

FONCTION RACINE N^e • PUISSANCE RATIONNELLE

1) Simplifier les nombres suivants :

$$a = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt[3]{256} \times \sqrt[4]{64}}{\sqrt[3]{1024} \times \sqrt[4]{64 \times 10^6}} ; b = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt[3]{9})^3}{\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{3}}$$

$$c = \frac{\sqrt[3]{2048} \times \sqrt[3]{160000}}{\sqrt[3]{4096} \times \sqrt[3]{\sqrt{256} \times \sqrt{512}}}$$

2) Simplifier les nombres suivants :

$$x = (27)^{\frac{2}{3}} + (16)^{\frac{3}{4}} - \frac{2}{\sqrt[3]{8^{-2}}} + \frac{\sqrt[3]{2}}{4^{\frac{2}{3}}}$$

$$y = \frac{(81)^{\frac{2}{9}} \times (27)^{\frac{1}{4}} \times 9^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{14}{3}}}$$

$$z = \frac{a^{\frac{5}{3}} \times \left(\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} \right)^3 \times b^{\frac{5}{2}}}{\left(a^{\frac{5}{3}} \right)^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[5]{b^{-\frac{3}{4}}}} \quad (\text{ici } (a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2)$$

3) Comparer les deux nombres : $\sqrt[3]{91}$ et $\sqrt[3]{15}$

4) Ordonner dans l'ordre croissant les nombres :

$$A = \sqrt{2} ; B = \sqrt[3]{4} ; C = \sqrt[5]{5} ; D = \sqrt[4]{3}$$

5) Écrire les dénominateurs des nombres suivants sous la forme d'un nombre rationnel :

$$\frac{1}{2\sqrt{4}} ; \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} ; \frac{\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}} ; \frac{1}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}$$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1) x^8 - 25 = 0 ; 2) x^3 + 8 = 0$$

$$3) x^7 = \sqrt{3} ; 4) \sqrt[3]{x} = \sqrt[6]{7}$$

$$5) x^4 = 16 ; 6) (3x-4)^5 = 32$$

$$7) \sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt[3]{x} + 4 = 0 ; 8) 9x - 7\sqrt[3]{x} - 2 = 0$$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1) x^4 - 5x^2 - 24 = 0 ; 2) x^6 + 3x^3 - 4 = 0$$

$$3) \sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$$

$$4) \sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x^2 - 1} = x$$

$$5) \sqrt{\frac{2-x}{3+x}} + \sqrt{\frac{3+x}{2-x}} = 2 ; 6) (\sqrt[3]{x}-1)^3 - 54 = 0$$

$$7) \sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = \sqrt[3]{2} ; 8) \sqrt[3]{x+8} + \sqrt[3]{27-x} = 5$$

$$9) \sqrt[3]{x+8} - \sqrt[3]{8-x} = \sqrt[3]{64-x^3}$$

$$10) \sqrt{3+\sqrt{x}} + \sqrt{3-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{2x}$$

$$11) 5x - 4\sqrt{x} - 1 = 0 ; 12) \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 12 = 0$$

$$13) \frac{\sqrt[3]{x+3}}{3} + \sqrt[3]{\frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{2}$$

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$1) \sqrt{x+2} < x ; 2) \sqrt{2x+1} - 3 < \sqrt{x+2}$$

$$3) (2-x)^3 \leq x ; 4) \sqrt[3]{x^2+8} - 2 < x$$

$$5) \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + x + 1} \geq x-1 ; 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3x}{\sqrt[3]{x}} \leq 20$$

Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x} ; 2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt[3]{x^2} - x}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}+1} ; 4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt[3]{x+6}}{3 - \sqrt[3]{2x+5}}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{\sqrt[3]{x}-1} ; 6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{5-x}-1}{2 - \sqrt[3]{x+4}}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+x} - x ; 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt[3]{x} - \sqrt{x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2+1} - 2x ; 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2+1} - x$$

$$11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2-x} - x-1 ; 12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^4+5} + 2x$$