III – Aspects énergétiques des phénomènes mécaniques

Dits autrement : quelles formes d'énergie associer aux forces s'exerçant sur un système matériel et au mouvement de celui-ci ?

1) Energie cinétique

a. *Contexte*

Quelle grandeur physique nous permet de considérer qu'un système matériel est en mouvement plutôt qu'immobile ?

A priori la réponse qui vient immédiatement à l'esprit est : la vitesse.

La vitesse de quel point ou de quelle partie du système ?

Nous avons déjà avancé dans le domaine de la mécanique et nous attribuons une valeur de vitesse unique au système étudié.

Cette description suppose donc que les mouvements que nous décrivons dans cette partie sont macroscopiques, c'est-à-dire que nous opérons une simplification très forte, considérant que tous les points du système décrivent le même mouvement, celui du centre de masse (ou centre d'inertie) du système.
Si, donc, nous jetons un ballon et que nous le voyons tourner sur lui-même tout en tombant, nous ne nous intéresserons pas à cette rotation, nous la négligerons, nous ne la compterons pas dans nos calculs et nous nous contenterons du mouvement du point G affecté de toute la masse m du système.

Si le mouvement de tous les points d'un système matériel est vraiment le même, alors le système est en mouvement de translation. Mais la description reste macroscopique dans la mesure où nous ne nous intéressons pas à l'agitation « thermique » des atomes et molécules qui constituent notre système.

Nous notons par ailleurs qu'à ce stade nous ne nous intéressons pas non plus aux causes du mouvement (nous avons déjà consacré un chapitre à cette question).
Nous constatons simplement qu'à une date donnée, un objet matériel (donc caractérisé par une masse m) est en mouvement à la vitesse v.

b. *Définition*

Quelle énergie peut-on associer au mouvement de cet objet ?

L'énergie dite de mouvement est appelée énergie cinétique (du grec *kinesis*, « mouvement ») et notée E_c.

$$\boldsymbol{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$$

(E_c en J, v en $m.s^{-1}$, m en kg)

c. *Exemples*

- Dans quel cas recevons-nous plus d'énergie :
  - lorsque nous sommes percutés par un pilier de 120 kg courant à 20 $km.h^{-1}$?
    ou
  - lorsque nous sommes frappés par une pelote de cesta punta (m = 120 g, v = 70 $m.s^{-1}$) ?

Le pilier (de rugby) : v = $\frac{20\times1000}{3600}$ = 5,6 $m.s^{-1}$ **$E_{c1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 120 \times 5,6^2 = 1,9\times10^{3}$ J**

La pelote : m = 0,120 kg **$E_{c1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 0,120 \times 70^2 = 2,9\times10^{2}$ J**

- Un électron (masse m = $9,1\times10^{-31}$ kg) a été fortement accéléré par un champ électrique et vient frapper une paroi de verre à la vitesse v = 8×10^{6} $m.s^{-1}$: toute son énergie cinétique se convertit instantanément en énergie de rayonnement électromagnétique, c'est-à-dire qu'il y a création d'un photon. Que valent la fréquence et la longueur d'onde caractéristiques de ce photon ? Est-il dangereux de s'exposer au rayonnement de ce type de photon ?

L'énergie cinétique de l'électron est [1] $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 9,1 \times 10^{-31} \times (8 \times 10^6)^2 = 2,9 \times 10^{-17}$ **J**

Toute cette énergie ce convertit en énergie électromagnétique $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

Ce qui correspond à la longueur d'onde $\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{2,9 \times 10^{-17}} = 6,9 \times 10^{-9}$ **m**

6,9 nm, on est entré dans le domaine des rayons X : danger !

2) « L'énergie de la force » (1) : le travail d'une force

a. Présentation

En exerçant une force sur un système on le met en mouvement : que vaut l'énergie transférée au système ?
(L'énergie transférée au système à cause de la force exercée est ici positive puisque le système, initialement immobile, est maintenant en mouvement et possède une énergie cinétique)

- Exemple 1 : on pousse une malle remplie de livres de physique et on la déplace à travers une salle de cours.
- Exemple 2 : on lâche un ballon et on constate qu'il se met en mouvement, il tombe vers le sol sous l'action de son poids.

Autre cause autre effet : sous l'action d'une force, un système, initialement en mouvement, se met à ralentir et finit par s'arrêter. Il a perdu de l'énergie à cause de cette force exercée.

- Exemple 3 : une force de frottement (du sol sur le fond de la malle…).

Si, en exerçant la même force que précédemment dans l'exemple 1, je déplace la malle, non pas sur la dizaine de mètres que représente la salle de cours, mais sur les 200 m du couloir, je peux affirmer avoir dépensé plus d'énergie. Je peux affirmer avoir transféré plus d'énergie vers le système, dans la mesure où j'ai pu le déplacer sur 200 m au lieu de 10 m.

b. Définition, expression

C'est assez logiquement une grandeur appelée travail d'une force et impliquant à la fois force exercée et le déplacement considéré qui va représenter l'énergie transférée vers (ou depuis) le système à cause de la force.

Dans l'expression qui va représenter le travail de la force, différents paramètres doivent être pris en compte :

- Plus la valeur de la force augmente, puis l'énergie transférée est importante.
- Plus le déplacement est long, plus l'énergie transférée est importante.
- Selon la direction et le sens de la force par rapport à la direction et le sens du déplacement, l'énergie transférée peut être négative, positive ou nulle.

L'expression qui va suivre satisfait tous les critères, mais elle n'est valable que pour les cas où la force est constante au cours du déplacement considéré. Nous n'avons pas oublié qu'une force étant désignée par un vecteur, elle est constante si sa direction, son sens et sa valeur sont constants.

Expression :

La force est notée $\vec{F}$ et sa valeur s'exprime en N.
Le déplacement est noté $\overrightarrow{AB}$ et sa valeur s'exprime en m
Le travail, qui est une valeur d'énergie transférée en J, est noté $W_{A\to B}(\vec{F})$, au sens de : « travail (Work) de la force $\vec{F}$ au cours du déplacement de A vers B ».

$$\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}}$$

Nous reconnaissons dans cette expression le **produit scalaire de deux vecteurs** qui peut s'exprimer plus commodément de deux façons différentes :

- ***Premère version***

$$\vec{F}.\overrightarrow{AB} = \text{F×AB×cos}\alpha$$

F et AB sont les valeurs (normes positives) de la force et du déplacement, α est l'angle que font entre eux les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$

Cette expression est très commode, car elle nous permet de saisir très rapidement l'essentiel :

- Si - 90° < α < 90° (schéma n°1), la force va grosso modo dans le sens du mouvement, cos α > 0, le travail de la force est positif, le système récupère ce travail, le système échange une énergie positive, l'énergie du système augmente. On dit que la force est motrice ou qu'elle exerce un travail moteur (elle œuvre en faveur du déplacement de A vers B).
- Si α > 90° ou α < –90° dans l'autre sens (schéma n°2), la force s'oppose grosso modo au sens du mouvement, cos α < 0, le travail de la force est négatif, le système échange une énergie négative, l'énergie du système diminue. On dit que la force est résistante ou qu'elle exerce un travail résistant(elle œuvre contre le déplacement de A vers B).
- Et si α = 90° ou α = – 90° ? cos α = 0, $W_{A\to B}(\vec{F}) = 0$
  Si la force est perpendiculaire au déplacement, elle ne travaille pas, elle ne provoque aucun échange d'énergie avec le système, elle n'occasionne en particulier aucune variation de la valeur de la vitesse de ce système.

Afin de compléter cette discussion :

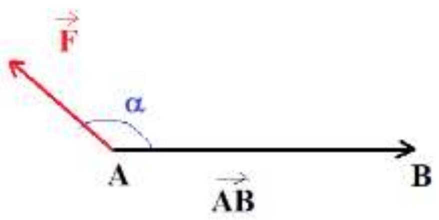
- **Exercice n°7 p 268**

Dans chaque cas il ne faut pas oublier de considérer le sens et la direction du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Puis, afin de bien cerner la valeur de l'angle entre $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$, Redessiner ces deux vecteurs en les faisant partir du même point. Nous rappelons par ailleurs qu'il n'y a pas de sens à considérer pour l'angle.

En fait, partant de $\vec{F}$ et allant vers $\overrightarrow{AB}$ dans le sens trigonométrique, cela donne toujours le même résultat que si on va d'un vecteur à l'autre dans le sens anti trigonométrique, cela donne le même résultat que si l'on va de $\overrightarrow{AB}$ vers $\vec{F}$. Il faut donc toujours s'arranger pour que 0 < α < 180°.

Nous traitons en détail le premier exemple et nous donnons juste les résultats pour les suivants :

a.



90° < α < 180°, cosα < 0 , $W_{A\to B}(\vec{F})$ = F×AB×cosα < 0

b. $W_{A\to B}(\vec{F}) = 0$

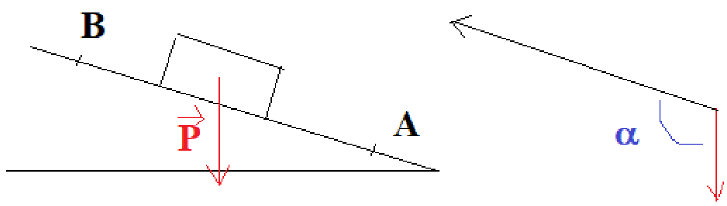
c. $W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$

d. $W_{A\to B}(\vec{F}) < 0$

e. $W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$

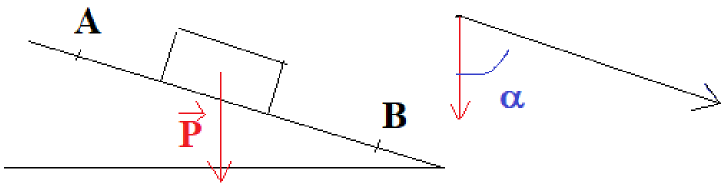
- **Exercice n°10 p269**

a.



**cos α < 0 , W < 0,
travail résistant**

b.



**cos α > 0 , W > 0,
travail moteur**

- ***Deuxième version***

  Nous définissons un repère d'espace dans le cadre de notre étude : pour simplifier nous allons considérer un espace à deux dimensions et travailler avec un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$). L'indice x pour les coordonnées horizontales dirigées et graduées par le vecteur $\vec{\imath}$, l'indice y pour les coordonnées verticales dirigées et graduées par le vecteur $\vec{\jmath}$.

  Nous pouvons affecter à nos deux vecteurs des coordonnées :
  - (F_x, F_y) pour le vecteur $\vec{F}$
  - (x_A, y_A) pour le point A, (x_B, y_B) pour le point B.

    Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont donc : ($x_B - x_A$) et ($y_b - y_A$)

  Ainsi, le produit scalaire des deux vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ peut s'exprimer sous la forme de la somme des produits de leurs coordonnées (!) :

$$\vec{F}.\overrightarrow{AB} = F_x \times (x_B - x_A) + F_y \times (y_b - y_A)$$

c. *Exemples*

- **Exercice n°11 p269**

1. **La force de frottement est celle qui s'oppose au mouvement de A vers B : $\overrightarrow{F_4}$**
2. **Nous utilisons la formule $W_{A\to B}(\overrightarrow{F_4})$ = F_4×AB×cosα**
   - **La valeur AB est 20 m**
   - **La valeur F_4 s'obtient par mesure à la règle et en utilisant l' « échelle » : 300 N pour F_2, soit 300 N pour 1,6 cm. Nous avons 0,8 cm pour F_4, c'est-à-dire 150 N**
   - **L'angle α vaut 180 °, nous avons cos α = -1**

   $W_{A\to B}(\vec{F})$ = F×AB×cosα = 150×20×(-1) = - 3,0×10 ^{3} J

- **Exercice n°18 p270**

1. **C'est l'action de la perche**
2. **$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} =$ F×AB×cosα**
3. **$W_{A\to B}(\vec{F})$ = 115×150×cos (40°) = 1,32×10^4 J**

- **Lune en mouvement circulaire autour de la Terre : comment raisonner pour valider que le mouvement est uniforme ?**

Le mouvement de la Lune est circulaire sous l'action d'une force unique $\overrightarrow{F_{T/L}}$, la force de gravitation terrestre. Cette force s'applique au centre de la Lune et est dirigée en permanence vers le centre de la Terre qui est aussi le centre du cercle décrit par (le centre d'inertie de) la Lune.

Cette force est donc en permanence dirigée selon un rayon du cercle décrit au cours du mouvement. Si nous décomposons ce mouvement en toutes petites portions, nous pouvons considérer que pour chacune de ces portions *élémentaires* de mouvement, le vecteur $\overrightarrow{F_{T/L}}$ est perpendiculaire au vecteur *déplacement élémentaire*.

Le vecteur $\overrightarrow{F_{T/L}}$ est en permanence perpendiculaire au déplacement en train de se réaliser.

La force $\overrightarrow{F_{T/L}}$ ne travaille pas (ou : son travail est en permanence nul). Nous avons bien l'intuition que sou l'action d'une force qui ne travaille pas, la valeur de la vitesse ne va pas changer…

C'est en appliquant le théorème de l'énergie cinétique (voir plus loin…) que nous pouvons terminer efficacement l'exercice : si nous considérons deux points quelconques (que nous nommons tout de même A et B) de la trajectoire du centre d'inertie de la Lune, soumise, on le rappelle, à une seule force, $\overrightarrow{F_{T/L}}$, dont le travail est nul. Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \sum_i W_{A\to B}(\vec{F_i}) = W_{A\to B}(\overrightarrow{F_{T/L}}) = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$v_B = v_A$ quels que soient A et B :

La valeur de la vitesse est constante, le mouvement est uniforme.

d. *Révélation*

Etymologie du mot « énergie » : à l'origine il y a un terme grec qui signifie « force en action ». Le mot énergie est donc initialement étroitement à la notion de travail d'une force.

Nous pouvons aller plus loin et découper le mot en deux parties :

- « en » pour intérieur ;
- « ergon » pour travail (l'ergonomie d'un objet est sa capacité à permettre un travail efficace)

Nous retrouvons donc à nouveau le même concept à associer au terme énergie, le travail d'un force.

3) Le théorème de l'énergie cinétique

Dans le cadre des cas simples de mécanique classique que nous décrivons, nous avons maintenant compris que le travail d'une force s'exerçant sur un système traduit un échange d'énergie dont la principale conséquence est une variation de la valeur de la vitesse d'un système.

Une relation très utile nous permet de préciser le lien entre ces différentes grandeurs physiques. Elle s'énonce en tant que **théorème de l'énergie cinétique** :

La variation d'énergie cinétique au cours d'un déplacement entre deux points notés A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures s'exerçant sur le système.

$$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \sum_i W_{A\to B}(\vec{F_i})$$

Si la vitesse du système augmente, son énergie cinétique aussi, $\Delta E_c > 0$, c'est parce que globalement sur l'ensemble des forces qui s'exercent, ce sont les forces motrices qui l'emportent. La somme de tous les travaux de forces est positive.
Si la vitesse du système diminue, son énergie cinétique aussi, $\Delta E_c < 0$, c'est parce que globalement sur l'ensemble des forces qui s'exercent, ce sont les forces résistantes qui l'emportent. La somme de tous les travaux de forces est négative.
C'est une relation très très utile…

Exemples.

a. Je lâche (sans aucune vitesse initiale) une boule de pétanque d'une hauteur de 2 m. Elle chute alors verticalement. Quelle est sa vitesse lorsqu'elle touche le sol ? On négligera toutes les actions de l'air.

Modélisez le problème :

- ***Ramenez votre boule de pétanque à un point affecté de toute la masse***
- ***Définissez un parcours d'un point A vers un point B.***
- ***Dressez l'inventaire des forces qui s'exercent sur la boule (il n'y en a qu'une)***
- ***Exprimez le travail de cette force.***
- ***Ecrire l'égalité correspondant au théorème de l'énergie cinétique***

Répondez à la question posée.

La seule force qui s'exerce est le poids $\vec{P}$, vertical et vers le bas, pour un déplacement $\vec{AB}$, lui aussi vertical et vers le bas. L'angle entre ces deux vecteurs est donc $\alpha = 0$ et $\cos \alpha = 1$.
Nous appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre le point A (où la balle est lâchée immobile, soit $v_A = 0$) et le point B où la balle arrive au sol à la vitesse v_B que nous cherchons.

$E_{cB} - E_{cA} = W_{A\to B}(\vec{P}) = mg \times AB \times 1$
$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg \times AB$
$v_B^2 = 2 \times g \times AB$
$V_B = \sqrt{2 \times g \times AB} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 2} = 6{,}3\ m.s^{-1}$

b. **Je donne un coup de pied dans mon livre de chimie (de masse m = 1,5 kg) se trouvant sur le sol horizontal de ma chambre.**
Au moment du coup de pied j'ai communiqué au livre une vitesse de 10 $m.s^{-1}$.
Le livre glisse sur le sol et s'arrête finalement après un parcours de 2 m.
Que vaut la force de frottement, supposée constante qu'exerce le sol sur le livre ?

Modélisez le problème :

- ***Ramenez votre livre à un point affecté de toute la masse***
- ***Définissez un parcours d'un point A vers un point B.***
- ***Dressez l'inventaire des forces qui s'exercent sur le livre (il y en a trois).***
- ***Exprimez le travail de chacune de ces forces. Pour deux d'entre elles, justifier qu'elles ne travaillent pas.***
- ***Ecrire l'égalité correspondant au théorème de l'énergie cinétique***

Répondez à la question posée.

Nous avons déjà rencontré la force de frottement $\vec{f}$, qui fait un angle de 180° avec le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ (la force est constante car le déplacement de A vers B est rectiligne)
Ainsi, $W_{A\to B}(\vec{f})$ = - f×AB
Nous appliquons le théorème de l'énergie cinétique : $E_{cB} - E_{cA} = W_{A\to B}(\vec{f})$ = - f×AB
Avec $E_{cB} = 0$, le livre s'immobilisant au point d'arrivée.

Nous avons donc : $-\frac{1}{2}mv_A^2$ = - f×AB

$\frac{1}{2}mv_A^2$ = f×AB

$$f = \frac{mv_A^2}{2AB} = 37,5 \text{ N}$$

4) « Energie de la force » (2) : l'énergie potentielle
(*C'est l'exemple de l'énergie potentielle de pesanteur qui est ici détaillé*)

a. Discussion n° 1

Une balle est tenue immobile en un point A.

Vous fermez les yeux, vous les rouvrez, la balle est maintenant tenue immobile en un point B, 1 m au-dessus de A.

Sans doute la personne qui la tenait l'a soulevée de 1 m supplémentaire, mais vous ne l'avez pas vue le faire…

Alors que répondez-vous à la question *: « Pourquoi l'énergie de la balle immobile en B est-elle supérieure à l'énergie de la balle immobile en A ? »* ?
N'oubliez pas que la balle, de masse m, se trouve dans une salle de classe, dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ considéré comme uniforme, vertical, vers le bas et qu'elle est donc soumise à l'action de son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

Réflexions et réponses attendues…

Réponse :
C'est le moment de se souvenir du début du chapitre et des liens stabilité/énergie du système.

Plus l'objet vient se coller à ce qui l'attire, plus il se stabilise, plus son énergie baisse.

Ici, nous élevons l'objet « vers le haut », nous l'éloignons de la Terre, principal objet en train de l'attirer par interaction gravitationnelle. D'un point de vue énergétique, nous déstabilisons l'objet (le système étudié).

Si nous abandonnions l'objet, il reviendrait spontanément vers un état plus stable, il se rapprocherait de la surface (ainsi que du centre) terrestre sous l'action de son poids.

Du fait de sa position dans un champ de force, l'énergie de l'objet varie.

Ici, plus la hauteur à laquelle se trouve l'objet augmente, plus son énergie de position dans le champ de pesanteur terrestre augmente.

Cette catégorie d'énergie est appelée énergie potentielle.

Nous pourrons généraliser : l'énergie potentielle d'un système est l'énergie liée à :
- la position de ce système dans un champ de force (Notre système est, par exemple, un objet matériel dans champ de pesanteur, ou un objet chargé dans un champ électrostatique).
- L'interaction de notre système avec un autre objet (Notre système est, par exemple, un objet de masse m accroché à l'extrémité d'un ressort, en écartant l'objet de sa position initiale, on étire le ressort et on communique ainsi à l'objet une énergie potentielle élastique car le ressort va avoir tendance à ramener spontanément l'objet à sa position initiale).

b. L'énergie potentielle de pesanteur : pouvons-nous déjà proposer une formule ?

Où en sommes-nous ?

Nous avons accepté que plus nous positionnons notre objet haut, plus son énergie potentielle de pesanteur augmente.

Si nous modélisons un peu notre situation, nous allons pouvoir préciser :

Nous repérons l'espace à l'aide d'un axe vertical Oz qui nous suffit dans la mesure où, pour simplifier, nous positionnons A et B à la verticale l'un de l'autre (B au-dessus de A). Ainsi, une seule coordonnée d'espace suffit à décrire le problème et cette coordonnée est notée z.
Nous associons aux points A et B les coordonnées z_A et z_B.

L'énergie potentielle de pesanteur en A est notée E_{ppA},
L'énergie potentielle de pesanteur en B est notée E_{ppB},

Lorsque le système monte de A vers B, son énergie potentielle augmente d'une valeur $\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA}$

Comment raisonner, avec le peu de connaissances que nous avons ?

- C'est le professeur qui a fait monter le système de A vers B.
- En exerçant une force $\vec{F}$ sur le système.
- En produisant un travail $W_{A\to B}(\vec{F})$.
- Le travail de cette force à servi à donner l'énergie ΔE_{pp} au système : $\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA} = W_{A\to B}(\vec{F})$
- Mais aussi : le travail de la force avait pour but de vaincre le travail résistant du poids de l'objet lors de la montée de A vers B, ni plus ni moins.
- Nous pouvons donc dire que le travail de la force est ici l'opposé du travail du poids lors de la montée de A vers B : $W_{A\to B}(\vec{F}) = - W_{A\to B}(\vec{P})$

Si nous acceptons ce raisonnement nous pouvons écrire $\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA} = W_{A\to B}(\vec{F}) = - W_{A\to B}(\vec{P})$

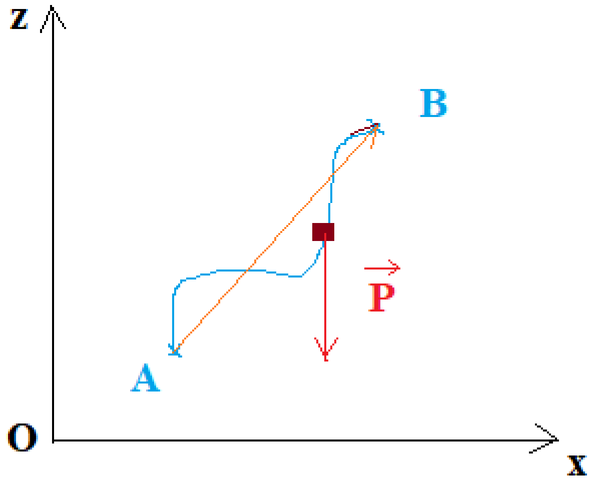
Et nous savons exprimer et calculer $W_{A\to B}(\vec{P})$!

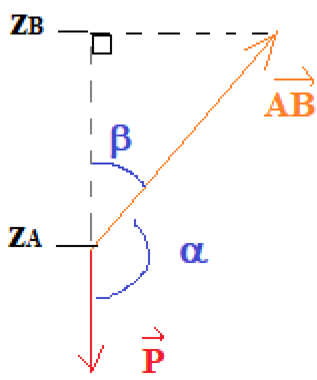
$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$

Exercice : Par la méthode de votre choix, montrer que $W_{A\to B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

Méthode n°1 qui ne sera pas développée : utilisez la deuxième version de la définition du produit scalaire (en tant que somme des produits des coordonnées des deux vecteurs) et vous arriverez au résultat.

Méthode n°2 : avec un schéma (dans le cas le plus simple) et un peu de trigonométrie.
Nous travaillons dans le cas d'une montée quelconque, pas forcément verticale :





$W_{A\to B}(\vec{P})$ **= mg×AB×cosα**

Sur la figure de droite, nous comprenons que cosβ = $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{|z_B - z_A|}{AB}$

Soit, ici, $z_B - z_A$ = AB×cosβ

Nous remarquons aussi que β = 180° - α, donc cosβ = -cosα

Donc AB×cosα = - AB×cosβ = – $(z_B - z_A) = z_A - z_B$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = mg\times(z_A - z_B)$$

La formule est aussi valable pour une descente (avec $z_A > z_B$)

Il vient donc $\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA} = - mg(z_A - z_B) = mgz_B - mgz_A$

En identifiant et en décidant que $E_{pp} = 0$ si z = 0, nous obtenons une expression cohérente de E_{pp} :

$$E_{pp} = mgz$$

Avant d'aller plus loin nous nous posons une question : pourquoi « potentielle » ? Pourquoi n'a-t-on pas juste dit, par exemple, « énergie de position » ??
(*nous restons dans le cadre du poids et du champ de pesanteur*)

Le concept sous-jacent dans l'adjectif « potentielle » indique que le système, du fait de sa position dans le champ de pesanteur, a en lui cette énergie, comme stockée. Cette énergie est disponible pour être libérée.

D'où la question 2 : que devient l'énergie potentielle de pesanteur perdue lorsque l'objet est abandonné depuis le point B sous l'action de son poids ?

c. Discussion n° 2

Nous faisons osciller un pendule dit « pendule simple » (vous pouvez ouvrir le film ci-dessous, éventuellement après l'avoir copié/collé sur votre bureau).

Pendule simple.avi

Dans ce dispositif, Nous considérons un fil de masse négligeable dont l'une des extrémités est fixée. Une masse considérée comme ponctuelle suspendue à l'autre extrémité et oscille (fait des allers-retours en montant et en redescendant).
Etant donnée la durée très brève d'observation, nous pouvons négliger toute forme de frottement qui serait sans doute, à la longue, source de dissipation d'énergie et provoquerait l'arrêt des oscillations, le pendule s'immobilisant probablement en position verticale).

Lorsque le pendule est vertical, la masse est au plus bas, en un point que nous appelons A.
Pour simplifier, nous repérons l'espace de manière à considérer que la coordonnée verticale de A, $z_A = 0$.
Nous avons donc une énergie potentielle de pesanteur de la masse lorsqu'elle se trouve au point A : $E_{ppA} = mgz_A = 0$ J

Lorsque la masse atteint sa hauteur maximale (à gauche ou à droite, peu importe) en un point que nous appelons B elle s'immobilise avant d'entamer sa redescente.
En B nous avons $E_{ppB} = mgz_B$
En B nous avons aussi $E_{cB} = 0$ (énergie cinétique nulle puisque le système est alors immobile)

Alors le système commence à redescendre, son énergie potentielle diminue…
- Que devient cette énergie ?
- Quitte-t-elle le système ?
- Posons une question plus précise : sous quelle forme se convertit l'énergie potentielle du pendule lorsque celui-ci commence à descendre ?

Une intuition ?

L'énergie potentielle se convertit progressivement en énergie cinétique jusqu'à devenir minimale (ici, nulle, passage en A).
En A l'énergie cinétique est maximale.
Lorsque le pendule continue, il remonte et ralentit. Son énergie cinétique diminue et son énergie potentielle augmente à nouveau.

ETC.

Si cela dure indéfiniment, cela signifie sans doute que l'ensemble $\{E_c + E_{pp}\}$ est constant…

Nous allons vérifier en exploitant la vidéo grâce au logiciel Regressi.

d. TP confinement (Regressi indispensable)

L'objectif de l'exploitation de la vidéo du pendule simple est de valider quelques résultats absolument cruciaux dans le cadre de notre chapitre :

- **Vérifier que l'énergie cinétique au point A est égale à l'énergie potentielle au point B**
- **Vérifier que, plus généralement, lorsque l'énergie cinétique est minimale, l'énergie potentielle est maximale et inversement.**
- **Vérifier que lorsque l'énergie cinétique est en train d'augmenter, l'énergie potentielle est en train de diminuer et inversement.**
- **Vérifier que la somme E_{pp} + E_c (que nous appelons énergie mécanique et que nous notons E_m) est constante.**

Un tuto est disponible sur Youtube : https://youtu.be/lD46URLhMtg

Le fichier vidéo est celui qui a été présenté précédemment dans ce document, partie c. (Vous le copiez/collez sur votre bureau et vous l'ouvrez avec Regressi). On le trouve aussi sur le blog « benzoic0 » :
http://benzoic0.eklablog.net/energies-c24925544

Informations importantes (elles sont clairement explicitées dans le tutoriel) :
- la longueur du pendule tient lieu d'échelle : 0,35 m
- L'origine du repère doit se trouver pile au niveau de la position du centre de la masse (la boule) lorsque le pendule passe à la position verticale (fil vertical)… Appliquez-vous !
- L'axe Oy doit être vertical et vers le haut.
- La valeur de la masse est m = 100 g (0,100 kg)

Une fois que les trois courbes $E_{pp} = f(t)$, $E_c = g(t)$ et $E_m = E_{pp} + E_c = h(t)$ sont présentées sur le même graphe Regressi, normalement les résultats sont assez clairs et explicites, vous pouvez conclure, c'est-à-dire valider (en étant capable de produire une explication écrite) les vérifications demandées ci-dessus.

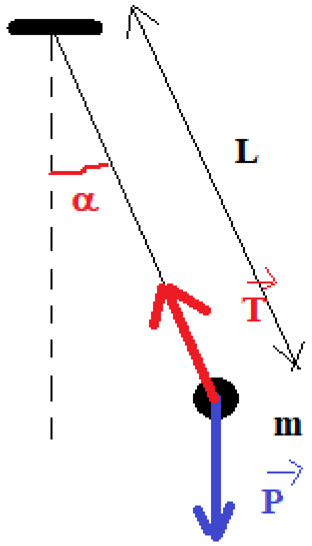
La conclusion peut se présenter de la façon suivante :

« Notre système évolue à énergie mécanique constante avec en permanence et périodiquement un transfert d'énergie cinétique en énergie potentielle et inversement, les courbes que j'ai tracées suite à l'exploitation de la vidéo d'enregistrement des oscillations du pendule, le montrent bien : …

A vous de terminer l'explication !

e. Force conservative

Quelles sont les forces qui s'exercent sur la masse en oscillation à l'extrémité inférieure du pendule ?



La tension du fil $\vec{T}$ est une force variable mais qui est en permanence dirigée selon un rayon de la portion de cercle décrite (en allers-retours) au cours du mouvement. Si nous décomposons ce mouvement en toutes petites portions, nous pouvons considérer que pour chacune de ces portions ***élémentaires*** de mouvement, le vecteur $\vec{T}$ est perpendiculaire au vecteur ***déplacement élémentaire***.
Le vecteur $\vec{T}$ est en permanence perpendiculaire au déplacement en train de se réaliser.

<u>La force $\vec{T}$ ne travaille pas (ou : son travail est en permanence nul), elle n'occasionne aucun échange d'énergie avec la masse en oscillations.</u>

Le poids $\vec{P}$ travaille. $W_{A \to B}(\vec{P}) < 0$ lorsque la masse monte et $W_{A \to B}(\vec{P}) > 0$ lorsque la masse descend.

Pour autant, globalement le système ne gagne ni ne perd, globalement, d'énergie. Le travail de $\vec{P}$ provoque des transferts d'E_{pp} en E_c et inversement, l'énergie totale restant constante.

On dit que le poids $\vec{P}$ est une force conservative.

Sous l'action d'une force conservative l'énergie mécanique totale du système reste constante (« est conservée »)

L'énergie du système peut changer de forme (de potentielle, devenir cinétique, par exemple) mais globalement elle n'augmente pas, elle ne diminue pas.

Lorsqu'une force est conservative, on peut définir une énergie potentielle associée à cette force.

5) Energie mécanique

L'énergie mécanique notée E_m est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique totale du système.

Dans les exemples traités, nous avons : $$\mathbf{E_m = E_c + E_{pp}}$$

Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et / ou tout simplement à des forces dont le travail est nul, ce système évolue à énergie mécanique constante.

Si l'énergie mécanique d'un système n'est pas constante, cela implique que le système est soumis à des forces qui provoquent un échange d'énergie irréversible avec le milieu extérieur.

- Si $\Delta E_m > 0$, (E_m augmente) il y a une force motrice dont le travail est positif et qui vient provoquer une augmentation de l'énergie mécanique par récupération d'une énergie initialement extérieure au système.
- Si $\Delta E_m < 0$, E_m diminue, il y a une force dissipatrice d'énergie qui fait perdre globalement de l'énergie au système. Cette énergie perdue est bien dissipée vers l'extérieur. L'exemple le plus courant de force dissipatrice est la force de frottement.

- On peut donc dire que : $$\Delta E_m = \sum W_{A\to B}(\vec{F}_{non\ conservative})$$

6) Force conservative V2

Il existe une autre définition pour la notion de force conservative :

Au cours d'un déplacement d'un point A vers un point B, le travail $W_{A\to B}(\vec{F})$ d'une force conservative $\vec{F}$ ne dépend pas du chemin suivi lorsque le système va de A vers B.

Expliquer en quelques lignes le lien entre les deux définitions d'une force conservative (Si vous ne voyez pas du tout, ne vous acharnez pas…)

7) Bilan, TP confinement : exploitation de la vidéo « Rebond »

La vidéo est disponible ci-dessous. Vous pouvez la copier/coller sur votre bureau puis l'ouvrir et l'exploiter avec Regressi selon une série de manipulations en tous points identiques à celles réalisées lors de l'exploitation de la vidéo pendule.

REBOND.AVI

Sur cette vidéo, une personne lâche une balle sans lui communiquer de vitesse initiale. La balle chute sous l'action de son poids et effectue quelques rebonds sur le sol. On ne s'intéresse pas aux rebonds, mais aux différentes phases de mouvements entre chaque rebond. Au cours de ces phases, la seule force extérieure s'exerçant sur la balle est son poids (qui est une force conservative, on le rappelle).

L'objectif de l'exploitation est à nouveau de tracer sur le même graphe les courbes temporelles (en fonction du temps t) énergétiques $E_c(t)$, $E_{pp}(t)$ et $E_m(t)$.

Vous obtiendrez trois courbes tout à fait analogues à celles qui sont présentées dans l'exercice ***n° 17 p 269*** *de votre livre.*

Vous pourrez ensuite répondre à quelques questions.

Données utiles pour la préparation de la vidéo :

- *Revoir le tutoriel proposé pour l'exploitation de la vidéo « pendule simple ».*
- *Pour l'échelle, on se place sur la première image et, verticalement on positionne les deux extrémités du segment « échelle » au sommet de la tête puis aux pieds de l'expérimentateur :* ***1,7 m***
- *Il faut s'appliquer à positionner l'origine du repère au sol au point d'impact de la balle lors du premier rebond (cela demandera peut-être plusieurs essais.*
- *Ne pas oublier de tourner les axes de manière à ce que l'axe Oy soit orienté vers le haut(et parfaitement vertical.*

Vous réalisez vos mesures point par point, vous « traitez »

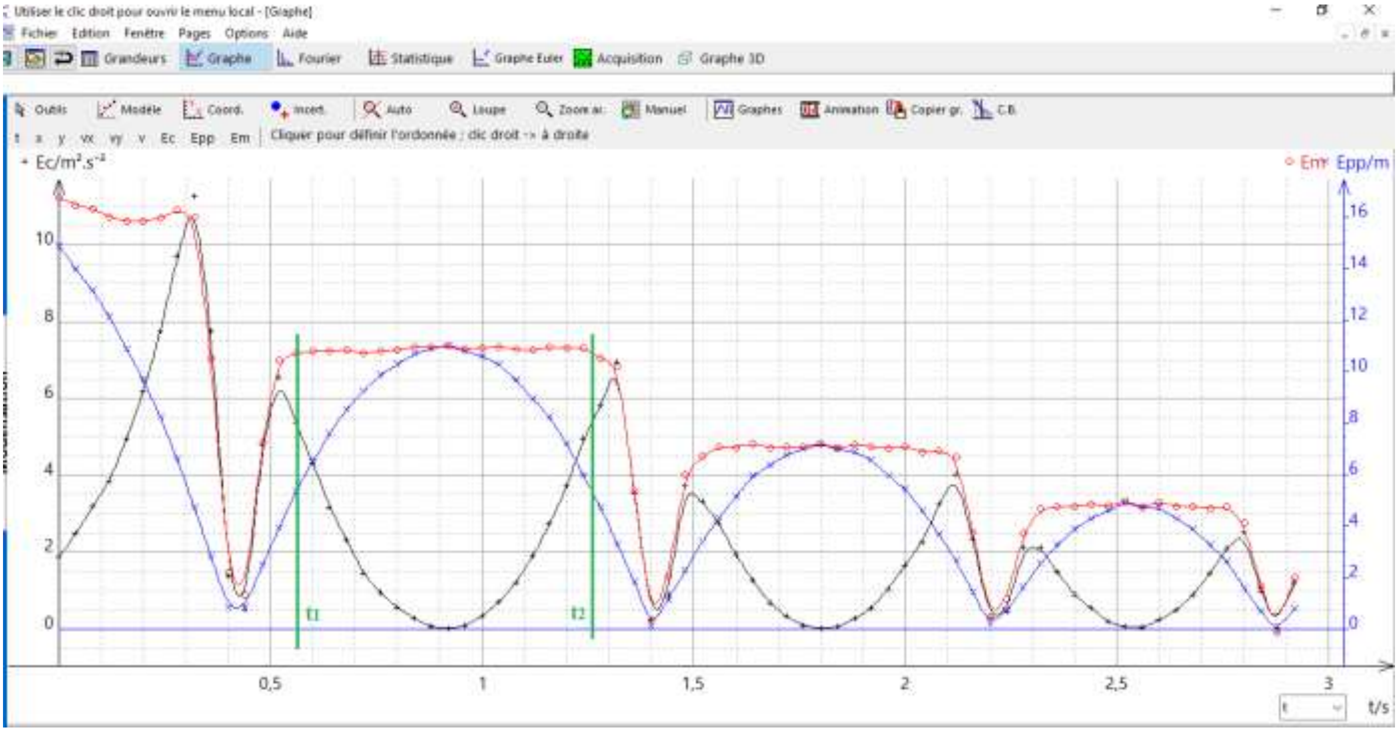
Une fois sur la fenêtre classique Regressi :

- ***Utilisez le bouton « coordonnées » (« YX ») pour faire calculer la vitesse.***
- ***Créer les grandeurs*** $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_{pp} = mgy$ ***et*** $E_m = E_c + E_{pp}$ ***(la masse de la balle : m = 50 g)***

Attention, pendant les rebonds il se passe des choses beaucoup plus complexes :

- ***Une autre force s'exerce sur la balle la réaction du sol)***
- ***La balle se déforme***
- ***La balle reprend sa forme et repart vers le haut…***

Il est donc conseillé de ne pas tenir compte des points de mesures correspondants aux différents rebonds… Pour autant, j'ai réalisé une exploitation et je n'ai pas vraiment eu de souci… Voir page suivante.



Essayez d'obtenir ce résultat, sinon travaillez avec pour répondre aux questions (j'ai pris une masse égale à 1 pour aller plus vite, cela ne change rien aux réponses et réflexions…)

Questions :

- Décrivez l'énergie mécanique entre deux rebonds successifs, c'est-à-dire par exemple entre une date t_1 juste après le premier rebond et une date t_2 juste avant le deuxième (voir en **vert** sur mon exploitation ci-dessus)
    - E_m est-elle constante ?
    - Pourquoi est-ce normal ?
    - Observe-t-on ici (toujours entre t_1 et t_2) un transfert d'énergie cinétique en énergie potentielle de pesanteur puis l'inverse

- Comment constatez-vous que sur l'ensemble du mouvement, l'énergie mécanique n'est plus constante ? Est-ce à cause d'une force motrice ou d'une force dissipatrice ? Laquelle ?

- Pour les acharnés : expliquez le rebond en termes d'énergies mécaniques (cinétique et potentielle, mais ce n'est pas l'énergie potentielle de pesanteur qu'il faut considérer ici).

8) Exercices (du livre)

n° 26 p 272 (L'exercice est plutôt facile sauf que c'est à vous de choisir votre repère, etc, c'est vous qui modélisez la situation…)

C'est donc nous qui devons tout modéliser !

- **Si nous lisons l'exercice en entier, nous comprenons qu'il faut considérer un saut en chute libre, sous l'action d'une force unique : le poids. Les actions de l'air pendant la chute (poussée d'Archimède et frottements) sont négligées… Les limites de ce modèle seront évoquées à la dernière question.**
- **Nous pouvons décider d'un repère à un seul axe vertical noté Oz car nous considérons que la trajectoire sera verticale. Ainsi une seule coordonnée d'espace suffit : z**
- **L'origine du repère est au niveau du sol. Nous pouvons aussi décider que l'origine du repère se trouve à 10 m du sol. En-dessous de cette position, il y a le filet de réception qui exercera une autre action… cette partie du mouvement ne nous intéresse pas…**
- **Les coordonnées z augmentent positivement vers le haut.**
- **Le sauteur est ramené à un point de masse m.**
- **Il part d'un point A : $z_A = 7600$ m et $v_A = 0$ m.s^{-1}.**
- **Il arrive en un point B : $z_B = 0$ m et v_B n'est pas encore déterminée.**
- **Nous choisissons l'origine des énergies potentielles de pesanteur : pour z = 0 m, $E_{pp} = 0$ J.**
  Ainsi nous pouvons utiliser l'expression $E_{pp} = mgz$.

1.a. $\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = - mgz_A$

1.b. $\Delta E_{pp} = - 80{,}0 \times 9{,}81 \times 7{,}600 \times 10^3 = - 5{,}96 \times 10^6$ J

2.a. Le système évolue à énergie mécanique constante car il n'est soumis qu'à une seule force qui est conservative (le poids $\vec{P}$) :

$$E_{mA} = E_{mB}$$
$$E_{mB} - E_{mA} = \Delta E_m = 0$$
$$E_{cB} + E_{ppB} - (E_{cA} + E_{ppA}) = 0$$
$$E_{cB} + E_{ppB} - E_{cA} - E_{ppA} = 0$$
$$\Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$$
$$\Delta E_c = - \Delta E_{pp} = + mgz_A = 5{,}96 \times 10^6 \text{ J}$$

2.b.

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 = mgz_A = 5{,}96 \times 10^6$$

De l'égalité : $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgz_A$, nous pouvons tirer : $v_B = \sqrt{2gz_A} = 363$ m.s^{-1}

3.

Notre modèle est un peu naif : il ne faut pas négliger les frottements qui ne sont pas négligeables et qui augmentent lorsque la vitesse augmente. Lorsque la force de frottement de vient égale, en valeur, au poids, les deux vecteurs forces s'annulent, la variation de vitesse devient nulle, la vitesse n'augmente plus.

Vous pouvez prolonger l'exercice en calculant l'énergie mécanique en B (c'est E_{cB}), en déduire ΔE_m (négative) et désigner ainsi le travail de la force de frottement. On ne peut pas en déduire la valeur de la force de frottement car cette force n'est pas constante et nous ne disposons pas des outils mathématiques nécessaires pour exprimer rigoureusement le travail de cette force.

n° 29 p 273 (water jump)

1. $E_{mA} = E_{cA} + E_{ppA} = 0 + mgH_1$
2. Le système est soumis à deux forces :
    - Le poids qui est une force conservative
    - réaction de la piste qui ne travaille pas, c'est-à-dire qu'elle ne provoque aucun échange d'énergie avec le système.

   L'énergie mécanique de notre système est donc constante.
3. Au point O, $E_{mO} = E_{cO} + E_{ppO} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1$

   L'énergie mécanique se conservant, nous pouvons écrire : $E_{mO} = E_{mA}$

   Soit :
   $$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1 = mgH_1$$
   $$\frac{1}{2}v_0^2 + gh_1 = gH_1$$

   $$v_0^2 = 2g \times (H_1 - h_1)$$
   $$v_0 = \sqrt{2g \times (H_1 - h_1)} = 6{,}7 \text{ m.s}^{-1}$$
4. L'expression décrivant la conservation de l'énergie mécanique entre le point de départ et le point d'arrivée devient ici :

   $$\frac{1}{2}m(2v_0)^2 + mgh_2 = mgH_2$$

   $$H_2 = \frac{2v_0^2}{g} + h_2 = 10{,}7 \text{ m}$$

n° 32 p 274 (Le ollie)

1. **Le système est l'ensemble {skateur + skate} simplifié, c'est-à-dire que l'on n'étudie que le mouvement de son centre de masse M affecté de toute la masse m = 80,0 kg.**
   Afin de ne pas se perdre dans des soustractions « H-h » ou autres opérations mal maitrisées, nous décidons que l'origine des coordonnées verticales (notées z) ainsi que l'origine des énergies potentielles de pesanteur se situe au niveau du sol.
   Ainsi, en A : $E_{ppA} = mgH$ et en B : $E_{ppB} = mg(H+h)$
   Pour les énergies cinétiques pas de spécificités pour l'instant : $E_{cA} = \frac{1}{2}mv_A^2$ et $E_{cB} = \frac{1}{2}mv_B^2$.
   Nous avons donc :
   $$E_{mA} = E_{cA} + E_{ppA} = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgH$$
   $$E_{mB} = E_{cB} + E_{ppB} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(H+h)$$

2. **Entre A et B le système n'est plus soumis qu'à une seule force : son poids $\vec{P}$ (le système est en chute libre… Même s'il est en train de monter).**
   $\vec{P}$ est une force conservative : l'énergie mécanique est donc constante entre A et B.

3. **Nous pouvons donc développer l'égalité $E_{mA} = E_{mB}$:**
   $$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgH = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(H+h)$$
   $$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$
   $$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 - mgh$$
   $$v_B^2 = v_A^2 - 2gh$$
   $$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh} = \sqrt{4,20^2 - 2 \times 9,81 \times 0,50} = 2,8 \text{ m.s}^{-1}$$
   (*deux chiffres significatifs à causes de la valeur de h*)

4. **Sur le rail, le mouvement sera rectiligne entre B et C.**
   La force de frottement, notée $\vec{f}$ s'oppose en permanence au vecteur vitesse. Si le mouvement est rectiligne de B vers C, le vecteur vitesse aura un sens et une direction constants.
   La force de frottement donc caractérisée par un vecteur de direction, sens et valeur constants, la force de frottement est donc une force constante, nous saurons exprimer le travail de cette force :
   $$W_{B\to C}(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{BC} = f \times BC \times \cos(180°) = -f \times BC$$
   Par ailleurs le système, au cours du trajet de B vers C, est soumis à deux autres forces : son poids $\vec{P}$ et la réaction du rail $\overrightarrow{R_N}$. Les vecteurs forces correspondants sont tous deux perpendiculaires au vecteur déplacement $\overrightarrow{BC}$: Les travaux de ces deux forces sont nuls.

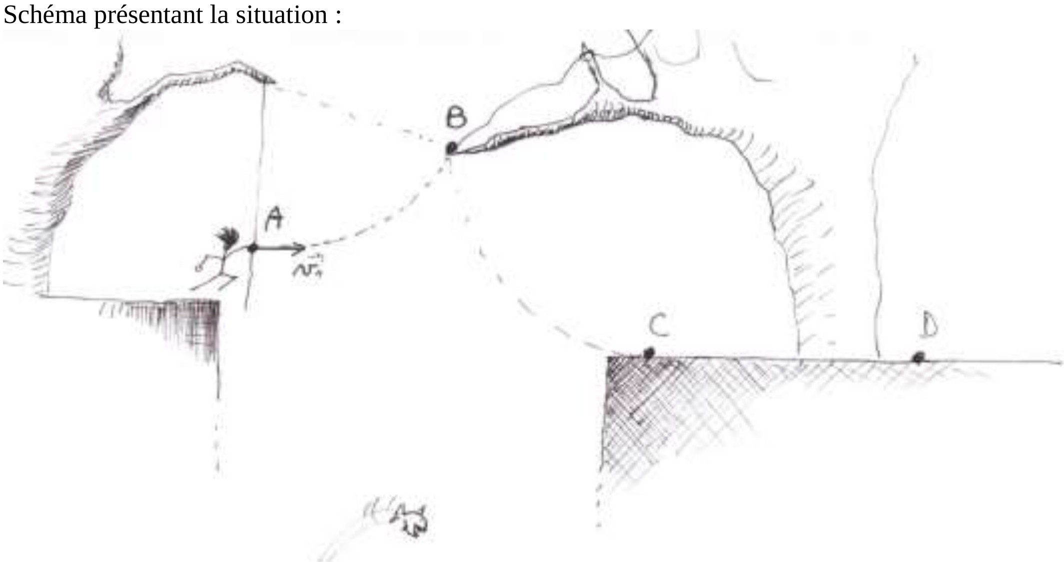
   Nous pouvons maintenant résoudre le problème posé en utilisant le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :
   $$\Delta E_c = E_{cC} - E_{cB} = \sum_i W_{B\to C}(\vec{F_i}) = W_{B\to C}(\vec{f}) + W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\overrightarrow{R_N})$$
   $$0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + 0 - f \times BC$$
   $$\frac{1}{2}mv_B^2 = f \times BC$$
   $$BC = \frac{mv_B^2}{2f} = \frac{80,0 \times 2,8^2}{2 \times 30,0} = 10 \text{ m}$$
   (*deux chiffres significatifs à causes de la valeur de v_B*)

L’exercice « python » est bien (et il se réfère à une situation sur laquelle vous avez déjà beaucoup réfléchi, les oscillations d’un pendule). Si vous êtes motivés et que vous avez un environnement Python installé sur votre ordi, vous pouvez vous lancer : n° 27 p 272.

Tarzan de liane en liane

Au cours de l’un de ses nombreux périples, Tarzan se retrouve au bord d’un précipice à priori infranchissable (20 m de haut, piranhas et crocodiles dans le torrent au bas du précipice). Il remarque une liane accrochée à une branche d’arbre. En attrapant cette liane (initialement au point A) avec une vitesse horizontale v_A suffisante, il envisage d’être remonté jusqu’à la branche B. De la branche B il attrapera une deuxième liane qui lui permettra de gagner le point C, sur le bord opposé du précipice.

Schéma présentant la situation :



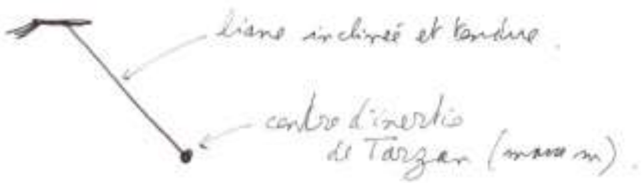
Toutes les actions de l’air sont négligées

Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8$ N.kg^{-1}

Masse de Tarzan : $m = 80$ kg.

On pourra repérer l’espace vertical à l’aide d’un axe Oz, orienté vers le haut, et tel que O est confondu avec A (ce n’est toutefois pas obligatoire).

1) Reproduire le schéma ci-dessous et le compléter afin de présenter les forces extérieures qui s’exercent sur Tarzan, lorsqu’il est accroché à une liane (vous pouvez, si vous préférez, répondre sur le schéma de l’énoncé).



2) Expliquer alors pourquoi Tarzan peut être considéré comme un système conservatif du point de vue de son énergie mécanique.
3) Vérifier que la vitesse minimale v_A de Tarzan au point A doit être au moins égale à 7,7 m.s^{-1} pour qu’il puisse atteindre le point **B, situé 3 m plus haut que le point A.**
4) Tarzan descend maintenant à l’aide de la deuxième liane, du point B vers le point **C situé 4 m en dessous de B**. Calculer le travail du poids de Tarzan au cours de ce trajet de B vers C.
5) Tarzan arrive enfin sur le bord opposé du précipice puis s’immobilise au point D. Comparer alors l’énergie mécanique de Tarzan en A (à l’instant où il attrape la première liane à la vitesse $v_A = 7{,}7$ m.s^{-1}) et l’énergie mécanique de Tarzan en D.
6)
   a) Au cours du trajet (supposé rectiligne et horizontal) de C vers D, quelles forces (supposées toutes constantes) s’exercent sur Tarzan ?
   b) Parmi ces forces, laquelle travaille ?
   c) Déterminer le travail de cette force à l’aide de l’écart d’énergie établi à la question 5)