

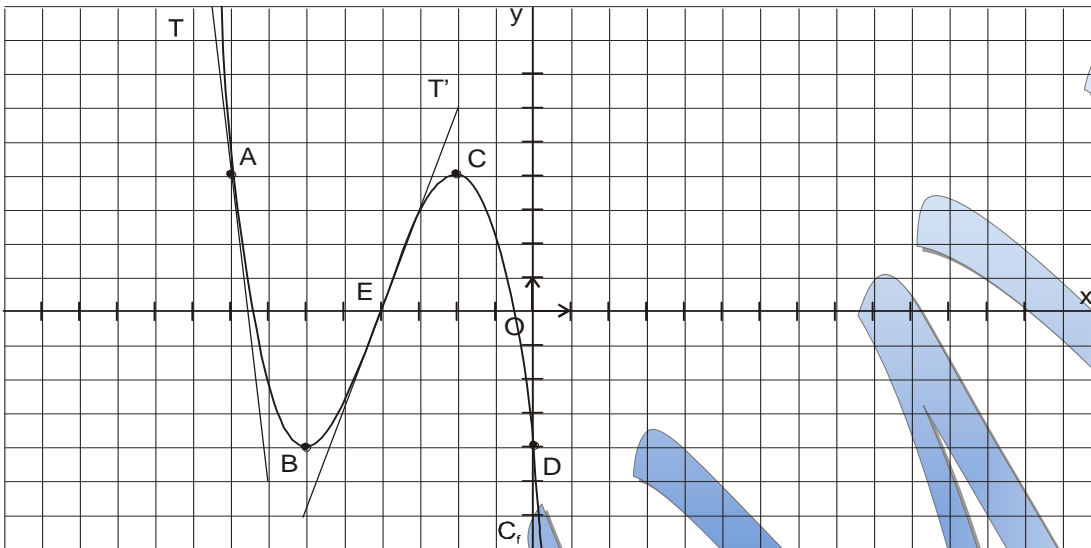
# Série d'exercices

## Fonctions et lectures graphiques

Prof : Naifar Med Yassine  
Classe : 3<sup>ème</sup>

### Exercice N°1 :

Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-9, 1]$  dont la courbe représentative  $C_f$  est donnée par le graphique ci-dessous.



- 1°) Lire sur le graphique  $f(-2)$ .
- 2°) Lire sur le graphique  $f'(-8)$ ,  $f'(-4)$ . Justifier votre réponse.
- 3°) Déterminer l'équation réduite de  $T$  la tangente à  $C_f$  en  $A$ , puis l'équation réduite de  $T_B$  la tangente à  $C_f$  en  $B$ .
- 4°) Résoudre graphiquement dans  $[-9, 1]$  : a)  $f'(x) = 0$     b)  $f'(x) > 0$ . Justifier votre réponse.

### Exercice N°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , d'unité graphique 1 cm.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2 ; 4]$  par  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  et  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  : voir figure ci-contre.

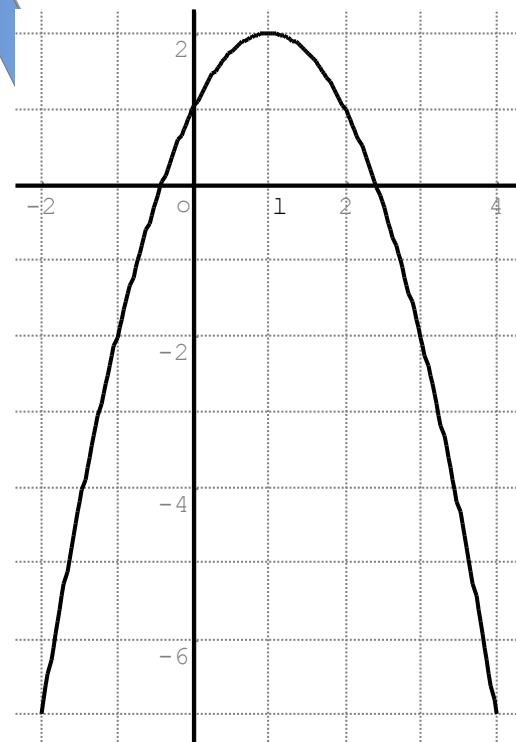
Le tableau suivant donne les nombre dérivés de  $f$  pour certaines valeurs de la variable.

$a$	-2	-1	0	1	2	3	4
$f'(a)$	6	4	2	0	-2	-4	-6

1°) Construire sur la figure ci-contre, les tangentes à la courbe  $C_f$  aux points  $A, B, C$  d'abscisses respectives  $-1, 1, \text{ et } 2$ . Faire apparaître sur le graphique la méthode utilisée, justifiez votre réponse.

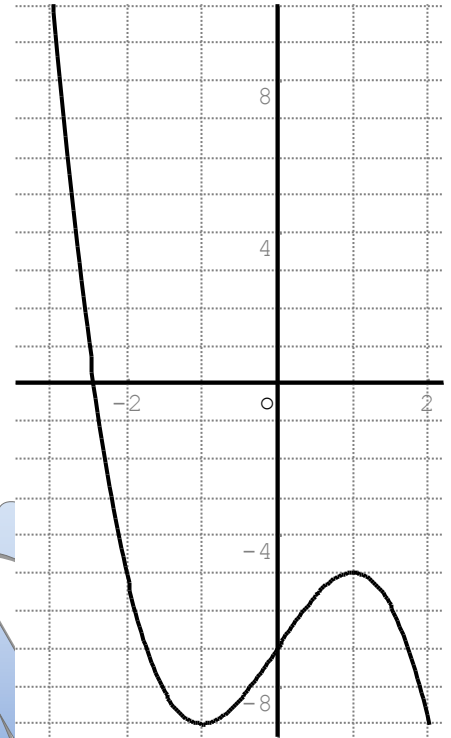
2°) Déterminer une équation de la tangente  $T_A$  à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$ .

3°) Déterminer une équation de la tangente  $T_C$  à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse 2.



### Exercice N°3:

Sur le graphique ci contre la courbe  $C_f$  représentée dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées) une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $[-3, 2]$  ; on précise qu'aux points d'abscisses respectives  $-1$  et  $1$  la tangente à la courbe  $C$  est parallèle à l'axe des abscisses.



1°) a) Par lecture graphique, déterminer les valeurs de  $f(0)$ ,  $f(1)$  et de  $f(-1)$ .

b) On suppose que  $f$  possède sur l'intervalle  $[-3, 2]$  une fonction dérivée que l'on désigne par  $f'$ .

Déterminer la valeur de  $f'(1)$  et déterminer le signe de  $f'(0)$  (justifier vos réponses).

2°) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

3°) Déterminer graphiquement (en justifiant).

a) Le nombre de solutions, dans l'intervalle  $[-3, 2]$ , de l'équation  $f(x) = 0$ .

b) Les valeurs des solutions, dans l'intervalle  $[-3, 2]$ , de l'équation  $f(x) = -5$ .

4°) On admet que pour tout  $x$  de l'intervalle  $[-3, 2]$  on a :

$$f(x) = ax^3 + cx + d \text{ où } a, c \text{ et } d \text{ sont des nombres réels et } f'(x) = 3ax^2 + c.$$

En utilisant les résultats du 1°) déterminer les valeurs  $a$ ,  $c$  et  $d$ .

5°) A l'aide d'une calculatrice programmable et de l'expression de  $f(x)$  obtenue au 4°), déterminer une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de la solution de l'équation  $f(x) = 0$

### Exercice N°4 :

( d'après exercice d'Annales STT (CG, IG) 1999 ).

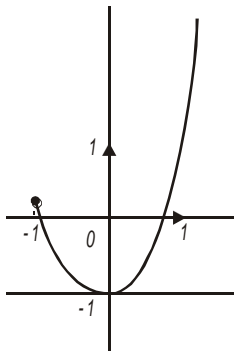
Le plan est rapporté à un repère orthonormal. La courbe  $(C_1)$  tracée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-1; +\infty[$ .

On admettra que :

- $f(-1) \approx 0,26$

- La tangente à  $(C_1)$  au point de coordonnées  $(0; -1)$  est parallèle à l'axe des abscisses.

abscisses.



1°) En utilisant la courbe  $(C_1)$  :

a) Déterminer  $f(0)$  et  $f'(0)$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[1; +\infty[$ .

2°) On se propose d'étudier la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ , sur l'intervalle  $[-1 ; +\infty[$ .  
 L'un des tracés ci-dessous est celui de la courbe représentative ( $C_2$ ) de la fonction  $f'$ . Déterminer lequel, en justifiant la réponse.

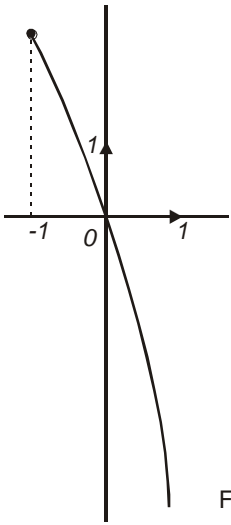


Fig. 1

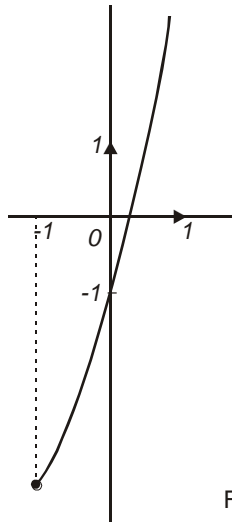


Fig. 2

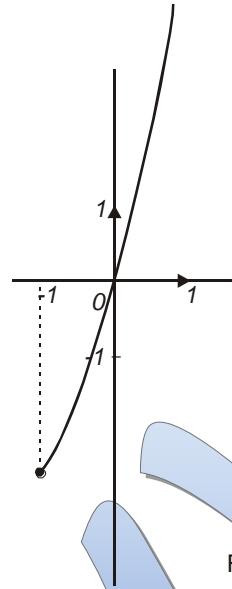


Fig. 3

W  
 \*  
 N

**Correction de l'exercice n°1 :**

1°) L'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -2 est 4 donc :  $f(-2) = 4$  (cf le point C)

2°)  $f'(-8)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe  $C_f$  au point A d'abscisse -8, c'est à dire de la droite T ( cf graphique). Par lecture graphique, on obtient :  $f'(-8) = -9$ .

$f'(-4)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe  $C_f$  au point E d'abscisse -4, c'est à dire de la droite T'. Par lecture graphique, on obtient  $f'(-4) = 3$ .

3°) D'après le 1°) -9 est le coefficient directeur de la tangente T donc l'équation réduite de T est  $y = -9x + b$  où b est un réel à déterminer. A (-8, 4) est sur T donc  $4 = 72 + b$ . D'où  $b = -68$ .

Conclusion : l'équation réduite de T est :  $y = -9x - 68$ .

La tangente  $T_B$  est parallèle à l'axe des abscisses donc son coefficient directeur est nul. B(-6, -4) est sur  $T_B$

Conclusion : l'équation réduite de  $T_B$  est  $y = -4$ .

4°) a) On cherche les abscisses des points de la courbe ayant une tangente parallèle à l'axe des abscisses :

$f'(x) = 0$  pour  $x = -6$  ou  $x = -2$

b) On cherche les intervalles sur lesquels la fonction est strictement croissante :

$f'(x) > 0$  pour  $x$  appartenant à  $] -6, -2 [$ .

**Correction de l'exercice n°2 :**

1°)  $f'(-1) = 4$  donc le coefficient directeur de la tangente  $T_A$  à la courbe au point d'abscisse -1, c'est à dire au point A (-1, -2) est 4 : on trace la droite passant par A et de coefficient directeur 4.

$f'(1) = 0$  donc le coefficient directeur de la tangente  $T_B$  à la courbe au point d'abscisse 1, c'est à dire au point B (1, -2) est 0 : on trace la droite passant par B (1, -2) et parallèle à l'axe des abscisses.

$f'(2) = -2$  donc -2 est le coefficient directeur de la tangente  $T_C$  à la courbe au point C (2, 1).

2°) d'après le 1°)

4 est le coefficient directeur de la tangente  $T_A$  à la courbe au point d'abscisse -1 c'est à dire au point A (-1, -2)

donc l'équation réduite de  $T_A$  est  $y = 4x + b$  où b est un réel à déterminer.

A (-1, -2) est sur  $T_A$  donc  $-2 = -4 + b$  donc  $b = 2$ .

Conclusion : l'équation réduite de  $T_A$  est :  $y = 4x + 2$ .

3°) d'après le 1°) -2 est le coefficient directeur de la tangente  $T_C$  à la courbe au point d'abscisse 2 c'est à dire au point C (2, 1)

donc l'équation réduite de  $T_C$  est  $y = -2x + b$  où b est un réel à déterminer.

C (2, 1) est sur  $T_C$  donc  $1 = -4 + b$  donc  $b = 5$ .

Conclusion : l'équation réduite de  $T_C$  est :  $y = -2x + 5$ .

**Correction de l'exercice n°3 :**

1°) a)  $f(0) = -7$ ,  $f(1) = -5$  et  $f(-1) = -9$

b)  $f'(1) = 0$  car la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

$f'(0)$  est positif car la fonction est strictement croissante sur l'intervalle  $]-1, 1[$  et 0 appartient à cet intervalle.

2°)

Valeurs de x	-3	-1	1
Signe de f'	-	0	+
Variation de f	11	-9	-5

3°) a) L'équation  $f(x) = 0$  a une solution ( la courbe et l'axe des abscisses ont un seul point d'intersection).

b)  $f(x) = -5$  pour  $x = -2$  et  $x = 1$

(on a cherché les abscisses des points de la courbe situés sur la droite d'équation  $y = -5$ ).

4°)  $f(x) = ax^3 + cx + d$

$f(0) = ax^0 + cx^0 + d = d$ . Or  $f(0) = -7$  donc  $d = -7$ .

$f(1) = a + c - 7$

$f(-1) = -a - c - 7$

D'après le 1°) a)  $f(1) = -5$  et  $f(-1) = -9$  donc  $a + c - 7 = -5$  et  $-a - c - 7 = -9$ .

$f(x) = ax^3 + cx - 7$  donc  $f'(x) = 3ax^2 + c$

$f'(1) = 0$  donc  $3a + c = 0$ .

Par ailleurs on a :  $a + c - 7 = -5$  soit  $a + c = 2$ .

D'où  $3a + c = 0$

$$a + c = 2$$

donc  $2a = -2$  soit  $a = -1$  et  $c = -3a = 3$ . Conclusion :  $f(x) = -x^3 + 3x - 7$ .

5°)  $f(x) = -x^3 + 3x - 7$

D'après le graphique la solution de  $f(x) = 0$  est proche de  $-2,5$ .

$f(-2,43) \approx 0,059$  et  $f(-2,42) \approx -0,376$

Donc la solution de  $f(x) = 0$  est comprise entre  $-2,43$  et  $-2,42$ .

**Correction de l'exercice n°4**

1 / a) Par lecture graphique, le point de la courbe ( $C_1$ ) d'abscisse 0 a pour ordonnée  $(-1)$  donc :  $f(0) = -1$ .

Le nombre  $f'(0)$  est égal par définition au coefficient directeur de la tangente à la courbe ( $C_1$ ) au point d'abscisse  $x = 0$ .

D'après les hypothèses de l'énoncé, la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses. Donc :  $f'(0) = 0$ .

b) Tableau de variations :

<b>x</b>	-1	0	$+\infty$
<b>f</b>	0,26	-1	

2 / (On rappelle que  $f$  est croissante si  $f'$  est positive et  $f$  décroissante si  $f'$  négative)  
Tableau de signe de  $f'(x)$

<b>x</b>	-1	0	$+\infty$
<b>Signe de <math>f'(x)</math></b>	-	0	+

Déterminons ci-dessous le tableau de signe de chacune des trois fonctions  $f_1$  (Fig.1),  $f_2$  (Fig.2) et  $f_3$  (Fig.3) proposées :

<b>x</b>	-1	0	$+\infty$
<b><math>f_1(x)</math></b>	+	0	-

<b>x</b>	-1 $\approx$ 0,3	$+\infty$
<b><math>f_2(x)</math></b>	-	+

<b>x</b>	-1	0	$+\infty$
<b><math>f_3(x)</math></b>	-	0	+

(On rappelle qu'une fonction est positive sur l'intervalle  $I$  si sa courbe sur  $I$  est « au-dessus » de l'axe des abscisses, et négative sur  $I$  si sa courbe est « en dessous »).

Concluons : La courbe représentative ( $C_2$ ) de la fonction  $f'$  est celle de la fonction baptisée  $f_3$ , donc celle de **la figure 3.**

