Résolution de systèmes linéaires. Résolution de problèmes

Paul Milan

Professeurs des écoles le 29 septembre 2009

Table des matières

1 Système linéaire à deux inconnues

1.1 Résolution par substitution

Soit le système suivant : $\begin{cases} 3x - 7y = 1 \\ 5x + 2y = 29 \end{cases}$

La méthode par substitution consiste à exprimer une inconnue en fonction de l'autre et « substituer » cette inconnue par cette expression dans la seconde équation.

On isole, par exemple x dans la première équation, cela donne :

$$\begin{aligned} 3x &= 1 + 7y \\ x &= \frac{1+7x}{3} \end{aligned}$$

on remplace x par cette expression dans la seconde équation, cela donne :

$$\frac{5(1+7y)}{3} + 2y = 29$$

on multiplie par 3

$$\begin{aligned} 5(1+7y) + 6y &= 87 \\ 5 + 35y + 6y &= 87 \\ 35y + 6y &= 87 - 5 \\ 41y &= 82 \\ y &= \frac{82}{41} = 2 \end{aligned}$$

on remplace $y = 2$ dans l'expression de x

$$x = \frac{1 + 7 \times 2}{3} = \frac{1+14}{3} = 5$$

La solution est donc $x = 5$ et $y = 2$

Cette méthode est efficace seulement lorsque les coefficients devant les inconnues sont simples. Ici elle s'avére très calculatoire. Voici un système où les coefficients sont plus simple. La méthode par substitution peut s'avérer un bon choix

Soit le système suivant : $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$

On isole x dans la première équation, cela donne :

$$x = 7 - 5y$$

on remplace x par cette expression dans la seconde équation, cela donne :

$$\begin{aligned} 3(7 - 5y) + 4y &= 10 \\ 21 - 15y + 4y &= 10 \\ -11y &= 10 - 21 \\ x &= \frac{-11}{-11} = 1 \end{aligned}$$

on remplace $y = 1$ dans l'expression de x

$$x = 7 - 5 \times 1 = 2$$

La solution est donc $x = 2$ et $y = 1$

1.2 Méthode par addition

Soit le système suivant : $\begin{cases} 3x - 7y = 1 & (\times -5) \quad (\times 2) \\ 5x + 2y = 29 & (\times 3) \quad (\times 7) \end{cases}$

La méthode par addition consiste à multiplier les équations par des coefficients de façon à éliminer une inconnue par addition des deux équations. Pour trouver ces coefficients, il suffit de déterminer le PPCM (plus petit commun multiple). Si l'on veut éliminer x, comme les coefficients devant x sont respectivement 3 et 5, le PPCM est 15, il suffit donc de multiplier la 1re équation par (-5) et la 2e équation par 3. Il est à noter ici comme les coefficients devant x sont de même signe, et que l'on veut éliminer x par addition, il est nécessaire de multiplier les équations par des coefficients de signes contraires. Pour éliminer y, les coefficients devant y sont respectivement -7 et 2, le PPCM est ici 14. On multiplie alors la 1re équation par 2 et la 2e équation par 7. Ce qui donne :

$$\begin{array}{r} -15x + 35y = -5 \\ 15x + 6y = 87 \\ \hline 0x + 41y = 82 \\ y = \dfrac{82}{41} = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6x - 14y = 2 \\ 35x + 14y = 203 \\ \hline 41x + 0y = 205 \\ x = \dfrac{205}{41} = 5 \end{array}$$

Cette méthode est très efficace, car même lorsque les coefficients ne sont pas simples, cela n'entraine pas des fractions ce qui simplifie d'autant les calculs.

1.3 Méthode mixte

Lorsque les coefficients devant les inconnues ne sont pas très compliqués, on préfèrera une méthode mixte, c'est à dire que l'on détermine la 1re inconnue par addition et la 2e inconnue par substitution.

Soit le système suivant : $\begin{cases} 3x - 7y = 1 & (\times -5) \\ 5x + 2y = 29 & (\times 3) \end{cases}$

Déterminons y par addition et x par substitution.

$$\begin{array}{r} -15x + 35y = -5 \\ 15x + 6y = 87 \\ \hline 0x + 41y = 82 \\ y = \dfrac{82}{41} = 2 \end{array}$$

On remplace $y = 2$ dans la 1re équation

$$\begin{aligned} 3x - 7 \times 2 &= 1 \\ 3x - 14 &= 1 \\ 3x &= 15 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

2 Problèmes résolus par un système d'équations

2.1 Problème tout simple

Hervé et Éric sortent d'une boulangerie
Hervé : « J'ai payé 9,50 € pour 4 croissants et 6 baguettes »
Éric : « J'ai payé 5 € pour 3 croissants et 2 baguettes ».
Quel est le prix du croissant et de la baguette ?

La traduction du problème est immédiate. Attention cependant à ne pas oublier de définir les inconnues.

Soit x : prix en euro d'un croissant
Soit y : prix en euro d'une baguette

Le problème se résume au système suivant :

$$\begin{cases} 4x + 6y = 9,5 \\ 3x + 2y = 5 \quad (\times -3) \end{cases}$$

Résolvons ce système par la méthode mixte :

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 9,5 \\ -9x - 6y = -15 \\ \hline -5x + 0y = -5,5 \\ x = \dfrac{-5,5}{-5} = 1,1 \end{array}$$

On remplace $x = 1,1$ dans la 2^{e} équation

$$\begin{aligned} 3 \times 1,1 + 2y &= 5 \\ 2y &= 5 - 3,3 \\ 2y &= 1,7 \\ y &= 0,85 \end{aligned}$$

On conclut toujours par une phrase dans un problème : le prix du croissant est de 1,10 € et le prix de la baguette est de 0,85 €.

2.2 Ne pas oublier de simplifier

Le responsable d'un groupe d'adultes et d'enfants désire organiser un voyage et demande les tarifs à deux compagnies de transport A et B qui proposent les conditions suivantes :

	Prix adulte	*Prix enfant*	*Prix total*
Compagnie A	*280 €*	*200 €*	*13 360 €*
Compagnie B	*320 €*	*160 €*	*14 720 €*

Déterminer le nombre d'adultes et d'enfants qui participent au voyage.

Soit x : nombre d'adultes
soit y : nombre d'enfants

On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} 280x + 200y = 13\ 360 \\ 320x + 160y = 14\ 720 \end{cases}$$

On peut ici diviser la 1re équation par 40 et la 2^{e} équation par 160, on obtient alors :

$$\begin{cases} 7x + 5y = 334 \\ 2x + y = 92 \quad (\times -5) \end{cases}$$

Par la méthode mixte, on obtient :

$$\begin{array}{r} 7x + 5y = 334 \\ -10x - 5y = -460 \\ \hline -3x + 0y = -126 \\ x = \dfrac{-126}{-3} = 42 \end{array}$$

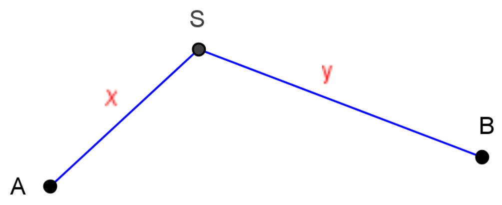
On remplace $x = 42$ dans la 2^{e} équation

$$\begin{aligned} 2 \times 42 + y &= 92 \\ y &= 92 - 84 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

Il y a donc 42 adultes et 8 enfants dans le groupe.

2.3 Utiliser la bonne unité

Pour aller de la ville A à la ville B, on doit gravir un col dont le sommet S est situé à x km de A et y km de B.



Pour aller de A vers B, un coureur cycliste met 1 *h* 30 *mn ; pour aller de B vers A, il met* 1 *h* 50 *mn. Sachant que sa vitesse moyenne horaire en montée est de 15 km/h et sa vitesse moyenne horaire en descente est de 45 km/h, déterminer les distance x et y.*

✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏

Comme on cherche la distance en km et que l'on donne les vitesses en km/h, il semble préférable de déterminer les temps en heures décimales.Ainsi :

$$1 \text{ h } 30 = 1,5 \quad \text{et} \quad 1 \text{ h } 50 = 1 + \frac{50}{60} = 1 + \frac{5}{6}$$

On raisonne sur le temps, grâce à la formule de Galilée $t = \dfrac{d}{v}$

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{15} + \dfrac{y}{45} = 1,5 \\ \dfrac{x}{45} + \dfrac{y}{15} = 1 + \dfrac{5}{6} \end{cases}$$

On multiplie les deux équations par 45 pour supprimer les dénominateurs

$$\begin{cases} 3x + y = 67,5 \quad (\times - 3) \\ x + 3y = 82,5 \end{cases}$$

On résout par la méthode mixte :

$$\begin{aligned} -9x - 3y &= -202,5 \\ x + 3y &= 82,5 \\ \hline -8x + 0y &= -120 \\ x &= \frac{-120}{-8} = 15 \end{aligned}$$

On remplace $x = 15$ dans la 1re équation

$$\begin{aligned} 3 \times 15 + y &= 67,5 \\ y &= 67,5 - 45 \\ y &= 22,5 \end{aligned}$$

La distance x est de 15 km est la distance y de 22,5 km.

3 Résolution de problème par une méthode arithmétique applicable par un élève de CM2

3.1 Somme et différence de deux nombres

Deux nombres entiers naturels ont pour somme S = 51 *et pour différence D* = 21*. Quels sont ces deux nombres ? On proposera une solution réalisable par des élèves du primaire.*

✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏

Soit n_1 et n_2 les deux nombres cherchés

On part d'une solution médiane, c'est à dire que l'on détermine le milieu m des deux nombres en utilsant leur somme. On trouve alors :

$$m = \frac{51}{2} = 25,5$$

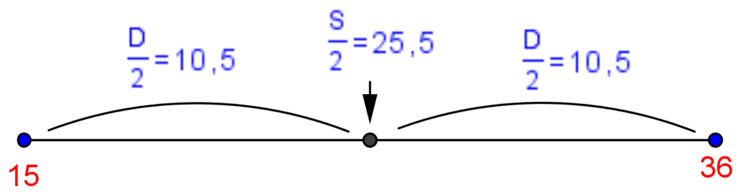
On s'intéresse à leur différence en sachant que leur milieu est de 25, 5, il faut donc retirer et ajouter la moitié de leur différence pour obtenir les deux nombres :

$$\frac{21}{2} = 10,5$$

les deux nombres cherchés sont donc :

$$n_1 = 25,5 - 10,5 = 15 \quad \text{et} \quad n_2 = 25,5 + 10,5 = 36$$

On peut résumé le problème par le graghique suivant :



3.2 Problème de pièces de monnaie

Un élève dispose de 20 pièces de monnaie (en pièces de 20 centimes et de 50 centimes). Quand il compte son argent, il s'aperçoit qu'il possède 5,50 €.

Combien a t-il de pièces de 20 centimes et de pièces de 50 centimes ? On proposera une solution réalisable par des élèves du primaire.

✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏

On recherche la solution médiane, c'est à dire on suppose que l'élève dispose de 10 pièces de 20 centimes et 10 pièces de 50 centimes. Il possède alors 7 € :

$$10 \times 0,20 + 10 \times 0,5 = 2 + 5 = 7$$

Cependant il ne possède pas les 7 €, il faut donc qu'il échange des pièces de 50 centimes contre des pièces de 20 centimes. Il est important qu'il garde toujours le même nombre de pièces. En faisant un échange de 1 pièce de 50 centimes contre une pièce de 20 centimes, la somme d'argent diminue de 30 centimes : $0,50 - 0,20 = 0,30$.

Comme l'élève ne dispose que de 5,50 €, sa somme d'argent doit donc diminuer de :

$$7 - 5,50 = 1,50 \quad \text{soit 150 centimes}$$

Il doit donc échanger 5 pièces de 50 centimes pour 5 pièces de 20 centimes :

$$\frac{150}{30} = 5$$

Il possède donc $10 + 5 = 15$ pièces de 20 centimes et $10 - 5 = 5$ pièces de 50 centimes.

4 Problèmes d'arithmétique

4.1 Une histoire de jetons

On dispose de jetons bleus et de jetons rouges. Les jetons bleus ont pour valeur 3 points tandis que les jetons rouges ont pour valeur 7 points.

1. *Pierre n'a que des jetons bleus et Jean n'a que des jetons rouges. Pierre doit donner 34 points à Jean. Comment Pierre et Jean peuvent-ils procéder ? Donner une solution.*
2. *Paul dit qu'il a 29 jetons qui représentent une valeur totale de 94 points. Que penser de l'affirmation de Paul ? Justifier la réponse.*
3. *Céline possède des jetons bleus et des jetons rouges pour une valeur totale de 34 points. Combien de jetons de chaque couleur possède-t-elle ? Trouver toutes les solutions.*

   Quel nombre maximum de rectangles de 3 cm de large et 7 cm de long peut-on effectivement obtenir en découpant une plaque rectangulaire de dimensions 21 cm et 34 cm ? Justifier la réponse. On pourra utiliser le résultat de la question 3.

✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏

Dans ce type de problème, il existe une solution élégante et une solution par tâtonnement. Cependant, une résolution par tâtonnement doit être orienté de façon à expliquer le mode de la recherche et à limiter le nombre d'assais.

1. On sait que Pierre n'a que des jetons bleus et jean des jetons rouges. Comme Pierre doit donner 34 points à Jean et que 34 n'est pas divisible par 3 ; Pierre doit donner davantage que 34 points (soit au moins 12 jetons bleus) et jean doit lui rendre les points supplémentaires à l'aide jetons rouge à 7 points.

   Soit x : nombre de jetons bleus que donne Pierre.
   Soit y : nombre de jetons rouge que donne Jean.

   On obtient donc l'équation :

   $$3x - 7y = 34 \quad \text{avec} \quad x \geqslant 12$$

   $$7y = 3x - 34 \quad \text{avec} \quad x \geqslant 12$$

   1re méthode : On essaie les nombres x à partir de 12 tel que $3x - 34$ soit un multiple de 7

x	$3x - 34$	y
12	2	impossible
13	5	impossible
14	8	impossible
15	11	impossible
16	14	2

   Pierre donne donc 16 jetons bleus et Jean lui rend 2 jetons rouges

   2e méthode : On cherche à décomposer 34 en un multiple de 3 et un multiple de 7, par exemple :

   $$34 = 6 + 28$$

   On revient à notre équation :

$$\begin{aligned} 3x - 7y &= 6 + 28 \\ 3x - 6 &= 7y + 28 \\ 3(x-2) &= 7(y+4) \end{aligned}$$

Comme 3 et 7 sont premier entre eux, d'après le théorème de Gauss, $(x - 2)$ est un multiple de 7. Comme $x \geqslant 12$, on a donc $x - 2 \geqslant 10$. Le premier multiple de 7 supérieur à 10 est 14, donc :

$$\begin{aligned} x - 2 &= 14 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

On revient à l'équation :

$$\begin{aligned} 7(y+4) &= 3 \times (16-2) \\ 7(y+4) &= 42 \\ y + 4 &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

On retrouve bien le résultat de la première méthode. Cette méthode est plus élégante et permet de trouver toutes les solutions (que l'on ne demandaient pas). Pour l'efficacité la première méthode est peut-être préférable.

2. Cette question revient à déterminer la solution, qui doit être des entiers, du système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 29 \quad (\times -3) \\ 3x + 7y = 94 \end{cases}$$

Par la méthode mixte :

$$\begin{aligned} -3x - 3y &= -87 \\ 3x + 7y &= 94 \\ \hline 0x + 4y &= 7 \\ y &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

y n'est pas entier, donc l'affirmation de Paul est fausse

3. Si Cécile possède des jetons bleus et rouge pour une valeur de 34 points, en conservant les inconnues x et y, on a alors l'équation suivante :

$$3x + 7y = 34$$

1re méthode : On isole l'inconnue x qui a le plus petit coefficient, comme de plus x est positif et 34 non multiple de 3, on a : $7y \leqslant 34$ et $y \geqslant 1$, donc :

$$3x = 34 - 7y \quad \text{avec} \quad 1 \leqslant y \leqslant 4$$

On teste alors toutes les valeurs pour y de 1 à 4

y	$34 - 7y$	x
1	27	9
2	20	impossible
3	13	impossible
4	6	2

On trouve donc deux solutions, soit Cécile a 9 jetons bleus et 1 jeton rouge soit Cécile a 2 jetons bleus et 4 jetons rouges.

2^e^ méthode : On reprend la décomposition de la question 1. $34 = 28+6$, l'équation devient donc :

$$\begin{aligned} 3x + 7y &= 28 + 6 \\ 3x - 6 &= 28 - 7y \\ 3(x-2) &= 7(4-y) \end{aligned}$$

Comme 3 et 7 sont premier entre eux, d'après le théorème de Gauss, $4 - y$ est un multiple de 3. De plus comme y est compris entre 0 et 4, le problème revient à déterminer tous les multiples de 3 compris entre 0 et 4. Seulement deux sont possibles 0 et 3 :

$$\begin{aligned} 4 - y &= 0 \\ y &= 4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3(x-2) &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 4 - y &= 3 \\ y &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3(x-2) &= 7(4-1) \\ 3(x-2) &= 21 \\ x - 2 &= 7 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

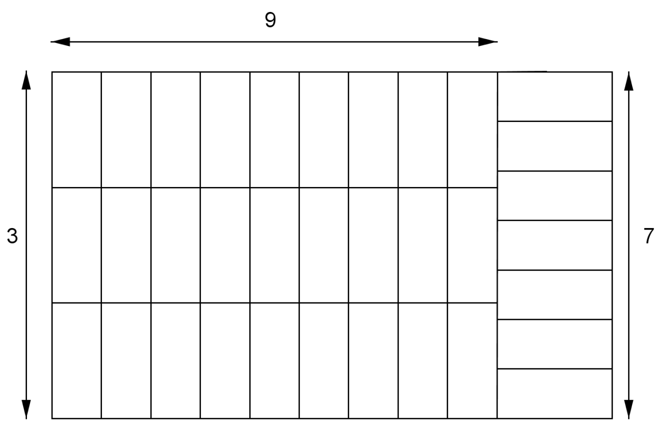
On retrouve alors nos deux solutions

Plaque rectangulaire : Comme la plaque a une longueur de 34 cm, appellons x le nombre de rectangles mis dans le sens de la largeur et y le nombre de rectangles mis dans le sens de la longueur. On doit avoir alors :

$$3x + 7y = 34$$

Nous savons qu'il y a deux solutions :

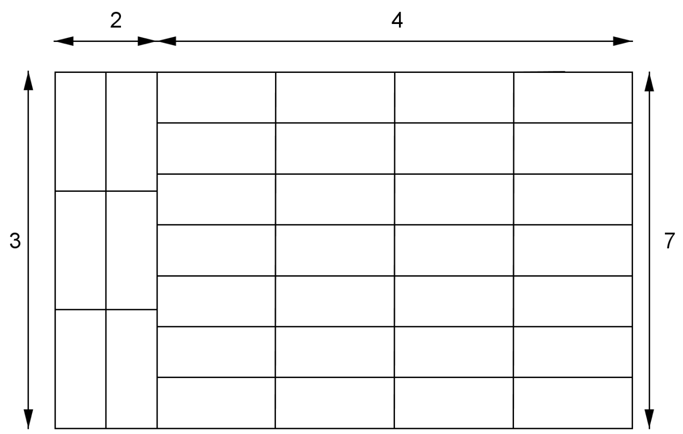
a) $x = 9$ et $y = 1$
Comme la largeur de la plaque est de 21, on peut mettre alors 7 rectangles dans le sens de la largeur et 3 dans le sens de la longueur. On a donc le schéma suivant :



On peut donc mettre : $9 \times 3 + 7 = 27 + 7 = 34$ rectangles dans la plaque au maximum.

b) $x = 2$ et $y = 4$

C'est une autre répartition des rectangle sur la plaque. Cependant comme la plaque est totalement utilisée, on retrouve le résultat de 34 rectangles. On a alors la répartion suivante :



4.2 Les fléchettes

On joue aux fléchettes sur une cible comportant trois zones : une à 5 points, une à 7 points et une à 11 points. On s'intéresse aux différents scores possibles, le nombre de fléchettes n'étant pas limité.

Par exemple 30 est un score possible puisque $30 = 11 + 7 + 7 + 5$ *ou* $30 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$.

1. *Vérifier que* 26, 43, 220 012 *sont des scores possibles.*

   On dit que deux jeux sont identiques si, pour chacun d'entre eux, chaque zone de la cible comporte le même nombre de fléchettes. Par exemple les jeux correspondant aux scores : $7 + 5 + 5 + 11$ *et* $5 + 7 + 11 + 5$ *sont identiques.*
2. *Démontrer qu'il existe deux jeux différents et deux seulement correspondant au score 34.*
3. *Trouver quatre jeux différents donnant le score 40.*
4. *Trouver tous les scores que l'on peut obtenir avec un lancer de trois fléchettes ayant toutes atteint la cible. Présenter les résultats de manière organisée.*
5. *Démontrer que 14 et les quatre entiers suivants sont des scores possibles. En déduire que tout nombre entier supérieur ou égal à 14 est un score possible.*
6. *Donner la liste des entiers non nuls qui ne correspondent à aucun score.*

✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏ ✏

1. Il ne s'agit que de donner une combinaison possible. Par exemples :

$$26 = 3 \times 5 + 11$$

$$\begin{aligned} 43 &= 3 \times 7 + 2 \times 11 \\ &= 2 \times 5 + 3 \times 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 220\ 012 &= 220\ 000 + 12 \\ &= 44\ 000 \times 5 + 5 + 7 \\ &= 44\ 001 \times 5 + 7 \end{aligned}$$

ou

$$= 5 + 7 + 20\,000 \times 11$$

2. C'est la question la plus délicate, car il faut montrer qu'il y a deux solutions pour obtenir un score de 34 et qu'il y n'y en a pas d'autre. Il faut donc passer en revu tous le cas de figure. Il s'agit d'agir avec méthode car on peut y passer du temps.
   On pose :
   x le nombre de fléchettes sur la zone 5 y le nombre de fléchettes sur la zone 7 z le nombre de fléchettes sur la zone 11
   On obtient donc l'équation :
   $$5x + 7y + 11z = 34$$
   On discute selon z car il possède le coefficient le plus grand. Comme x, y, et z sont des entiers naturels, on a donc : $11z \leqslant 34$ ce qui donne $z \leqslant 3$. L'inconnue z peut prendre les valeurs 0, 1, 2 ou 3.
   - $z = 3$. L'équation devient alors :
     $$5x + 7y = 1$$
     Cette équation est impossible car on ne peut faire 1 point avec des fléchettes à 5 et 7 points.
   - $z = 2$. L'équation devient alors :
     $$5x + 7y = 12$$
     On discute alors en fonction de y dont le coefficient est le plus important. Comme $7y \leqslant 12$, on a donc $y \leqslant 1$. Donc y ne peut prendre que les valeurs 0 ou 1. Comme $y = 0$ est impossible car 12 n'est pas un multiple de 5. On trouve alors la première solution
     $$5 + 7 = 12$$
   - $z = 1$. L'équation devient alors :
     $$5x + 7y = 23$$
     On discute selon y. On a $7y \leqslant 23$ donc $y \leqslant 3$. Les valeurs possibles de y sont : 0, 1, 2 ou 3. On teste alors ces quatre valeurs que l'on résume dans un tableau.

y	$5x = 23 - 7y$	x
0	$5x = 23$	impossible
1	$5x = 16$	impossible
2	$5x = 9$	impossible
3	$5x = 2$	impossible

     Il n'y a pas de solution dans ce cas.
   - $z = 0$. L'équation devient alors :
     $$5x + 7y = 34$$
     On discute selon y. On a $7y \leqslant 34$ donc $y \leqslant 4$. Les valeurs possibles de y sont : 0, 1, 2, 3 ou 4. On teste alors ces cinq valeurs que l'on résume dans un tableau..

y	$5x = 34 - 7y$	x
0	$5x = 34$	impossible
1	$5x = 27$	impossible
2	$5x = 20$	4
3	$5x = 13$	impossible
4	$5x = 6$	impossible

On a donc une solution $y = 2$, $x = 4$

- Nous avons passé en revue tous les cas de figure et nous n'avons que 2 solution à notre problème.On a :

$$5 + 7 + 3 \times 11 = 34 \qquad 4 \times 5 + 2 \times 7 + 0 \times 11 = 34$$

3. Pour obtenir un score de 40. On a les quatre possibilités suivantes (on ne demande pas de justification, c'est à dire que l'on ne demande pas de démontrer que ce sont les seules) :

$$\begin{aligned} 40 &= 3 \times 11 + 7 + 0 \times 5 \\ &= 1 \times 11 + 2 \times 7 + 3 \times 5 \\ &= 0 \times 11 + 5 \times 7 + 5 \\ &= 0 \times 11 + 0 \times 7 + 8 \times 5 \end{aligned}$$

4. Scores possibles avec trois fléchettes. Il s'agit de problème de démombrement. Résumons cela dans un tableau (on pourrait tout aussi bien faire un arbre) :

zone 5	zone 7	zone 11	score
3	0	0	15
2	1	0	17
2	0	1	21
1	2	0	19
1	1	1	23
1	0	2	27
0	3	0	21
0	2	1	25
0	1	2	29
0	0	3	33

Comme deux scores sont identiques, il n'y a que 9 scores possibles : 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 33.

5. Analysons les possibilités d'obtenir les scores 14, 15, 16, 17 et 18.

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ 15 &= 3 \times 5 \\ 16 &= 5 + 11 \\ 17 &= 2 \times 5 + 7 \\ 18 &= 7 + 11 \end{aligned}$$

Si $x \geqslant 14$, on peut alors décomposer x comme : $\quad x = 14 + a$. On divise alors a par 5. On alors suivant les restes possibles, les cinq cas suivants :

a	$x = 14 + a$
$5q$	$2 \times 7 + q \times 5$
$5q + 1$	$3 \times 5 + q \times 5$
$5q + 2$	$5 + 11 + q \times 5$
$5q + 3$	$2 \times 5 + 7 + q \times 5$
$5q + 4$	$7 + 11 + q \times 5$

6. Les scores impossibles sont nécessairement inférieurs à 14. On teste alors les entiers inférieurs à 14. On trouve alors : 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 13.