

## السقوط الرأسي لجسم صلب

تمرين 1 سقوط قطرة ماء في الهواء

قطرة ماء نقرضها كروية الشكل ذات شعاع  $R$  تسقط رأسيًا في الهواء بدون سرعة بدئية ، وتخضع خلال حركتها إلى قوة احتكاك  $\vec{f}$  معاكسة لمُنتجها  $\vec{v}$  وذات قيمة  $f = kv$  ، حيث  $k$  ثابتة .  
المعطيات :

الكتلة الحجمية للماء :  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  .

الكتلة الحجمية للهواء :  $\rho_{\text{air}} = 1.3 \text{ kg/m}^3$  .

1- بين أن دافعة أرخميدس  $\vec{P}_A$  مهملة أمام وزن القطرة  $\vec{P}$  يعطى :  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  .

2- أوجد المعادلة التفاضلية للحركة و اكتبها على الشكل :  $\frac{dv}{dt} + Av = B$  حيث  $a$  و  $b$  ثابتان .

3- ما هو الشرط اللازم لبلوغ السرعة الحدية ؟

4- أعط تعبير السرعة الحدية  $v_\ell$  بدلالة  $k$  ،  $g$  ،  $m$  .

5- تحقق أن :  $v = v_\ell (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$  هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

6- أوجد قيمة الثابتة  $k$  ، علما أن :  $R = 25 \mu\text{m}$  ،  $v_\ell = 7.56 \text{ cm/s}$  .

تمرين 2 نمذجة قوة الاحتكاك المانع

يهدف هذا التمرين إلى نمذجة قوة الاحتكاك المانع المطبقة من طرف الغليسيرول على جسم صلب وذلك بدراسة حركة السقوط الرأسي لكلمة فلزية كتلتها  $m$  و شعاعها  $r$  داخل الغليسيرول.

معطيات : - شعاع الكلمة :  $r = 1 \text{ cm}$  ؛  
حجم الكلمة :  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$  ؛

- الكتلة الحجمية :

\* للفولاذ الذي تتكون منه الكلمة :  $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  ؛

\* الغليسيرول :  $\rho_2 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  ؛

- تسارع الثقالة :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  .

عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ ( $t_0 = 0$ )، نحرر الكلمة

بدون سرعة بدئية من نقطة  $O$  أصل المحور

الرأسي  $(O, \vec{k})$  الموجه نحو الأسفل، فتتم حركتها

داخل الغليسيرول الموجود في إناء زجاجي، على

مرحلتين :

• (1) : مرحلة النظام البدئي بين لحظتين  $t_0$  و  $t_1$

حيث تتزايد سرعة الكلمة.

• (2) : مرحلة النظام الدائم انطلاقا من اللحظة

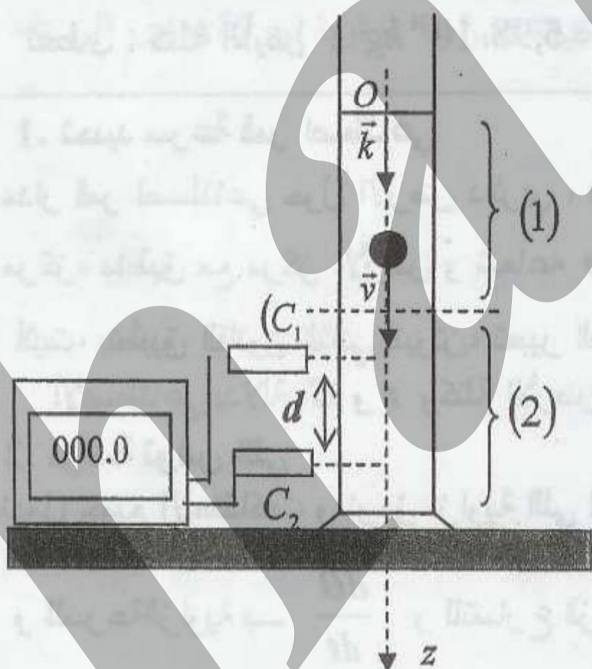
$t_1$  حيث تأخذ سرعة الكلمة قيمة حدية ثابتة  $v_\ell$  .

يمكن الجهاز المكون من ميقت و خليتين  $(C_1)$  و  $(C_2)$

من قياس المدة الزمنية  $\Delta t$  التي تستغرقها

الكلمة لقطع المسافة  $d = 20 \text{ cm}$  خلال المرحلة (2)

(انظر الشكل جانبه).



## السقوط الرأسي لجسم صلب

نذكر أن شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الكرة المغمورة كلياً في الغليسيرول هي  

$$F = \rho_2 \cdot V \cdot g$$

نمذج قوة الاحتكاك التي تخضع لها الكرة أثناء السقوط داخل الغليسيرول بـ  $\vec{f} = -9\pi \cdot r \cdot v^n \cdot \vec{k}$  حيث  $n$  عدد صحيح و  $v$  سرعة مركز قوسر الكرة.

1. حدد قيمة السرعة الحدية  $v_f$  علماً أن  $\Delta t = 956 \text{ ms}$ .

2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة  $v$  لمركز قوسر الكرة داخل السائل تكتب على الشكل :

$$\frac{dv}{dt} + A \cdot v^n = B \quad \text{مع} \quad A = \frac{27}{4 \cdot \rho_1 \cdot r^2} \quad \text{و} \quad B = g \left( \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$$

3. أوجد، انطلاقاً من المعادلة التفاضلية، تعبير  $v_f$  بدلالة  $\rho_1$  و  $\rho_2$  و  $r$  و  $g$ .

4. استنتج العدد  $n$ .

### تمرين 3

سقوط جسم صلب كروي الشكل في الهواء

جسم صلب كروي الشكل قطره  $d=3\text{cm}$  وكتلته  $m=13\text{g}$  يسقط رأسيًا في الهواء انطلاقاً من نقطة  $O$  توجد في ارتفاع  $h=1500\text{m}$  سطح الأرض بدون سرعة بدئية.

المعطيات :  $g = 9,8\text{m/s}^2$  ، الكتلة الحجمية للهواء  $\rho_{\text{air}} = 1,3\text{kg/m}^3$  حجم كرة شعاعها  $r$  :  $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ .

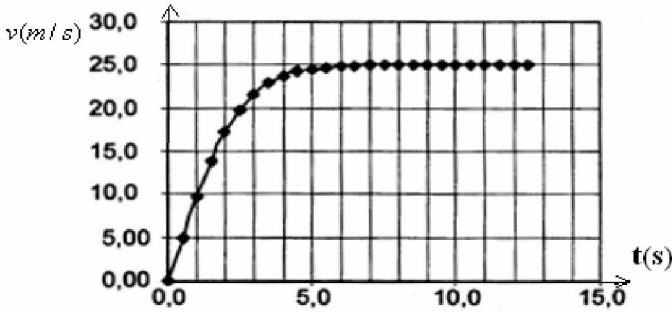
علماً أن الجسم خلال سقوطه يخضع للتأثيرات التالية : وزنه  $P$  ، دافعة أرخميدس  $\vec{F}_A$  و قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  بحيث  $f = kv^2$ .

1- بين أن دافعة أرخميدس مهملّة أمام وزن الجسم

2- بإهمال دافعة أرخميدس :

1-2- بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم تكتب على النحو التالي :  $\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$ .

2-2- يعطي الجدول أسفله بعض قيم سرعة الجسم وتسارعه بدلالة الزمن . باعتماد النتائج المحصل عليها باستعمال طريقة أولير حيث قيمة خطوة الحساب المعتمدة  $\Delta t = 0,5\text{s}$  نعطي المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الجسم بدلالة الزمن.



t (s)	v (m.s <sup>-1</sup> )	a (m.s <sup>-2</sup> )
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	a <sub>4</sub>
2,50	v <sub>5</sub>	3,69
3,00	21,6	2,49

1-2-2 - أعط قيمة كل من التسارع البدئي  $a_0$  والسرعة الحدية للجسم  $v_f$  وثابتة الزمن  $\tau$  المميز للكرية .

2-2-2- أعط تعبير التسارع البدئي  $a_0$  والسرعة الحدية للجسم  $v_f$  بدلالة  $A$  و  $B$ .

3-2-2- استنتج قيمة كل من  $A$  و  $B$ .

3-2 - باستعمال طريقة أولير احسب  $a_4$  و  $v_5$ .