

# L'approche des nombres en maternelle

## I. Du côté théorique et didactique:

### A. Le nombre ça sert à quoi ?

- a) Les nombres servent à **mémoriser les quantités** et à **construire ainsi des collections** ayant le même nombre d'éléments, sans la présence explicite de la collection de référence.
- b) Les nombres servent à **comparer les quantités** sans la présence explicite des collections de référence
- c) Les nombres servent à **agir sur les quantités** sans la présence explicite des collections de référence : à les transformer, les réunir, les partager..., donc à **calculer**

### B. Le nombre : les points clés de l'apprentissage

#### a. La comptine numérique (la chaîne orale)

Les observations font apparaître plusieurs stades dans la récitation de cette comptine :

- « la chaîne en chapelet » : une simple récitation de la comptine « undeuxtroisquatre... » dans laquelle les mots ne sont pas différenciés. L'enfant récite sans pouvoir « sélectionner ». Si l'adulte l'interrompt il ne peut repartir.
- « La chaîne non sécable » Une suite de mots bien distincts « un-deux-trois-quatre... », l'enfant repart toujours de « un » mais si l'adulte lui propose une amorce (six-sept...) il peut poursuivre.
- « La chaîne sécable » Une suite de mots bien distincts et l'enfant est capable de partir de n'importe quel nombre autre que « un ».

Le passage d'un stade à l'autre plus performant fait partie d'un apprentissage qui peut commencer relativement tôt au moyen d'activités telles que les comptines numériques, les livres à compter, le calendrier, les comptages divers au sein de la classe (absents, présents...); Mais il faut retenir que **c'est une connaissance langagière**.

Un enfant peut savoir « compter », c'est-à-dire réciter les premiers mots de la comptine et ne pas penser qu'une suite stable de mots peut servir à comparer deux collections du point de vue de leur quantité.

Un autre enfant peut savoir « compter » (réciter la comptine) sans pour cela donner une signification numérique à chacun des mots qu'il prononce. Il est, par exemple, incapable de l'utiliser pour dire combien il y a d'éléments dans une collection donnée. Brissiaud parle alors de comptage-numérotage.

**L'enjeu prioritaire est bien de construire un rapport conscient entre cette récitation (qui serait a priori exclusivement du langage) et les quantités (lien entre code oral et quantité).**

### **b. Le comptage-dénombrement**

Savoir dénombrer c'est (en s'appuyant sur les principes généraux dégagés par R Gelman et C.R.Gallistel, chercheurs en psychologie) répondre à la question « combien ? ». C'est :

- être capable de **réciter de façon stable** une partie de la comptine, de la réciter aussi bien lentement que rapidement, en s'arrêtant, en reprenant.
- être capable de **coordonner le geste de la main avec l'énumération des mots** de façon à établir une correspondance terme à terme : un mot- un objet
- être capable **d'associer le dernier mot prononcé au nombre d'éléments** de la collection d'objets à dénombrer : savoir que ce mot correspond à la réponse de la question « combien ? »
- savoir que le nombre d'éléments est indépendant **de l'ordre** dans lequel on a compté ces éléments.
- être capable de **distinguer dans la collection les objets déjà comptés** de ceux qui ne le sont pas encore

*Attention !* Il ne faut pas institutionnaliser trop tôt ce rapport entre récitation et quantité au risque de créer des obstacles très résistants à certains apprentissages ultérieurs. Par exemple de nombreux élèves jusqu'en CE1 rencontrent des difficultés dans les apprentissages du calcul : les seules procédures qu'ils emploient dans les additions simples sont le comptage ou le surcomptage (compter à partir de n pour calculer n +m) au détriment d'autres procédures plus efficaces comme le calcul réfléchi, par exemple, l'utilisation de sommes partielles mémorisées : pour calculer 7+8, ils vont surcompter à partir de 7, au lieu d'utiliser le résultat mémorisé de 7+7 et d'y rajouter 1

En somme « compter » est nécessaire mais il est important d'initier précocement d'autres apprentissages, par exemple celui qui utilise les collections-témoins.

### **c. Les collections témoins**

**Ce sont des collections particulières qui permettent de communiquer des quantités (la communication pouvant être non verbale).**

Le principe de base pour construire ces collections est la correspondance terme à terme, c'est-à-dire une procédure non numérique. On peut faire correspondre par exemple des quantités avec des doigts, des collections de points...

#### ➤ **Comment communiquer une quantité ?**

Par exemple comment les enfants peuvent communiquer la quantité 7 :

- Ils dessinent 7 objets avec tous les détails
- L'autre étape consiste à utiliser une collection témoin de la quantité (MS et GS) : c'est une représentation analogique qui utilise la correspondance terme à terme
- Dans une autre étape, les chiffres prennent le relais : le qualitatif fait place au symbolique, les chiffres apparaissent. Mais le perceptif et la correspondance terme à terme « résistent » : il faut 7 chiffres pour communiquer « 7 »
- Enfin les élèves ont recours au chiffre 7 pour représenter à lui seul la quantité voulue.

#### ➤ **Quelle utilisation didactique ?**

Tout d'abord la désignation d'une quantité au moyen des doigts ne nécessite pas systématiquement le comptage. Par exemple un enfant de 3 ans est capable de donner son âge en montrant une collection de 3 doigts, sans pour autant être capable de la nommer par un mot nombre.

Il peut de la même façon utiliser une collection de 3 doigts pour demander : « je veux ça de bonbons »

L'adulte peut intervenir, dans un premier temps en disant : « ça c'est trois » et en faisant le geste d'entourer les trois doigts. Pour initier le comptage, c'est-à-dire le lien entre quantité, comptage et mot-nombre, l'adulte peut aussi dans un deuxième temps, dire : « regarde trois c'est aussi ça : un, deux, trois, en pointant le premier doigt puis en faisant le geste d'entourer les deux doigts et enfin le geste d'entourer les trois doigts.

On évite la stratégie de pointer les doigts les uns après les autres, afin de bien montrer la relation entre mot-nombre et quantité.

#### ➤ **Des situations possibles de ces collections témoins**

- Les comptines qui permettent de centrer l'enfant sur les quantités représentées par les doigts et sur les mots-nombres (cf les lapins copains)
- Ranger des collections déjà constituées (objets attachés entre eux) dans des cases repérées par des collections témoins (doigts, dés...)
- Des jeux de loto : il s'agit de faire correspondre le carton sur lequel est dessiné une collection d'objets et l'image de la main (sur le carton du loto)

#### **d. La structuration des quantités : du dénombrement au calcul**

Au-delà de trois ou de quatre, **structurer les quantités c'est décomposer la collection en sous-collections, les associer à des mots-nombres et activer un mot-nombre en mémoire à long terme qui correspond à la quantité globale.**

Exemple : sur un carton où est représentée une collection de six objets, l'enfant reconnaît vite six parce qu'il a perçu globalement deux sous-collections de trois. Il peut dire : « J'ai vu trois et trois » et l'enseignant intervient en disant : « oui, c'est bien. Tu as vu six également »

Garder le résultat en mémoire et l'utiliser à bon escient devient un objectif d'apprentissage.

On distingue trois intervalles sur lesquels opère la « pensée du nombre » :

- **L'intervalle des petits nombres : de 1 à 3 ou 4**  
Sur cet intervalle, la reconnaissance globale se met en place très rapidement, elle est associée à l'utilisation des collections témoins.
- **L'intervalle des nombres familiers** : selon l'âge de l'enfant, cet intervalle varie jusqu'à 4 ou 5, puis 5 à 6 puis 6 à 7 puis 7 à 8...  
Sur cet intervalle, par l'intermédiaire d'exercices permettant de structurer les quantités, la logique du calcul doit prendre place de la logique du comptage..
- **L'intervalle des grands nombres : jusqu'à l'infini**  
Sur cet intervalle, le comptage est prépondérant, il permet d'accéder à la quantité avec une fiabilité de plus en plus sûre (fixation de la comptine numérique)

Le deuxième intervalle doit prendre la place du troisième : 8 est un grand nombre pour un enfant de MS, il devient familier en GS et CP quand il est capable de le structurer par exemple en « 8 c'est 4 et 4, ou 3 et 3 et 2, puis plus tard en  $4 + 4$ ... »)

L'enseignant doit proposer de nombreuses situations dans lesquelles la variable vitesse de dénombrement doit jouer pour inciter l'élève à dépasser sa procédure de comptage au profit d'une procédure de calcul.

Attention : cela ne veut pas dire qu'il faut abandonner le comptage ! il faut le remettre à sa juste place. Il faut enseigner d'autres procédures afin que les enfants puissent accéder au calcul.

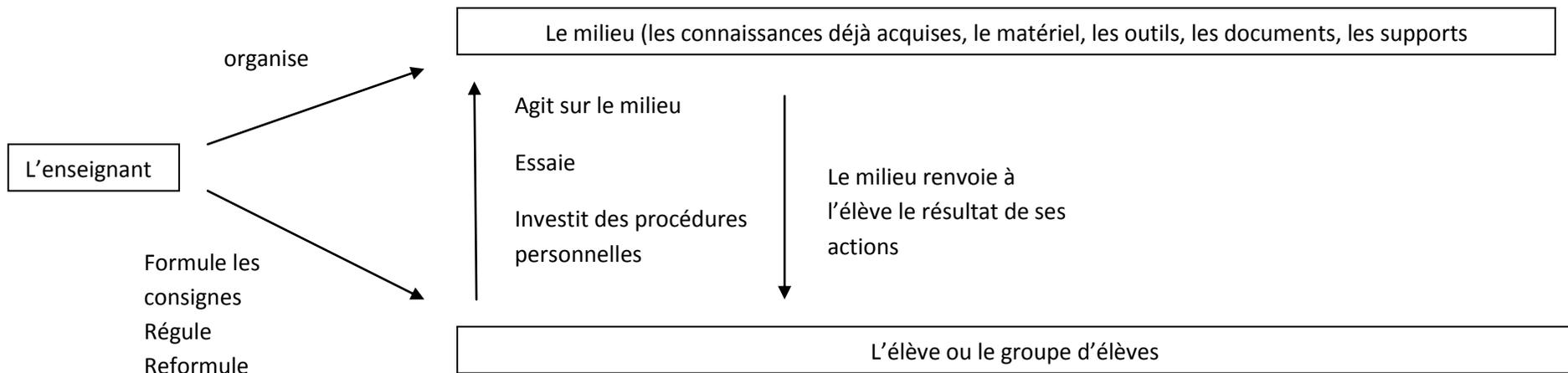
### C. La résolution de problèmes : le fondement de l'apprentissage des mathématiques

#### a. La situation problème :

Le dénombrement et la connaissance des nombres sont les clés pour construire la compétence : « comparer les quantités et résoudre des problèmes portant sur les quantités ». Connaissance des nombres pour résoudre des problèmes et situation problème pour apprendre à dénombrer et à connaître les nombres.

La résolution de problème est utile dès l'école maternelle, pour apprendre, mais pour qu'elle soit déclencheuse de processus d'apprentissage il faut qu'elle soit :

- **Sollicitante** : pour que l'élève agisse, investisse le milieu qui lui est proposé.
- **Ouverte** : pour que l'élève investisse ses procédures personnelles mais puisse aussi en trouver d'autres qui permettent de résoudre.
- **Spécifique** : pour que l'élève reconnaisse l'activité mathématique en tant que telle à travers la situation et non un autre champ disciplinaire (sciences par exemple).



Une situation d'apprentissage pertinente est celle qui permet des « aller-retour » successifs entre l'élève et le milieu, indépendamment des interventions didactiques de l'enseignant.

Pour l'élève qui n'a ni le référent numérique sous les yeux, ni le « mot nombre » :

- ☛ Il s'agit de passer d'une perception visuelle globale et directe à une activité de dénombrement, donc de comptage.
- ☛ Dans tous les exercices proposés, il faut garder à l'esprit que c'est grâce au nombre que les élèves vont pouvoir anticiper le résultat de leurs actions.
- ☛ A terme, avant toute manipulation, les élèves proposeront une réponse numérique ; la manipulation confirmera ou infirmera la proposition de l'élève.

#### b. Les types de problèmes (d'après ..... « fort en calcul mental »)

- ☛ **Construire une collection équipotente** : Construire une collection de même cardinal qu'une collection donnée. Si le maître demande à l'élève de construire cette collection ailleurs, alors l'élève devra faire évoluer ses stratégies de mémorisation
- ☛ **Compléter une collection** : Faire compléter une collection pour obtenir une collection égale à une collection donnée. Là encore c'est l'éloignement qui fait l'intérêt de l'exercice et la capacité à se souvenir des deux quantités pour les comparer.
- ☛ **Comparer deux collections** : Si, dans un premier temps, ces deux collections peuvent être côte à côte et déplaçables, c'est l'impossibilité de les déplacer puis leur éloignement qui rendra le recours au nombre nécessaires.
- ☛ **Partager une collection** : dans le contexte familial d'une activité de classe

### c. Les variables :

Une même situation problème peut être utilisée de la petite à la grande section en jouant sur les variables pour la faire évoluer et en modifier les attendus. De telles situations sont utiles. Les enfants les connaissent, les reconnaissent et perdent moins de temps dans la mise en action.

Les variables sont de deux ordres :

- ☛ Pédagogiques : Il s'agit là du matériel, des documents, des outils mis à la disposition des élèves. Modifier le matériel proposé permet de constituer des milieux différents pour une même situation. Il s'agit aussi de l'organisation pédagogique mise en œuvre par l'enseignant : élève seul, groupe d'élèves, tâches confiées, validation par l'atsem ? par l'enseignant, etc....., mais aussi de l'éloignement des collections.
- ☛ Didactiques : Il s'agit des données mathématiques.... Ici la quantité d'éléments dans les collections pas exemple.

## II. Du côté des programmes :

### A. 4 compétences relatives aux quantités et aux nombres, pour la fin de la maternelle:

- ❶ Comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur les quantités
- ❷ Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus
- ❸ Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30
- ❹ Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée

### B. Les contenus

Il n'y a pas de domaine « mathématiques » en maternelle. « Approcher les quantités et les nombres » se trouve dans le chapitre « Découvrir le monde »

Les objectifs assignés à l'école maternelle concernant l'approche des quantités et des nombres sont les suivants:

#### ❶ Acquérir la suite des nombres (la comptine numérique) au moins jusqu'à 30

« Elle est introduite dans des situations concrètes (par exemple le calendrier) ou des jeux (déplacements sur une piste portant des indications chiffrées : petits chevaux, jeu de l'oie...) Les enfants établissent ainsi une première correspondance entre la désignation orale et la désignation chiffrée.

L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. »

Attention : apprendre la suite orale des nombres n'est pas « apprendre à compter » !

#### ❷ Utiliser la comptine numérique dans des procédures de dénombrement

Il s'agit d'amener l'enfant à dépasser le stade de l'estimation perceptive globale des collections (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup) pour aller vers le dénombrement. C'est ainsi que l'enfant passera par :

- a) La reconnaissance du nombre d'objets dans des petites collections par perception instantanée : reconnaissance directe de « 3 » sans nécessairement compter 1, 2, 3
- b) La comparaison de collections à des collections naturelles (doigts de la main) ou à des collections repères (constellations du dé)
- c) Le dénombrement en utilisant la comptine numérique parlée qui est progressivement fixée et complétée.

### ④ Comprendre les fonctions du nombre :

- Une fonction cardinale : un nombre permet de représenter une quantité
- Une fonction ordinale : un nombre permet de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets

Il s'agit de donner du sens aux nombres par leur utilisation dans la résolution de problèmes de situations vécues (jeux, activités de la classe...) ; Ces problèmes sont choisis pour que les nombres y apparaissent comme des outils efficaces pour **anticiper** le résultat :

#### A. d'une action sur les quantités :

- comparaison
- réalisation d'une collection équipotente
- augmentation
- diminution
- réunion
- distribution
- partage

#### B. d'une action sur des positions

- Repérer des positions dans une liste ordonnées d'objets
- Hiérarchiser des séries en utilisant la comptine

