigé par le vecteur unitaire $\vec{i}$ de même direction et de même sens que $\vec{v_1}$;
- axe des coordonnées verticales y dirigé par le vecteur unitaire $\vec{j}$ vertical et vers le haut.

À l'instant t = 0 s, le **vecteur vitesse du ballon** fait un angle α égal à 60° avec l'axe Ox et sa valeur est $v_0 = 10{,}0\ m.s^{-1}$.
Le graphique ci-dessous représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.



(Notez que, par souci de simplification, on considère que le départ et l'arrivée du ballon se font au niveau du sol)

2.1. Étude du mouvement du ballon.

2.1.1. Enoncer la deuxième loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures qui s'exercent sur un système matériel est égale à (au) :

- La dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement du système (version1)
- Produit de la masse du système par l'accélération de son centre d'inertie.

2.1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon.

En appliquant la deuxième loi et d'après le repère choisi, on arrive (il fallait tout détailler) à :

$a_x = 0$ $\quad$ $a_y = -g = -9{,}81$ **VOIR COURS !!**

2.1.3. Montrer que les équations horaires de position caractéristiques du mouvement du point M sont :

$$x(t) = (v_0.\cos\alpha).t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (v_0.\sin\alpha).t$$

Les c + onditions initiales donnent :

$\vec{v_0}(v_{0x} = v_0\cos\alpha,\ v_{0y} = v_0\sin\alpha)$: à justifier en reproduisant le schéma du vecteur vitesse initiale et en indiquant l'angle α, ...

$\vec{OG}_0\ (x_0 = 0,\ y_0 = 0)$

Les coordonnées de la vitesses sont obtenues en réalisant les primitives par rapport au temps des coordonnées de l'accélération.

Ainsi : v_x = cste (primitive de zéro) $v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha$

$v_y = -gt$ + cste (primitive de –g) $v_y = -gt + v_0\sin\alpha$ (constante trouvée en se plaçant dans les conditions initiales, à t = 0)

Les coordonnées de positions sont obtenues en réalisant les primitives par rapport au temps des coordonnées de vitesse :

$v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha$

$v_y = -gt$ + cste (primitive de –g) $v_y = -gt + v_0\sin\alpha$ + cste = $v_0\cos\alpha.t + x_0 = v_0\cos\alpha.t$ (1)

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha.t + \text{cste} = = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha.t + y_0 = = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha.t$ (2)

(l'établissement de ces équations passera obligatoirement par l'établissement rigoureux des équations horaires de vitesse $v_x(t)$ et $v_y(t)$)

En déduire l'équation de la trajectoire du point M :

$$y(x) = -\frac{g}{2(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x \qquad (3)$$

De l'équation horaire (1) on exprime $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ que l'on remplace dans l'équation (2) : $y = = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{v_0 \cos\alpha})^2 + v_0\sin\alpha.\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$, les v_0 se simplifient et le quotient $\sin\alpha/\cos\alpha$ correspond à $\tan\alpha$, on obtient bien l'équation (3).

2.1.4. Le tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** rassemble les représentations graphiques de l'évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x et v_y, coordonnées des vecteurs position et vitesse du point M.
Dans le tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, écrire sous chaque courbe l'expression de la grandeur qui lui correspond en justifiant votre choix.
$v_x = v_0\cos\alpha$ = constante au cours du temps : graphe (1) ;
$v_y = -gt + v_0\sin\alpha$: fonction du temps affine et décroissante : graphe (3) ;
$x = v_0.t.\cos\alpha$ fonction linéaire croissante, graphe (2)
$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha.t$ fonction du second degré, à présentation graphique « parabolique »

2.2. Une « chandelle » réussie

2.2.1. Déterminer <u>par un calcul</u> le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.

Retour au sol, y = 0, soit $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha.t = 0$ soit : $-\frac{1}{2}gt + v_0\sin\alpha = 0$ (la solution t = 0 ne nous intéresse pas elle correspond au démarrage du mouvement)… $t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ … On trouve environ 1,8 s, ce qui coïncide bien avec le graphe 4 (durée écoulée entre les deux passages à t = 0 m)

Vérifier la valeur obtenue en faisant clairement apparaître la réponse sur l'un des graphes du tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

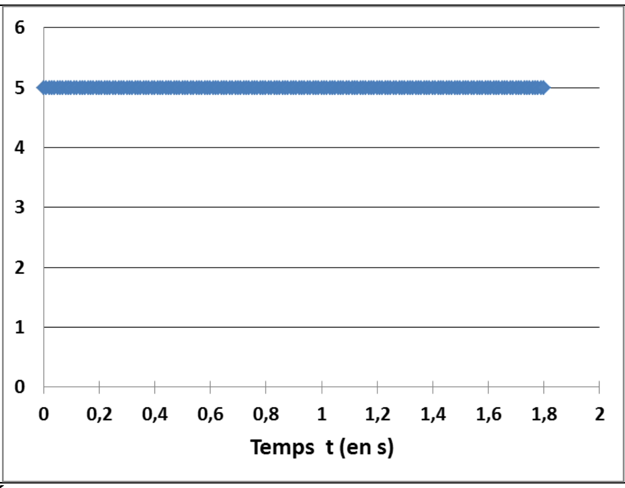
2.2.2. Déterminer de deux manières différentes la valeur de la vitesse v_1 du joueur pour que la chandelle soit réussie.

Méthode 1 : le joueur cours en permanence sous le ballon pour le recevoir lorsqu'il revient à son niveau, la vitesse du joueur doit être égale à la composante horizontale v_x (constante, on le rappelle) de la vitesse du ballon : $v_1 = v_x = v_0\cos\alpha = 5\ m.s^{-1}$.

Méthode 2 : On calcule l'avancée selon x du ballon pendant 1,8 s à l'aide de l'équation horaire x(t) :
$x = v_o.t.\cos\alpha = 10*1,8*\cos60 = 9$ m
Le joueur doit lui aussi parcourir ces 9 m en 1,8 s à vitesse constante $v_1 = \frac{9}{1,8} = 5\ m.s^{-1}$ (on a le droit d'utiliser une formule de type « vitesse moyenne » $v = \frac{v}{\Delta t}$, parce que la vitesse est constante…)

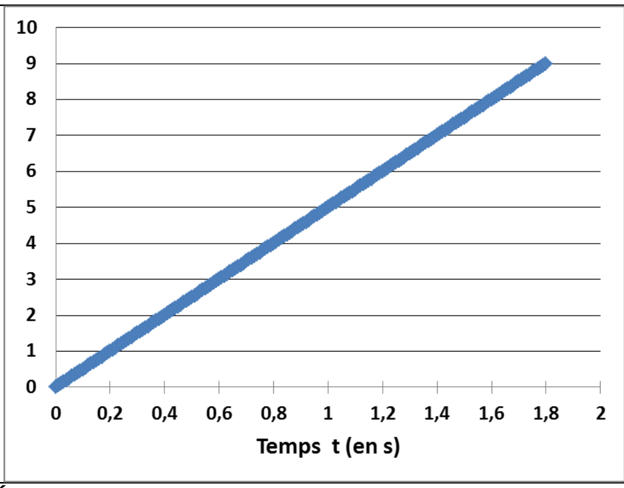
Annexe à rendre avec la copie

Tableau rassemblant les représentations graphiques de l’évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x et v_y.



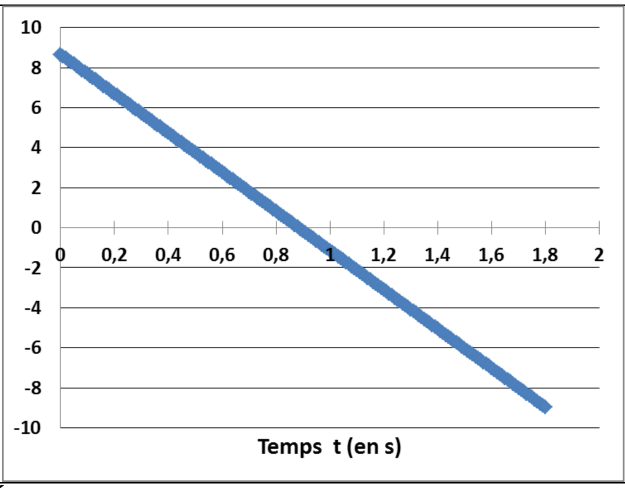
Équation :

Justification :



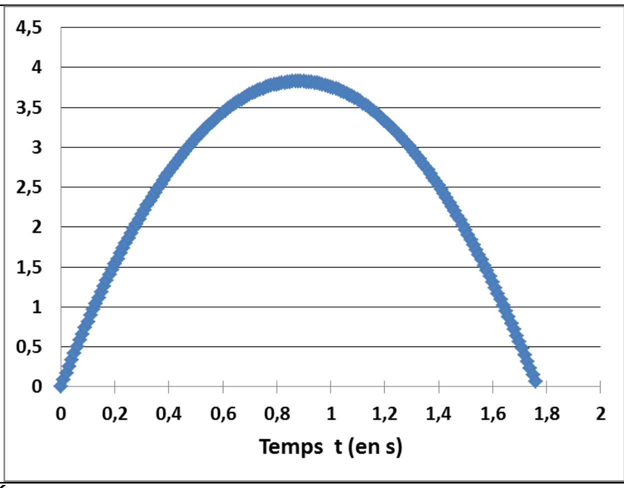
Équation :

Justification :



Équation :

Justification :



Équation :

Justification :