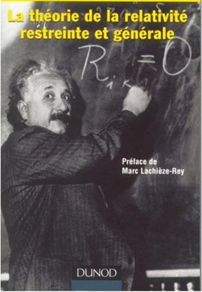
ALBERT EINSTEIN

La théorie de la relativité restreinte et générale



Préface de
Marc Lachièze-Rey

DUNOD

PREMIÈRE PARTIE

La théorie de la relativité restreinte[1]

1

Le contenu physique des propositions géométriques

Sans doute avez-vous, cher lecteur, quand vous étiez jeune garçon, fait la connaissance du superbe édifice de la Géométrie d'Euclide, et vous vous rappelez peut-être, avec plus de respect que de plaisir, cette imposante construction sur le haut escalier de laquelle des maîtres consciencieux vous forçaient de monter pendant des heures innombrables. En vertu de ce passé vous traiteriez avec dédain toute personne qui regarderait même la moindre proposition de cette science comme inexacte. Mais ce sentiment de fière certitude vous abandonnerait peut-être, si l'on vous posait cette question « Qu'entendez-vous par l'affirmation que ces propositions sont vraies ? » À cette question nous voulons nous arrêter un peu.

La géométrie part de certaines notions fondamentales telles que le point, la droite, le plan, auxquelles nous sommes capables d'associer des représentations plus ou moins claires, et de certaines propositions simples (axiomes), que nous sommes disposés à regarder, en vertu de ces représentations, comme «vraies». Toutes les autres propositions sont ensuite ramenées, au moyen d'une méthode logique dont nous nous sentons forcés de reconnaître la légitimité, aux axiomes, c'est-à-dire démontrées. Une proposition est, par conséquent, exacte ou «vraie», si elle est déduite des axiomes de la manière généralement admise. La question de savoir si telle ou telle proposition géométrique est « vraie » se ramène, par conséquent, à la question de savoir si les axiomes sont « vrais ». Mais on sait depuis longtemps que non seulement on ne peut répondre à cette dernière question au moyen des méthodes de la géométrie, mais qu'elle n'a en elle-même aucun sens. On ne peut pas demander s'il est vrai que par deux points il ne passe qu'une seule droite. On peut seulement dire que la Géométrie euclidienne traite de figures qu'elle appelle « droites » et auxquelles elle attribue la propriété d'être déterminées d'une manière univoque par deux de ses points. La notion de «vrai» ne s'applique pas aux énoncés de la géométrie pure, car par le terme «vrai» nous désignons, en dernier ressort, toujours la concordance avec un objet «réel». Or, la Géométrie ne s'occupe pas du rapport entre ses notions et les objets de l'expérience, mais seulement du rapport logique de ces notions entre elles.

Que nous nous sentions quand même portés à regarder les propositions de la Géométrie comme «vraies », cela est facile à expliquer. Aux notions géométriques correspondent plus ou moins exactement des objets déterminés dans la nature, qui sont indubitablement la seule cause de leur naissance. Libre à la Géométrie, pour donner à sa construction la plus grande cohésion logique possible, de ne pas en tenir compte. L'habitude, par exemple, de nous représenter une droite par deux points marqués sur un corps pratiquement rigide est profondément enracinée dans notre esprit. Nous sommes, en outre, habitués à supposer que trois points se trouvent sur une droite si, par un choix approprié du point de vision, nous pouvons faire coïncider leurs positions apparentes.

Si maintenant, en suivant nos habitudes de penser, nous ajoutons aux propositions de la Géométrie euclidienne la seule proposition qui affirme qu'à deux points d'un corps pratiquement rigide correspond toujours la même distance (droite), quels que soient les changements de position que nous lui fassions subir, les propositions de la Géométrie euclidienne deviennent des propositions sur la position relative possible de corps pratiquement rigides[1]. La Géométrie ainsi complétée doit être traitée comme une

1. Par là on coordonne aussi à la ligne droite un objet naturel. Trois points A, B, C d'un corps rigide sont alors situés sur une droite si, A et C étant donnés, le point B est choisi de telle sorte que la somme des distances AB et BC est aussi petite que possible. Cette indication incomplète est ici suffisante.

branche de la Physique. Et c'est avec raison que la question de la « vérité » des propositions géométriques ainsi interprétées peut maintenant être posée, car on peut se demander si ces propositions sont aussi valables pour les objets réels que nous avons coordonnés aux notions géométriques. D'une façon quelque peu imprécise nous pouvons, par conséquent, dire que nous entendons par la « vérité » d'une proposition géométrique en ce sens sa validité dans une construction avec le compas et la règle.

La conviction de la « vérité » des propositions géométriques en ce sens repose naturellement sur des expériences assez imparfaites. Nous voulons pour le moment admettre la vérité de ces propositions ; nous verrons ensuite, dans la dernière partie de nos réflexions (quand nous traiterons de la Théorie de la relativité générale), qu'elle est limitée et dans quelle mesure elle l'est.

2

Le système de coordonnées

En vertu de l'interprétation physique de la distance, dont on vient de parler, nous sommes aussi en état de déterminer la distance de deux points sur un corps rigide au moyen de mesures. A cet effet nous avons besoin d'une droite (bâtonnet S), qui nous servira d'unité de mesure. Si maintenant A et B sont deux points d'un corps rigide, la droite qui les relie peut être construite d'après les lois de la Géométrie; on peut ensuite appliquer sur cette droite la droite S à partir de A autant de fois qu'il est nécessaire pour atteindre B. Le nombre des applications successives est la mesure de la droite AB. C'est sur ce procédé que repose toute mesure de longueur[1].

Toute description d'un lieu où se produit un événement, ou bien où se trouve un objet, consiste en ceci qu'on indique le point d'un corps rigide (corps de référence) avec lequel cet événement coïncide. Ce procédé n'est pas seulement employé dans la description scientifique, mais aussi dans la vie journalière. En analysant l'indication de lieu « à Paris, place du Panthéon », on trouve que sa signification est la suivante : Le sol est le corps rigide auquel se rapporte l'indication du lieu. Sur ce sol, « la place du Panthéon à Paris » est marquée par un point

1. Il est ici supposé que la mesure est faite sans laisser de reste, c'est-à-dire que le résultat est un nombre entier. On s'affranchit de cette difficulté en employant des règles graduées, dont l'introduction n'exige en principe aucune méthode nouvelle.

accompagné d'un nom avec lequel l'événement coïncide dans l'espace [1].

Ce procédé primitif d'indiquer les lieux peut être employé seulement pour les lieux à la surface des corps rigides et dépend de l'existence de points discernables sur cette surface. Voyons comment l'esprit humain s'affranchit de ces deux restrictions, sans que l'essentiel de l'indication des lieux subisse une modification. Si, par exemple, un nuage plane au-dessus de la place du Panthéon, le lieu de ce nuage, rapporté à la surface de la Terre, peut être déterminé en dressant verticalement sur cette place une perche qui atteint le nuage. La longueur de la perche, mesurée avec la règle, jointe à l'indication du lieu du pied de la perche fournit alors une indication parfaite du lieu. Cet exemple nous montre de quelle façon le perfectionnement de la notion de lieu s'est opéré.

a) On prolonge le corps rigide, auquel se rapporte l'indication du lieu, de telle sorte que l'objet à localiser est atteint par le corps rigide complété.

b) Pour caractériser un endroit on utilise le nombre au lieu de points marqués par un nom (ici la longueur de la perche mesurée avec la règle).

c) On parle aussi de la hauteur du nuage même quand il n'y a pas de perche dressée pour l'atteindre. Dans notre cas on évalue la longueur que devrait avoir la perche pour atteindre le nuage, en faisant des observations optiques sur le nuage de différents points du sol et en tenant compte des propriétés de la propagation de la lumière.

On voit par cette considération qu'on obtient un avantage pour la description des lieux, si l'on réussit, par l'emploi de mesures numériques, à se rendre indépendant des points pourvus de noms qui existent sur le corps rigide auquel est rapportée l'indication des lieux. C'est ce qu'atteint la Physique dans ses mesures par l'emploi du système de coordonnées cartésien.

Ce système se compose de trois plans rigides perpendiculaires deux à deux et liés à un corps rigide. Le lieu d'un événement quelconque,

1. Une recherche plus détaillée pour montrer ce que signifie ici «coïncidence dans l'espace» n'est pas nécessaire ; car cette notion est claire en ce sens que, dans le cas concret particulier, des divergences d'opinion au sujet de sa validité ou non validité peuvent à peine se manifester.

par rapport au système de coordonnées, est (en substance) déterminé en indiquant les longueurs des trois perpendiculaires ou coordonnées (*x, y, z*) (voir *fig.* 2, p. 49) qui peuvent être abaissées de ce lieu sur les trois plans. Les longueurs de ces trois perpendiculaires peuvent être déterminées par une des manipulations avec des baguettes rigides, manipulations prescrites par les lois et les méthodes de la Géométrie euclidienne.

Dans la pratique, les plans rigides constituant le système de coordonnées ne sont pas généralement réalisés ; de même les coordonnées ne sont pas réellement déterminées au moyen de constructions avec des baguettes rigides, mais d'une manière indirecte. Le sens physique de la détermination des lieux doit pourtant toujours être cherché conformément aux discussions précédentes, si l'on ne veut pas que les résultats de la Physique et de l'Astronomie se perdent dans le vague[1].

Nous avons donc le résultat suivant : Toute description d'événements dans l'espace nécessite l'emploi d'un corps rigide auquel ces événements doivent être rapportés. Cette relation suppose que les lois de la Géométrie euclidienne sont valables pour les « droites », où la « droite » est représentée physiquement par deux points sur un corps rigide.

---

1. C'est seulement la Théorie de la relativité générale, exposée dans la seconde partie de ce livre, qui rend nécessaires un perfectionnement et une modification de ces conceptions.

3

Espace et temps dans la Mécanique classique

Si, sans trop me faire scrupule et sans entrer dans des explications détaillées, je définis la tâche de la Mécanique dans les termes suivants « La Mécanique doit décrire comment les corps changent de lieu avec le temps », je charge ma conscience de quelques péchés mortels contre le saint esprit de la clarté, et ces péchés doivent tout d'abord être dévoilés.

Il n'est pas clair ce qu'il faut ici entendre par « lieu » et « espace ». Supposons que, me trouvant devant la fenêtre d'un wagon d'un train en marche uniforme, je laisse tomber, sans lui imprimer une impulsion, une pierre sur le talus. Je vois alors (abstraction faite de l'influence exercée par la résistance de l'air) la pierre tomber en ligne droite. Mais un piéton qui observe le méfait du sentier constate que la pierre dans sa chute décrit une parabole. Je demande maintenant : Les « lieux » que la pierre parcourt sont-ils « réellement » situés sur une droite ou sur une parabole ? Que signifie ici, en outre, mouvement dans « l'espace » ? La réponse, d'après les réflexions du chapitre précédent, s'entend d'elle-même. Laissons tout d'abord de côté le terme obscur « espace » par lequel – avouons-le honnêtement – nous ne pouvons absolument rien nous représenter. À sa place nous mettons « mouvement par rapport à un corps de référence pratiquement rigide ». Les lieux par rapport au corps de référence (wagon ou sol) ont déjà été définis d'une façon détaillée dans le chapitre précédent. En mettant à la place de « corps de référence » la notion de « système de coordonnées », qui est utile pour la description mathématique, nous pouvons dire : La pierre décrit, par rapport à un système de coordonnées rigidement lié au wagon, une droite, mais par rapport à un système de coordonnées rigidement lié au sol une parabole. Cet exemple montre clairement qu'il n'y a pas de trajectoire en soi[1], mais seulement une trajectoire par rapport à un corps de référence déterminé.

Une description *complète* du mouvement est réalisée seulement quand on indique comment le corps change de place *avec le temps,* c'est-à-dire qu'il faut indiquer pour chaque point de la trajectoire à quel moment le corps s'y trouve. Ces indications doivent être complétées par une définition du temps telle que ces valeurs du temps puissent, en vertu de cette définition, être considérées en principe comme des grandeurs observables (résultats de mesures). Nous satisfaisons dans notre cas à cette exigence – en restant sur le terrain de la Mécanique classique – de la manière suivante. Nous imaginons deux montres constituées exactement de la même façon, dont l'une est possédée par l'homme qui se trouve devant la fenêtre du wagon et l'autre par l'homme qui se trouve sur la voie. Chacun d'eux établit à quel endroit, par rapport à son corps de référence, se trouve justement la pierre quand sa montre indique un temps déterminé. Nous renonçons ici à tenir compte de l'inexactitude due à la propagation de la lumière avec une vitesse finie. Nous en parlerons, ainsi que d'une autre difficulté qui se présente ici, plus loin d'une façon détaillée.

1. C'est-à-dire une trajectoire que décrit le corps.

4

Le système de coordonnées de Galilée

On sait que la loi fondamentale de la mécanique de Galilée-Newton, connue sous le nom de loi de l'inertie, est exprimée dans les termes suivants : Un corps suffisamment éloigné d'autres corps persiste dans son état de repos ou de mouvement rectiligne et uniforme. Cette proposition n'énonce pas seulement quelque chose concernant les mouvements des corps, mais elle nous dit aussi quels corps de référence ou systèmes de coordonnées sont admissibles et peuvent être employés pour la description mécanique. Les corps auxquels la loi de l'inertie peut sûrement s'appliquer avec une grande approximation sont les étoiles fixes visibles. Mais si nous employons un système de coordonnées rigidement lié à la Terre, chaque étoile fixe décrit par rapport à lui pendant une journée (astronomique) un cercle d'un rayon immense, ce qui est en contradiction avec la loi de l'inertie. Si donc on veut conserver cette loi il ne faut rapporter les mouvements qu'à des systèmes de coordonnées relativement auxquels les étoiles fixes n'effectuent pas de mouvements circulaires. Un système de coordonnées dont l'état de mouvement est tel que relativement à lui la loi de l'inertie reste valable est appelé « système de coordonnées galiléen ». Ce n'est que pour les systèmes de coordonnées galiléens que les lois de Galilée-Newton sont valables.

5

Le principe de relativité (au sens restreint)

Nous partons de nouveau, pour être aussi clair que possible, de l'exemple du wagon du train qui marche avec une vitesse uniforme. Nous appelons son mouvement une translation uniforme (« uniforme », parce que sa vitesse et sa direction sont constantes et « translation », parce que le wagon change certes de place par rapport au talus, mais n'exécute pas de mouvement de rotation). Supposons un corbeau qui, relativement à un observateur sur le talus, vole à travers l'air en ligne droite et d'une manière uniforme. Pour un observateur dans le wagon en marche, le mouvement du corbeau sera à la vérité d'une vitesse et d'une direction différentes, mais également rectiligne et uniforme. En termes abstraits on peut dire : Si une masse m effectue un mouvement rectiligne et uniforme relativement à un système de coordonnées K, elle effectue aussi un mouvement rectiligne et uniforme relativement à un autre système K', si ce dernier effectue relativement à K un mouvement de translation uniforme. De là il résulte, en tenant compte de ce qui a été établi dans le chapitre précédent, que si K est un système de coordonnées galiléen, tout autre système de coordonnées K', qui effectue un mouvement de translation uniforme relativement à K, est également un système galiléen. Relativement à K' les lois de la mécanique de Galilée-Newton sont aussi vraies que relativement à K.

Nous voulons faire un pas de plus dans la généralisation en énonçant la proposition suivante : si K' est relativement à K un système de coordonnées qui effectue un mouvement uniforme sans rotation, les phénomènes de la nature se déroulent, relativement à K', conformément aux mêmes lois générales que relativement à K. Nous appelons cet énoncé «principe de relativité » (dans le sens restreint).

Tant qu'on était convaincu que tous les phénomènes de la nature peuvent être représentés à l'aide de la Mécanique classique, on ne pouvait douter de la validité de ce principe. Mais avec le développement plus récent de l'Électrodynamique et de l'Optique, il devint de plus en plus manifeste que la Mécanique classique était une base insuffisante pour la description de tous les phénomènes physiques. Par là la question de la validité du principe de relativité se posa, et il ne paraissait pas exclu que la réponse pourrait être négative.

Toujours est-il qu'il existe deux faits généraux qui de prime abord parlent beaucoup en faveur de la validité du principe de relativité. En effet, même si la Mécanique classique ne fournit pas une base assez large pour la représentation théorique de tous les phénomènes physiques, il faut lui reconnaître une part importante de vérité, car elle explique avec une merveilleuse précision les mouvements réels des corps célestes. C'est pourquoi le principe de relativité doit aussi être valable avec une grande précision dans le domaine de la Mécanique. Qu'un principe d'une si grande généralité soit valable avec une telle exactitude pour un ordre de phénomènes, mais en défaut pour un autre, ceci est *a priori* peu probable.

Le second argument, sur lequel nous reviendrons encore plus tard, est le suivant. Si le principe de relativité (dans le sens restreint) n'était pas valable, les systèmes de coordonnées galiléens K, K', K», ..., qui exécutent des mouvements uniformes les uns par rapport aux autres, ne seraient pas équivalents pour la description des lois de la nature. On serait alors porté à croire que les lois de la nature ne pourraient être formulées d'une manière particulièrement simple et naturelle que si, entre tous les systèmes de coordonnées galiléens, on choisissait comme corps de référence un d'entre eux (K_0) qui est animé d'un mouvement déterminé. Nous devrions alors à juste titre considérer celui-ci (à cause des avantages qu'il présente pour la description de la nature) comme étant « au repos absolu » et les autres systèmes galiléens K comme étant « en mouvement ». Si, par exemple, notre talus était le système K_0, notre wagon du train serait un système K par rapport auquel des lois moins simples ne seraient valables que par rapport à K_0. Cette moindre simplicité serait due au fait que le wagon K se meut (« réellement ») par rapport à K_0. Dans ces lois générales de la nature, formulées par rapport à K, la grandeur et la direction de la vitesse du wagon devraient jouer un rôle. On devrait s'attendre, par exemple, à ce que la hauteur du son d'un tuyau d'orgue soit différente suivant que l'axe de ce tuyau est parallèle ou perpendiculaire à la direction du train. Or, en vertu de son mouvement autour du Soleil, notre Terre est comparable à un wagon se mouvant avec une vitesse d'environ 30 km/s. Nous devrions nous attendre à ce que, dans le cas où le principe de relativité ne serait pas valable, la direction du mouvement de la Terre intervienne à tout moment dans les lois de la nature et, par conséquent, à ce que les systèmes physiques dépendent dans leur comportement de l'orientation dans l'espace relativement à la Terre. Car, étant donné le changement de direction qui se produit au cours d'une année dans la vitesse de la révolution de la Terre, celle-ci ne peut pas être au repos, relativement au système hypothétique K_0, pendant toute une année. Or, malgré les observations les plus attentives on n'a jamais pu constater une telle anisotropie dans l'espace physique terrestre, c'est-à-dire une non-équivalence physique entre les différentes directions.

Ceci est un argument de grand poids en faveur du principe de relativité.

6

Le théorème de l'addition des vitesses d'après la Mécanique classique

Supposons que le train dont nous avons déjà souvent parlé marche à une vitesse constante v et qu'un homme se déplace dans un des wagons dans le sens de sa longueur, c'est-à-dire dans le sens de la marche du train avec la vitesse w. Combien rapidement ou avec quelle vitesse W l'homme avance-*t*-il dans sa marche relativement au talus ? La seule réponse possible semble résulter de la réflexion suivante

Si l'homme restait immobile pendant une seconde, il avancerait, relativement au talus, d'une longueur v égale à la vitesse du wagon. Mais en réalité il parcourt dans cette seconde, relativement au wagon et par conséquent aussi relativement au talus, la longueur w, qui est égale à la vitesse de sa marche. Il parcourt donc au total pendant cette seconde, relativement au talus, la longueur

$$\mathrm{W} = v + w.$$

Nous verrons plus tard que ce résultat, qui exprime le théorème de l'addition des vitesses de la Mécanique classique, ne peut pas être maintenu, que, par conséquent, la loi que nous venons d'écrire n'est pas tout à fait exacte. Pour le moment, cependant, nous voulons supposer qu'elle est vraie.

7

L’incompatibilité apparente de la loi de la propagation de la lumière et du principe de relativité

On trouve difficilement en Physique une loi plus simple que celle de la propagation de la lumière dans le vide. Tout écolier sait ou croit savoir que la lumière se propage en ligne droite avec une vitesse de 300 000 km/s. Nous savons en tout cas avec une grande exactitude que cette vitesse est la même pour toutes les couleurs ; car s’il n’en était pas ainsi, le minimum d’émission d’une étoile fixe ne s’observerait pas simultanément pour les différentes couleurs au moment où elle est éclipsée par son compagnon obscur. Par une considération analogue, se rattachant aux observations faites sur les étoiles doubles, l’astronome hollandais De Sitter a pu montrer que la vitesse de propagation de la lumière ne peut pas dépendre de la vitesse avec laquelle se meut la source lumineuse. La supposition que cette vitesse de propagation dépend de la direction « dans l’espace » est en soi improbable.

Bref, admettons que c’est avec raison que notre écolier accepte la loi simple de la propagation de la lumière avec une vitesse constante c (dans le vide). Qui croirait que cette loi simple a jeté le physicien consciencieux et réfléchi dans les plus grandes difficultés. Voici comment elles ont surgi.

Le phénomène de la propagation de la lumière doit naturellement, comme tout autre phénomène, être rapporté à un corps de référence rigide (système de coordonnées). Nous choisissons comme tel notre talus et nous supposons que l’air au-dessus de lui a été enlevé. Supposons envoyé le long du talus un rayon de lumière qui se propage par rapport à lui avec la vitesse c. Supposons encore que notre wagon se déplace sur la voie ferrée avec la vitesse v et dans le même sens dans lequel se propage le rayon de lumière, mais, bien entendu, avec une vitesse beaucoup plus petite que ce dernier. Nous demandons maintenant : Quelle est la vitesse de propagation du rayon lumineux relativement au wagon? Il est facile de voir que la considération du chapitre précédent peut ici être appliquée, car l'homme qui se déplace le long du wagon du train en marche et dans le même sens que ce dernier joue le rôle du rayon lumineux. Sa vitesse W relativement au talus est ici remplacée par la vitesse de la lumière relativement à ce dernier ; w est la vitesse de la lumière cherchée relativement au wagon, dont la valeur est

$$w = c - v.$$

La vitesse de propagation du rayon lumineux relativement au wagon est, par conséquent, plus petite que c.

Mais ce résultat est en contradiction avec le principe de relativité exposé au chapitre 5. D'après ce principe, la loi de la propagation de la lumière dans le vide devrait, comme toute autre loi générale de la nature, être la même, soit qu'on choisisse le wagon, soit qu'on choisisse la voie ferrée comme corps de référence. Mais ceci paraît, d'après notre réflexion, impossible. Car, si tout rayon lumineux se propage, relativement au talus, avec la vitesse c, la loi de la propagation de la lumière devrait par là même être différente relativement au wagon, ce qui est en contradiction avec le principe de relativité.

En présence de ce dilemme il paraît inévitable, ou bien d'abandonner le principe de relativité, ou bien la loi simple de la propagation de la lumière dans le vide. Le lecteur qui a suivi attentivement notre exposé jusqu'à présent s'attendra certainement à ce que le principe de relativité, qui apparaît à l'esprit si naturel, si simple et presque inéluctable, soit maintenu, mais que la loi de la propagation de la lumière dans le vide soit remplacée par une autre plus compliquée, qui soit compatible avec le principe de relativité. Mais le développement de la physique théorique a montré que ce chemin n'était pas praticable. Les recherches théoriques extrêmement originales de H. A. Lorentz sur les phénomènes électrodynamiques et optiques présentés par les corps en mouvement montrèrent en effet que les expériences dans ce domaine conduisent nécessairement à une théorie des phénomènes électromagnétiques qui a comme conséquence inévitable la constance de la vitesse de la lumière dans le vide. C'est pourquoi les théoriciens de marque étaient plutôt portés à rejeter le principe de relativité, bien qu'on n'ait pu trouver aucune expérience qui la contredise.

C'est ici qu'intervint la théorie de la relativité. Par une analyse des notions physiques de temps et d'espace, elle montra *qu'en réalité il n'y a aucune incompatibilité entre le principe de relativité et la loi de la propagation de la lumière* et que, tout au contraire, en maintenant fermement et systématiquement ces deux principes on arrive à une théorie logique qui est à l'abri de toute objection. Nous appelons cette théorie, pour la distinguer de la théorie plus générale que nous traiterons plus loin, «Théorie de la relativité restreinte», dont nous allons exposer les idées fondamentales.

8

Sur la notion de temps en Physique

Je suppose que la foudre ait frappé la voie de notre chemin de fer en deux points A et B très distants l'un de l'autre, et j'affirme que ces deux éclairs ont été «simultanés». Si maintenant je vous demande, cher lecteur, si cette affirmation a un sens, vous me répondez avec conviction « Oui ». Mais si j'insiste et vous prie de m'expliquer d'une façon plus précise le sens de cette affirmation, vous constatez après quelque réflexion que la réponse à cette question n'est pas si simple qu'elle paraît au premier abord.

Après quelque temps il vous viendra peut-être à l'esprit la réponse suivante : « Le sens de cette affirmation est clair en soi-même et n'a pas besoin d'autre éclaircissement; certes, il me faudrait réfléchir pendant un certain temps, si j'étais chargé d'établir par des observations, si dans le cas concret les deux événements sont simultanés ou non ». Cette réponse ne me satisfait pas pour les raisons suivantes. Supposons qu'un météorologiste ait trouvé par des réflexions pénétrantes que la foudre doit toujours tomber simultanément aux points A et B ; il nous faudrait alors vérifier si ce résultat théorique correspond ou ne correspond pas à la réalité. Il en est de même pour toutes les affirmations physiques où la notion de « simultané » joue un rôle. Cette notion n'existe pour le physicien que s'il a trouvé la possibilité de vérifier, dans le cas concret, si elle est ou si elle n'est pas exacte. Nous avons donc besoin d'une définition telle de la simultanéité qu'elle nous donne une méthode au moyen de laquelle nous pouvons décider, dans le cas qui nous occupe, par des expériences, si les deux coups de foudre ont été simultanés ou non. Tant que cette exigence n'est pas satisfaite je suis comme physicien (et aussi comme non-physicien) victime d'une illusion, si je crois pouvoir attacher un sens à l'affirmation de la simultanéité. (Si vous ne m'accordez pas cela, cher lecteur, avec conviction, il est inutile de continuer.)

Après quelque temps de réflexion vous pourriez me faire la proposition suivante pour constater la simultanéité. On mesure la droite AB le long de la voie ferrée et l'on place au milieu de cette droite M un observateur muni d'un appareil (par exemple de deux miroirs inclinés à 90°) qui lui permet d'observer simultanément les deux points A et B. S'il aperçoit les éclairs en même temps, ils sont simultanés.

Je suis très satisfait de cette proposition, je ne peux cependant pas considérer la chose comme complètement éclaircie, parce que je me sens forcé à faire l'objection suivante : « Votre définition serait tout à fait correcte, si je savais déjà que la lumière, qui communique à l'observateur en M la perception des deux éclairs, se propage avec la même vitesse sur la droite A → M que sur la droite B → M. Une vérification de cette supposition ne serait possible que si l'on disposait déjà d'un moyen de mesurer le temps. On paraît donc se mouvoir ici dans un cercle vicieux ».

Après quelques réflexions, vous me jetterez avec raison un regard quelque peu dédaigneux en déclarant : «Je maintiens quand même ma définition de tout à l'heure, puisqu'en réalité elle ne présume rien de la lumière. La définition de la simultanéité ne doit remplir qu'une seule condition, de nous fournir dans chaque cas réel un moyen empirique pour décider si le concept à définir est confirmé ou n'est pas confirmé. Il est indiscutable que ma définition remplit cette condition. Affirmer que la lumière met le même temps à parcourir la droite A → M que la droite B → M n'est pas en réalité une supposition ou une hypothèse sur la nature physique de la lumière, mais une convention que je peux faire librement, pour parvenir à une définition de la simultanéité. »

Il est clair que cette définition peut être employée non seulement pour donner un sens exact à la simultanéité de deux événements, mais d'un nombre quelconque d'événements, quelle que soit la position relative des lieux où ils se produisent par rapport au corps de référence (ici le talus)[1]. Par là on arrive à une définition du « temps » en Physique. Qu'on imagine en effet placées aux points A, B, C de la voie ferrée (système de coordonnées) des horloges de même construction et réglées de telle sorte que les positions respectives de leurs aiguilles soient simultanées (dans le sens de plus haut). On entend alors par le « temps » d'un événement l'indication (position des aiguilles) de l'horloge immédiatement voisine de l'événement. À chaque événement est ainsi associée une valeur du temps qui est en principe observable.

Cette convention contient encore une hypothèse physique dont la validité ne peut être mise en doute, puisque aucune preuve empirique ne vient l'infirmer. Il est, en effet, supposé que toutes ces horloges « marchent au même rythme » si elles sont de même construction. En termes plus précis : Si deux horloges au repos en des endroits différents du corps de référence sont réglées de telle sorte que la position des aiguilles de l'une et la position des aiguilles de l'autre sont simultanées (dans le sens de plus haut), alors des positions égales d'aiguilles sont toujours simultanées.

1. Nous supposons, en outre, que si trois événements A, B, C ont lieu en trois endroits différents de telle sorte que A et B ainsi que B et C sont simultanés (simultanés dans le sens de la définition de plus haut), le critérium de la simultanéité des deux événements A-C est également vérifié. Cette supposition est une hypothèse physique concernant la loi de la propagation de la lumière; elle doit être absolument vraie, si l'on veut avoir une possibilité de conserver la loi de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide.

La relativité de la simultanéité

Jusqu'à présent notre réflexion avait en vue un corps de référence particulier, que nous désignions par la « voie ferrée ». Supposons un train très long se déplaçant sur cette dernière avec une vitesse constante *v* dans la direction indiquée sur la figure 1.

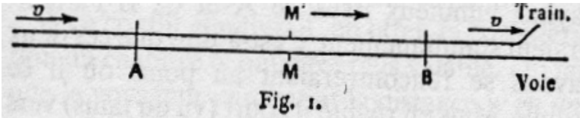


Fig. 1.

Les voyageurs de ce train auront avantage de se servir du train comme corps de référence rigide (système de coordonnées), auquel ils rapporteront tous les événements. Tout événement qui a lieu le long de la voie ferrée a aussi lieu en un point déterminé du train. La définition de la simultanéité peut aussi être formulée exactement de la même façon par rapport au train que part rapport à la voie. La question suivante se pose ainsi tout naturellement:

Deux événements (par exemples les deux éclairs A et B), qui sont simultanés *par rapport à la voie,* sont-ils aussi simultanés *par rapport au train ?* Nous montrerons tout à l'heure que la réponse doit être négative.

Quand nous disons que les éclairs A et B sont simultanés par rapport à la voie ferrée nous entendons par là que les rayons issus des points A et B se rencontrent au milieu M de la distance A-B située sur la voie. Mais aux événements A et B correspondent des endroits A et B dans le train. Soit M' le milieu de la droite A-B du train en marche. Ce point M' coïncide bien avec le point M à l'instant où se produisent les éclairs[1], mais il se déplace sur le dessin vers la droite avec la vitesse *v*. Si un observateur dans le train assis en M' n'était pas entraîné avec cette vitesse, il resterait d'une façon permanente en M et les rayons lumineux issus de A et de B l'atteindraient simultanément, c'est-à-dire que ces deux rayons se rencontreraient au point où il se trouve. Mais en réalité il court (vu du talus) vers le rayon de lumière venant de B, tandis qu'il fuit devant celui qui vient de A. Il verra, par conséquent, le rayon de lumière qui vient de B plus tôt que celui qui vient de A. Les observateurs qui se servent du train comme corps de référence doivent donc arriver à la conclusion que l'éclair B s'est produit antérieurement à l'éclair A. Nous aboutissons ainsi au résultat important suivant:

Des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train et inversement (relativité de la simultanéité). Chaque corps de référence (système de coordonnées) a son temps propre ; une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le corps de référence auquel elle se rapporte.

Avant la Théorie de la relativité la Physique a toujours tacitement admis que l'indication du temps avait une valeur absolue, c'est-à-dire qu'elle était indépendante de l'état de mouvement du corps de référence. Mais nous venons de montrer que cette supposition est incompatible avec la définition si naturelle de la simultanéité ; si on la rejette, le conflit, exposé au chapitre 7, entre la loi de la propagation de la lumière dans le vide et le principe de relativité disparaît.

À ce conflit conduirait, en effet, la considération du chapitre 6, qui n'est plus valable. Du fait que le voyageur parcourait la distance *w en une seconde,* par rapport au wagon, nous avons conclu qu'il parcourait cette distance également *en une seconde* par rapport à la voie. Mais puisque, d'après les réflexions que nous venons de faire, la durée d'un événement déterminé par rapport au wagon ne peut pas être égale à la durée de cet événement par rapport à la voie considérée comme corps de référence, on ne peut pas soutenir que le voyageur en marchant a parcouru la distance *w* relativement à la voie dans un temps qui – mesuré de la voie – est égal à une seconde.

Le raisonnement du chapitre 6 repose encore sur une autre supposition qui, à la lumière d'une réflexion attentive, paraît arbitraire, bien qu'elle ait toujours été faite (tacitement) avant la construction de la Théorie de la relativité.

---

1. Vus du talus.

10

La relativité de la notion de distance spatiale

Considérons deux points déterminés du train[1] qui se déplace avec la vitesse *v* le long du talus, et demandons-nous quelle est leur distance. Nous savons déjà que pour mesurer une distance on a besoin d'un corps de référence, par rapport auquel la distance est mesurée. Le plus simple est d'utiliser le train même comme corps de référence (système de coordonnées). Un observateur dans le train mesure la distance en portant sa règle de mesure en ligne droite le long des planchers des wagons autant de fois qu'il est nécessaire pour que, parti de l'un des points marqués, il arrive à l'autre. Le nombre qui indique combien de fois il a fallu porter la règle représente la distance cherchée.

Il en est tout autrement quand il s'agit de mesurer cette distance en se plaçant sur le talus. La méthode suivante peut alors être employée.

Appelons les deux points du train, dont il s'agit de déterminer la distance et qui se déplacent le long du talus avec la vitesse *v*, A' et B'. Nous demandons d'abord quels sont les points A et B du talus devant lesquels les points A' et B' passent à un moment donné *t* (par rapport au talus). Ces deux points A et B du talus peuvent être déterminés grâce à la définition du temps donnée au chapitre 8. On mesure alors la distance de ces points AB en portant un certain nombre de fois l'unité de mesure le long du talus.

Il n'est pas du tout prouvé *a priori* que cette dernière mesure donnera le même résultat que la première. La longueur du train, mesurée sur le talus, peut être différente de celle mesurée dans le train même. Cette circonstance soulève une seconde objection contre le raisonnement, en apparence si évident, du chapitre 6. Si le voyageur parcourt dans le wagon la distance *w* dans l'unité de temps, *mesurée dans le train,* cette distance n'est pas nécessairement égale à *w* quand elle est *mesurée sur le talus.*

1. Par exemple, le milieu du premier et celui du centième wagon.

11

La transformation de Lorentz

Les réflexions des trois derniers chapitres nous montrent que l'incompatibilité apparente de la loi de la propagation de la lumière avec le principe de relativité du chapitre 7 dérivait d'un raisonnement qui empruntait à la Mécanique classique deux hypothèses que rien ne justifie

1° L'intervalle de temps qui sépare deux événements est indépendant de l'état de mouvement du corps de référence ;
2° La distance spatiale de deux points d'un corps rigide est indépendante de l'état de mouvement du corps de référence.

Si l'on rejette ces deux hypothèses, le dilemme du chapitre 7 disparaît, parce que le théorème de l'addition des vitesses du chapitre 6 n'est plus valable. Nous voyons apparaître la possibilité de concilier la loi de la propagation de la lumière dans le vide avec le principe de relativité. Nous posons la question : Comment faut-il modifier le raisonnement du chapitre 6 pour faire disparaître la contradiction apparente entre ces deux résultats fondamentaux de l'expérience? Cette question conduit à une autre plus générale. Dans le raisonnement du chapitre 6 on considère des lieux et des temps par rapport au train et par rapport au talus. Comment déterminer le lieu et le temps d'un événement par rapport au train, quand on connaît le lieu et le temps de cet événement par rapport au talus ? Peut-on imaginer une réponse à cette question qui soit telle que la loi de la propagation de la lumière dans le vide ne contredise plus le principe de relativité ? En d'autres termes : Peut-on concevoir entre le lieu et le temps des événements, par rapport aux deux corps de référence, une relation telle que tout rayon lumineux possède la même vitesse de propagation *c* par rapport au talus et par rapport au train ? Cette question conduit à une réponse affirmative tout à fait certaine et à une loi de transformation des grandeurs spatio-temporelles d'un événement quand on passe d'un système de référence à un autre.

Avant de traiter ce sujet, nous voulons faire la réflexion accessoire suivante. Nous n'avons considéré jusqu'à présent que des événements se passant le long du talus qui, au point de vue mathématique, représentait une ligne droite. Mais on peut imaginer, de la façon indiquée au chapitre 2, ce corps de référence prolongé latéralement et vers le haut par une structure de baguettes de telle sorte qu'un événement qui a lieu n'importe où puisse être localisé par rapport à elle. On peut d'une manière analogue se représenter le train qui se déplace avec la vitesse v comme étant prolongé à travers tout l'espace, de sorte que tout événement, si éloigné soit-il, puisse aussi être localisé par rapport à cette seconde structure. Nous pouvons, sans commettre des erreurs fondamentales, faire abstraction du fait que ces structures, à cause de l'impénétrabilité des corps solides, devraient en réalité se détruire mutuellement. Dans chacune de ces structures nous imaginons trois plans rectangulaires désignés sous le nom de « plans de coordonnées » (« système de coordonnées »). Au talus correspond alors un système de coordonnées K et au train un système de coordonnées K'. Un événement quelconque est

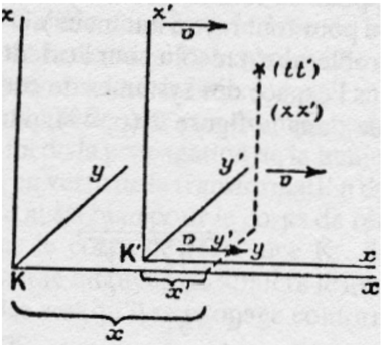


Fig. 2.

déterminé dans l'espace, par rapport à K, par trois perpendiculaires x, y, z abaissées sur les plans de coordonnées, et dans le temps par une valeur de temps t. Le même événement est déterminé dans l'espace et le temps, par rapport à K', par les valeurs correspondantes x', y', z', t' qui, bien entendu, ne concordent pas avec x, y, z, t. Nous avons déjà montré plus haut d'une façon détaillée comment ces grandeurs doivent être considérées comme des résultats de mesures physiques.

Notre problème revêt manifestement la forme précise suivante : Quelles sont les valeurs *x', y', z', t'* d'un événement, par rapport à K', si les grandeurs *x, y, z, t* du même événement, par rapport à K, sont données? Les relations doivent être choisies de telle sorte que la loi de la propagation de la lumière dans le vide soit satisfaite, par rapport à K et à K', pour un seul et même rayon lumineux (à vrai dire pour tout rayon lumineux).

Ce problème est résolu pour l'orientation relative dans l'espace des systèmes de coordonnées, indiquée dans la figure 2 (p. 13), par les équations:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$
$$y' = y,$$
$$z' = z,$$
$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

système d'équations que l'on désigne sous le nom de « transformation de Lorentz »[1].

Mais si, au lieu de la loi de la propagation de la lumière, nous avions pris comme base les suppositions tacitement admises par la vieille Mécanique du caractère absolu des temps et des longueurs, nous obtiendrions, au lieu des équations de transformation, les équations suivantes:

$$x' = x - vt,$$
$$y' = y,$$
$$z' = z,$$
$$t' = t$$

système souvent désigné sous le nom de «transformation de Galilée ». La transformation de Galilée peut être dérivée de la transformation de Lorentz, si l'on attribue à *c* dans cette dernière une valeur infinie.

1. Une dérivation simple de la transformation de Lorentz est donnée dans l'Appendice.

Il est facile de voir par exemple suivant comment la loi de la propagation de la lumière dans le vide est, en vertu de la transformation de Lorentz, satisfaite aussi bien pour le corps de référence K que pour le corps de référence K’. Supposons qu’on envoie un rayon de lumière le long de l’axe positif des *x* et qu’il se propage conformément à l’équation

$$x = ct,$$

c’est-à-dire avec la vitesse *c*. Conformément aux équations de la transformation de Lorentz, cette relation simple entre *x* et *t* entraîne une relation entre *x*’ et *t*’. En effet, en substituant dans la première et la quatrième équation de la transformation de Lorentz à *x* la valeur *ct,* on obtient

$$x' = \frac{(c - v)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$t' = \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

d’où l’on déduit immédiatement en divisant

$$x' = ct'.$$

C’est conformément à cette équation qu’a lieu, rapportée au système K’, la propagation de la lumière. On voit ainsi que la vitesse de propagation est aussi par rapport au corps de référence K’ égale à *c*. Il en est de même pour les rayons lumineux qui se propagent dans une direction quelconque. Ceci n’est pas étonnant, car les équations de transformation de Lorentz sont dérivées conformément à ce point de vue.

12

Le comportement des règles et des horloges en mouvement

Plaçons une règle de 1 m sur l'axe des x' de K' de telle sorte qu'une de ses extrémités (l'origine) coïncide avec le point $x' = 0$ et l'autre (la fin) avec le point $x'= 1$. Quelle est la longueur de la règle par rapport au système K? Pour le savoir nous n'avons qu'à nous demander où se trouvent l'origine et la fin de la règle, par rapport à K, à un instant donné t du système K. Conformément à la première équation de la transformation de Lorentz, les valeurs de ces deux points, au temps t, sont

$$x_{(\text{origine de la règle})} = 0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

$$x_{(\text{fin de la règle})} = 0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

rapport à K la règle se meut avec la vitesse v. Il s'ensuit, par conséquent, que la longueur d'une règle rigide qui se meut avec une vitesse v dans le sens de sa longueur est égale à $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$ mètre.

La règle rigide en mouvement est, par conséquent, plus courte que la même règle au repos, et d'autant plus courte que son mouvement est plus rapide. Pour la vitesse $v = c$, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$ serait égale à zéro ; pour des vitesses plus grandes encore, le radical serait imaginaire. Nous en concluons que dans la Théorie de la relativité la vitesse c joue le rôle d'une vitesse limite, qui ne peut être atteinte par aucun corps réel, encore moins dépassée.

D'ailleurs, ce rôle de la vitesse c comme vitesse limite résulte déjà des équations mêmes de la transformation de Lorentz, car ces équations n'ont pas de sens si nous donnons à v une valeur supérieure à c.

Si nous avions, au contraire, considéré une règle sur l'axe des *x*, qui est au repos par rapport à K, nous aurions trouvé que sa longueur est, par rapport à K', égale à $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$; ceci est tout à fait conforme au principe de relativité qui est à la base de nos réflexions.

Il est *a priori* évident que nous devons tirer des équations de transformation quelques renseignements sur le comportement physique des règles et des horloges. Car les grandeurs *x, y, z, t* ne sont rien d'autre que les résultats de mesures qu'on doit obtenir au moyen de règles et d'horloges. Si nous avions pris pour base la transformation de Galilée, nous n'aurions pas trouvé de raccourcissement de la règle comme conséquence de son mouvement.

Considérons maintenant une horloge à secondes qui est au repos d'une façon permanente à l'origine *(x' = 0)* de K'. Soient *t'* = 0 et *t'* = 1 deux battements successifs de cette horloge. La première et la quatrième équation de la transformation de Lorentz donnent pour ces deux battements

$$t = 0 \quad \text{et} \quad t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Par rapport à K, l'horloge est animée de la vitesse *v* ; par rapport à ce corps de référence, l'intervalle de temps qui sépare deux de ses battements successifs n'est pas une seconde, mais $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ de secondes, c'est-à-dire un temps un peu plus long.

Par suite de son mouvement, l'horloge marche plus lentement que lorsqu'elle est au repos. Ici également la vitesse *c* joue le rôle d'une vitesse limite qu'il est impossible d'atteindre.

13

Le théorème de l'addition des vitesses
L'expérience de Fizeau

Comme nous ne pouvons dans la pratique communiquer aux horloges et aux règles que des mouvements qui sont lents comparés à la vitesse c de la lumière, les résultats du chapitre précédent peuvent à peine être directement confrontés avec la réalité. Comme, d'autre part, ils paraîtront au lecteur bien étranges, nous voulons tirer de la Théorie une autre conséquence, qui peut facilement être déduite des considérations précédentes et qui est brillamment confirmée par l'expérience.

Au chapitre 6 nous avons établi le théorème de l'addition des vitesses pour des vitesses de même direction d'après les hypothèses de la Mécanique classique. Ce théorème peut aussi être aisément déduit de la transformation de Galilée (chapitre 11). Au lieu du voyageur marchant dans le wagon, nous considérons un point se mouvant, par rapport au système de coordonnées K', conformément à l'équation

$$x' = wt'.$$

D'après la première et la quatrième équation de la transformation de Galilée, on peut exprimer x' et t' au moyen de x et de t, et l'on obtient ainsi

$$x = (v + w)t.$$

Cette équation n'exprime rien d'autre que la loi du mouvement du point par rapport au système K (du voyageur par rapport au talus); nous désignons cette vitesse par W, et nous obtenons, comme au chapitre 11,

$$W = v + w. \tag{A}$$

Mais nous pouvons aussi bien faire ce raisonnement en nous appuyant sur la Théorie de la relativité. Il faut alors remplacer dans l'équation

$$x' = wt'.$$

x' et *t'* par *x* et *t* en utilisant la première et la quatrième équation de la transformation de Lorentz. Au lieu de l'équation (A), on obtient alors l'équation

$$W = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}, \tag{B}$$

qui correspond au théorème de l'addition de vitesses de même direction selon la théorie de L relativité. La question se pose maintenant de savoir lequel de ces deux théorèmes est mieux ici accord avec l'expérience. Nous sommes rensei gnés à ce sujet par une expérience extrêmement importante faite, il *y* a plus d'un demi-siècle, par le physicien génial Fizeau et répétée depuis par quelques-uns des meilleurs expérimentateurs, de sorte que son résultat ne laisse place à aucun doute. L'expérience concerne la question sui vante : Supposons que la lumière se propage dan; un liquide immobile avec une vitesse déterminée *w*. Avec quelle vitesse se propage-*t*-elle dans la direction de la flèche, le long du tuyau T *(fig. 3)* si celui-ci est parcouru par ledit liquide avec 1h vitesse *v* ?

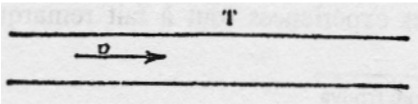


Fig. 3.

Conformément au principe de relativité, il faut en tout cas supposer que, *par rapport au liquide,* la lumière se propage toujours avec la même vitesse *w*, que le liquide soit ou ne soit pas en mouvement par rapport à d'autres corps. Par conséquent, la vitesse de la lumière par rapport au liquide et la vitesse de ce dernier par rapport au tuyau sont connues; ce qu'on cherche c'est la vitesse de la lumière par rapport au tuyau.

Il est clair que nous nous trouvons ici de nou- veau en face du problème du chapitre 6. Le tuyau joue le rôle du talus ou du système de coordonnées K, le liquide celui du wagon ou du système de coordonnées K', la lumière enfin celui du voyageur marchant dans le wagon ou du point mobile dans ce chapitre. Si l'on désigne par W la vitesse de la lumière par rapport au tuyau, elle nous est donnée par l'équation (A) ou l'équation (B) suivant que la transformation de Galilée ou celle de Lorentz correspond à la réalité.

L'expérience[1] décide en faveur de l'équation (B) déduite de la Théorie de la relativité, et même d'une façon très exacte. L'influence de la vitesse v du liquide sur la propagation de la lumière est représentée par la formule (B), d'après les dernières expériences tout à fait remarquables de Zeeman, avec une approximation supérieure à 1%.

Il faut cependant noter que, longtemps avant la construction de la Théorie de la relativité, H. A. Lorentz, suivant la voie purement électrodynamique, avait présenté une théorie de ce phénomène en utilisant certaines hypothèses sur la structure électromagnétique de la matière. Mais cette circonstance ne diminue en rien la force démonstrative de l'expérience comme expérience cruciale en faveur de la Théorie de la relativité. Car l'électrodynamique de Maxwell-Lorentz, sur laquelle était basée la première théorie, n'est nullement en contradiction avec la Théorie de la relativité. Cette dernière est plutôt sortie de l'électrodynamique comme un résumé remarquablement simple et une généralisation des hypothèses jadis indépendantes les unes des autres, sur lesquelles l'électrodynamique était édifiée.

1. Fizeau trouva

$$W = w + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

où $n = \frac{c}{w}$ représente l'indice de réfraction du liquide.

D'autre part, comme $\frac{vw}{c^2}$ est petit par rapport à 1, on peut tout d'abord remplacer (B) par

$$W = (w + v)\left(1 - \frac{vw}{c^2}\right),$$

ou bien, dans le même ordre d'approximation, par $w + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, ce qui concorde avec le résultat de Fizeau.

14

La valeur heuristique de la Théorie de la relativité

Les idées exposées jusqu'à présent peuvent être brièvement résumées de la façon suivante. L'expérience nous a conduit à la conviction que, d'une part, le principe de relativité (restreinte) est vrai et que, d'autre part, la loi de la propagation de la lumière dans le vide doit être considérée comme égale à une constante *c*. En réunissant ces deux postulats nous avons obtenu la loi de transformation pour les coordonnées rectangulaires *x, y, z* et le temps *t,* qui constituent les processus de la nature, et le résultat ne fut pas la transformation de Galilée, mais (contrairement à la Mécanique classique) la transformation de Lorentz.

Dans cette suite d'idées, la loi de la propagation de la lumière, dont la supposition est justifiée par notre connaissance réelle, jouait un rôle important. Mais une fois que nous sommes en possession de la transformation de Lorentz, nous pouvons la réunir avec le principe de relativité et résumer la Théorie de la façon suivante

Toute la loi générale de la nature doit être telle qu'elle se transforme en une loi de même forme quand on introduit, au lieu des variables d'espace-temps *x, y, z, t* du système de coordonnées primitif K, de nouvelles variables d'espace-temps *x', y', z', t'* du système de coordonnées K', où la relation mathématique entre les grandeurs accentuées et les grandeurs non accentuées est donnée par la transformation de Lorentz. Plus brièvement : les lois générales de la nature sont invariantes relativement à la transformation de Lorentz.

Ceci est une condition mathématique précise que la Théorie de la relativité (restreinte) dicte à une loi de la nature, par là elle devient un auxiliaire précieux dans la recherche des lois générales de la nature. Si l'on découvrait une loi générale ne satisfaisant pas à cette condition, une au moins des deux suppositions fondamentales de la Théorie serait réfutée. Voyons maintenant à quels résultats généraux cette dernière a abouti jusqu'à présent.

Résultats généraux de la Théorie

Des considérations précédentes il résulte manifestement que la Théorie de la relativité (restreinte) est sortie de l'Électrodynamique et de l'Optique. Dans ces domaines elle n'a pas beaucoup modifié les énoncés de la théorie, mais elle a beaucoup simplifié l'édifice théorique, c'est-à-dire la dérivation des lois, et - ce qui est encore incomparablement plus important - considérablement diminué le nombre des hypothèses indépendantes les unes des autres sur lesquelles elle repose. Elle a conféré un tel degré d'évidence à la théorie de Maxwell-Lorentz que celle-ci aurait été généralement acceptée par les physiciens même si l'expérience avait parlé en sa faveur d'une façon moins convaincante.

La mécanique classique avait besoin d'une modification pour être en harmonie avec le postulat de la Théorie de la relativité restreinte. Cette modification cependant n'a trait, en substance, qu'aux lois des mouvements rapides, où les vitesses v de la matière ne sont pas trop petites comparées à la vitesse de la lumière. L'expérience nous montre que seuls les électrons et les ions sont animés de tels mouvements rapides ; pour d'autres mouvements les écarts des lois de la Mécanique classique sont trop faibles pour pouvoir être observés dans la pratique. Nous parlerons du mouvement des étoiles quand nous traiterons de la Théorie de la relativité générale. D'après la Théorie de la relativité, l'énergie ciné- tique d'un point matériel de masse m n'est plus donnée par l'expression m$v^2/2$,

mais par l'expression $\dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}.$

Cette expression tend vers l'infini quand la vitesse v tend vers la vitesse de la lumière c. La vitesse doit, par conséquent, rester toujours infé- rieure à c, si grandes que soient les énergies qu'on emploie à l'accélérer. En développant l'expression our l'énergie cinétique en série, on obtient

$$mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \dots.$$

Quand v^2/c^2 est petit par rapport à 1 le troisième de ces termes est toujours petit par rapport au second, le seul considéré dans la Mécanique classique. Le premier terme mc^2 ne contient pas la vitesse, il ne faut donc pas en tenir compte, quand il s'agit seulement de savoir comment l'énergie d'un point matériel dépend de la vitesse. Nous parlerons plus loin de sa signification essentielle.

Le résultat de caractère général le plus important auquel a conduit la Théorie de la relativité restreinte a trait à la notion de masse. La Physique prérelativiste connaît deux principes de conservation d'importance fondamentale, le principe de la conservation de l'énergie et celui de la conservation de la masse; ces deux principes fondamentaux apparaissent comme complètement indépendants l'un de l'autre. Grâce à la Théorie de la relativité, ils ont été réunis en un seul principe. Nous allons exposer brièvement comment cette union s'est opérée et comment il faut l'interpréter.

Le principe de relativité exige que le principe de la conservation de l'énergie ne soit pas seulement valable par rapport à un système de coordonnées K, mais aussi par rapport à tout système de coordonnées K' animé d'un mouvement de translation uniforme par rapport à K (en un mot par rapport à tout système de coordonnées « galiléen »). Pour le passage d'un tel système à un autre, la transformation de Lorentz sert de règle, contrairement à la Mécanique classique.

De ces prémisses et des équations fondamentales de l'Électrodynamique de Maxwell on peut tirer avec une nécessité absolue et par des considérations relativement simples la conclusion suivante : Un corps animé de la vitesse v, qui absorbe une quantité d'énergie E_0[1] sous forme de rayonnement, sans que sa vitesse soit modifiée, éprouve un accroissement d'énergie égal à

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

L'énergie cherchée du corps est alors donnée, en tenant compte de l'expression indiquée plus haut pour l'énergie cinétique, par

$$\frac{\left(m+\frac{E_0}{c^2}\right)c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

1. E_0 est l'énergie absorbée par rapport à un système de coordonnées en mouvement avec le corps.

Le corps a donc la même énergie qu'un corps de masse m + E_0 / c^2 animé de la vitesse v. On peut par conséquent dire : Si un corps absorbe une énergie E_0, sa masse inerte augmente de E_0 / c^2 ; la masse inerte d'un corps n'est pas constante, mais variable en proportion de la variation de l'énergie de celui-ci. La masse inerte d'un système de corps peut même être considérée directement comme la mesure de son énergie. Le principe de la conservation de la masse d'un système s'identifie avec celui de la conservation de l'énergie et n'est valable que si le système n'absorbe ni n'émet d'énergie. Si l'on écrit l'expression pour l'énergie sous la forme $\dfrac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$

on voit que le terme mc^2, qui nous a déjà frappé, n'est autre chose que l'énergie que le corps possédait déjà[1] avant l'absorption de l'énergie E_0.

La comparaison directe de ce principe avec l'expérience échoue pour le moment, parce que les variations de l'énergie E_0 que nous pouvons communiquer à un système ne sont pas assez grandes pour rendre perceptible le changement de la masse inerte du système. La quantité E_0 / c^2 est trop petite en comparaison avec la masse m que possédait un corps avant d'avoir subi une variation d'énergie. C'est à cette circonstance qu'on doit attribuer le fait qu'on ait pu établir avec succès le principe de la conservation de la masse qui a une valeur propre.

Encore une dernière remarque de caractère fondamental. Le succès de l'interprétation de Faraday-Maxwell de l'action électromagnétique à distance par des processus intermédiaires de vitesse finie, eut pour résultat que la conviction se répandait parmi les physiciens qu'il n'existe pas d'action à distance directe et instantanée du type de la loi de la gravitation de Newton. La Théorie de la relativité remplace l'action instantanée à distance, ou l'action à distance avec une vitesse de propagation infinie, par l'action à distance avec la vitesse de la lumière. Ceci vient du rôle fondamental que joue dans cette théorie la vitesse c. Nous verrons dans la seconde partie de quelle manière ce résultat est modifié dans la Théorie de la relativité générale.

1. Considérée par rapport à un système de coordonnées en mouvement avec lui.

16

La théorie de la relativité restreinte et l’expérience

La question de savoir jusqu’à quel point la Théorie de la relativité restreinte est appuyée par l’expérience ne comporte pas de réponse simple, et cela pour la raison que nous avons déjà indiquée à propos de l’expérience fondamentale de Fizeau. La Théorie de la relativité restreinte est une cristallisation de la théorie des phénomènes électromagnétiques de Maxwell-Lorentz. Tous les faits expérimentaux, par conséquent, qui soutiennent celle-ci soutiennent aussi celle-là. Je mentionne ici le fait particulièrement important que la Théorie de la relativité permet de déduire d’une façon remarquablement simple et en accord avec l’expérience les influences que subit la lumière, qui nous arrive des étoiles fixes, par le mouvement relatif de la Terre par rapport à ces étoiles. Il s’agit du déplacement annuel de la position apparente des étoiles fixes par suite du mouvement de la Terre autour du Soleil (aberration) et de l’influence de la composante radiale des mouvements relatifs des étoiles fixes, par rapport à la Terre, sur la couleur de la lumière qui arrive jusqu’à nous. Cette dernière influence se manifeste par un petit déplacement des raies spectrales de la lumière venant d’une étoile fixe, par rapport à la position des mêmes raies spectrales produites par une source de lumière terrestre (principe de Doppler). Les arguments expérimentaux en faveur de la théorie de Maxwell-Lorentz, qui sont en même temps des arguments en faveur de la Théorie de la relativité, sont trop nombreux pour être exposés ici. Ils limitent effectivement les possibilités théoriques de telle sorte qu’aucune autre théorie que celle de

MaxwellLorentz n'a pu se maintenir en face de l'expérience. Mais il existe deux classes de faits expérimentaux constatés jusqu'à présent que la théorie de Maxwell-Lorentz ne peut expliquer qu'en introduisant une hypothèse auxiliaire qui, sans l'utilisation de la Théorie de la relativité, paraît en soi étrange.

On sait que les rayons cathodiques et les soi-disant rayons β, émis par les substances radioactives se composent de corpuscules électrisés négativement (électrons) de très faible inertie et de grande vitesse. En étudiant la déviation de ces rayons sous l'influence de champs électriques et magnétiques, on peut déterminer d'une façon très précise la loi du mouvement de ces corpuscules.

Dans l'étude théorique de ces électrons on se trouve devant la difficulté que l'Électrodynamique seule n'est pas capable de rendre compte

de leur nature. Car, étant donné que des masses électriques de même signe se repoussent, le,, masses électriques négatives constituant un élec- tron devraient se disperser sous l'influence de leur répulsion réciproque s'il n'y avait pas encore d'autres forces agissantes, dont la nature est res- tée pour nous jusqu'à présent obscure[1]. En sup- posant que les distances relatives des masses électriques constituant l'électron restent inva- riables quand celui-ci est en mouvement (liaison rigide au sens de la Mécanique classique), on obtient une loi du mouvement de l'électron qui n'est pas en accord avec l'expérience. H. A. Lorentz, guidé par des considérations pure- ment formelles, a le premier introduit l'hypothèse que le corps de l'électron subit du fait de son mou- vement une contraction dans le sens de ce mouvement, qui est proportionnelle à l'expression $\sqrt{1 - \frac{c^2}{v^2}}$.

Cette hypothèse, qui n'est justifiée par rien en Électrodynamique, fournit la loi du mouvement que l'expérience a confirmée avec une grande précision dans ces dernières années.

La Théorie de la relativité conduit à la même loi du mouvement sans avoir besoin d'une hypothèse quelconque sur la structure et le comportement de

1. La Théorie de la relativité générale rend vraisemblable la conception que les masses électriques d'un électron sont maintenues ensemble par des forces de gravitation.

l'électron. Les choses se présentent d'une manière analogue, comme nous l'avons vu au chapitre 13, dans l'expérience de Fizeau, dont le résultat était expliqué par la Théorie de la relativité sans qu'il ait été nécessaire de faire une hypothèse sur la nature physique du liquide.

Une seconde classe de faits, à laquelle nous faisons allusion ici, se rattache à la question de savoir si dans les expériences faites sur la Terre se révèle le mouvement de celle-ci à travers l'Univers. Nous avons déjà fait remarquer au chapitre 5 que tous les efforts dans ce sens ont abouti à un résultat négatif. Avant la construction de la Théorie de la relativité, il était difficile à la Science d'expliquer ce résultat négatif. L'état des choses était le suivant. Les préjugés invétérés sur le temps et l'espace ne permettaient aucun doute que pour le passage d'un système de référence à un autre c'est la transformation de Galilée qui compte. En supposant que les équations de Maxwell-Lorentz sont valables pour un système de référence K, on trouve qu'elles ne sont pas valables pour un système de référence K' animé d'un mouvement uniforme par rapport à K, si l'on admet qu'entre les coordonnées de K et de K' existent les relations de la transformation de Galilée. Il semble donc que de tous les systèmes de coordonnées galiléens l'un d'eux (K), animé d'un mouvement particulier, se distingue physiquement de tous les autres. On interprétait ce résultat physiquement en regardant K comme immobile par rapport à un éther hypothétique qui propagerait la lumière. Par contre, tous les systèmes de coordonnées K', qui sont en mouvement par rapport à K, devaient être en mouvement par rapport à l'éther. C'est à ce mouvement K' relativement à l'éther («vent d'éther» relativement à K') qu'on attribuait les lois plus compliquées qu'on supposait être valables relativement à K'. On était donc forcé d'admettre un tel vent d'éther relativement à la Terre, et les physiciens se sont pendant longtemps efforcés de le mettre en évidence.

Pour *y* parvenir, Michelson avait trouvé une méthode qui paraissait être décisive. Qu'on imagine deux miroirs disposés sur un corps rigide et tournant l'un vers l'autre leurs surfaces réfléchissantes. Un rayon lumineux a besoin d'un temps bien déterminé pour aller d'un miroir à l'autre et de revenir, si tout ce système est immobile par rapport à l'éther. Mais on trouve (par le calcul) pour cet événement un temps un peu différent T' quand le corps et les miroirs sont en mouvement par rapport à l'éther. Bien plus, le calcul montre que, pour une vitesse donnée v par rapport à l'éther, ce temps T’ est différent suivant que le corps se meut perpendiculairement aux plans des miroirs ou parallèlement à ces plans. Bien que la différence ainsi calculée entre ces deux durées de temps soit extrêmement petite, l’expérience d’interférence faite par Michelson et Morley aurait dû la mettre clairement en évidence. Mais cette expérience donna un résultat négatif et jeta les physiciens dans un grand embarras. Pour tirer la théorie de cet état fâcheux, Lorentz et Fitzgerald supposèrent que le mouvement du corps par rapport à l’éther produit en lui un raccourcissement dans la direction de son mou-vement, qui fait précisément disparaître la différence de temps en question. Une comparaison avec les réflexions du chapitre 12 montre que ce moyen était aussi le bon au point de vue de la Théorie de la relativité. Mais l’interprétation de la situation par la Théorie de la relativité est incomparablement plus satisfaisante. D’après elle il n’existe pas de système de coordonnées privilégié qui donne lieu à introduire l’idée de l’éther, ni, par conséquent, de vent d’éther, ni d’expérience pour le mettre en évidence. La contraction des corps en mouvement suit ici, sans hypothèses spéciales, des deux principes fondamentaux. Ce qui compte dans cette contraction, ce n’est pas le mouvement en soi auquel nous ne pouvons attacher aucun sens, mais le mouvement par rapport au corps de référence choisi dans chaque cas particulier. C’est ainsi que le système de miroirs de Michelson et Morley n’est pas raccourci pour un système de référence en mouvement avec la Terre, mais bien pour un système de référence qui est au repos par rapport au soleil.

17

L’espace à quatre dimensions de Minkowski

Le non-mathématicien est saisi d’un frisson mystique quand il entend parler de « quatre dimensions », un sentiment qui ressemble à celui que produit en nous le fantôme du théâtre. Et pourtant, rien n’est plus banal que l’affirmation que le monde dans lequel nous vivons est un continuum d’espace-temps à quatre dimensions.

L’espace est un continuum à trois dimensions; cela veut dire qu’il est possible de déterminer la position d’un point (immobile) au moyen de trois nombres (coordonnées) x, y, z et qu’il existe pour chaque point un nombre quelconque de points «voisins», dont la position peut être déterminée par des coordonnées x_1, y_1, z_1, qui sont aussi voisines que l’on veut des coordonnées, x, y, z du premier point. À cause de cette dernière propriété nous parlons d’un « continuum », et de « trois dimensions » à cause des trois coordonnées.

D’une manière analogue le monde des événements physiques, appelé par Minkowski « monde » tout court, est naturellement à quatre dimensions dans ce sens spatio-temporel. Car il est composé d’événements individuels dont chacun est déterminé par quatre nombres, à savoir trois coordonnées d’espace x, y, z et une coordonnée de temps t. Le monde dans ce sens est aussi un continuum, car il existe pour chaque événement un nombre quelconque d’événements « voisins » (réalisés ou imaginés), dont les coordonnées x_1, y_1, z_1, t_1, diffèrent aussi peu que l’on veut des coordonnées x, y, z, t du premier événement considéré. Que nous ne soyons pas habitués à considérer le monde comme un continuum à quatre dimensions, cela s'explique par le fait que dans la Physique prérelativiste le temps jouait, par rapport aux coordonnées d'espace, un rôle différent et plus indépendant. C'est pour cette raison que nous avons pris l'habitude de traiter le temps comme un continuum indépendant. En effet, d'après la Mécanique classique le temps est absolu, c'est-à-dire indépendant de la position et de l'état de mouvement du système de référence. C'est ce qu'exprime la dernière équation de la transformation de Galilée ($t' = t$).

Grâce à la Théorie de la relativité, la conception du « monde » à quatre dimensions devient tout à fait naturelle, puisque, d'après cette théorie, le temps est privé de son indépendance, comme le montre la quatrième équation de la transformation de Lorentz

$$t = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Car, d'après cette équation, la différence de temps $\Delta t'$ de deux événements par rapport à K' ne s'annule généralement pas, même si leur dif- férence de temps Δt s'annule par rapport à K. La distance purement spatiale de deux événements par rapport à K a pour conséquence un intervalle de temps des mêmes événements par rapport à K'. Ce n'est pas cela pourtant qui constitue la découverte importante de Minkowski pour le développement formel de la Théorie de la relativité. Elle consiste plutôt dans la connaissance que le continuum d'espace-temps à quatre dimensions de la Théorie de la relativité pré- sente, dans ses propriétés fondamentales, la plus grande parenté avec le continuum à trois dimensions de l'espace géométrique d'Euclide[1]. Pour faire complètement ressortir cette parenté, il faut bien entendu substituer à la coordonnée de temps ordinaire t la grandeur imaginaire $\sqrt{1}ct$ qui lui est proportionnelle. Mais alors les lois de la nature, qui satisfont aux exigences de la Théorie de la relativité (restreinte), prennent des formes mathématiques où la coordonnée de temps joue exactement le

1. *Voir* dans l'Appendice II l'exposé un peu plus détaillé.

même rôle que les trois coordonnées d'espace. Ces quatre coordonnées correspondent exactement aux trois coor- données d'espace de la géométrie d'Euclide. Il est évident, même pour le non-mathématicien, que par cette connaissance purement formelle la théorie devait considérablement gagner en clarté.

Ces indications insuffisantes ne donnent au lecteur qu'une idée vague des conceptions importantes de Minkowski, sans lesquelles la Théorie de la relativité générale, que nous allons exposer dans ses idées fondamentales, serait peut-être restée au maillot. Mais comme il est difficile pour celui qui n'est pas rompu aux Mathématiques d'acquérir de ce sujet une connaissance plus exacte, et que cette connaissance n'est pas nécessaire pour l'intelligence ni de la Théorie de la relativité restreinte ni de la Théorie générale, je le laisse ici de côté et n'y reviendrai que vers la fin de ce petit livre.

DEUXIÈME PARTIE

La théorie de la relativité générale

18

Les principes de relativité restreinte et générale

La thèse fondamentale que nous avons développée jusqu'à présent était le principe de relativité *restreinte,* c'est-à-dire le principe de la relativité physique de tout mouvement *uniforme.* Analysons soigneusement encore une fois son contenu.

De tout temps il était évident que tout mouvement, conformément à sa notion, ne doit être considéré que comme relatif. En reprenant l'exemple que nous avons souvent employé du talus et du wagon du chemin de fer, le fait du mouvement qui *y* a lieu peut être énoncé avec un égal droit sous les deux formes suivantes:

a. Le wagon est en mouvement par rapport au talus,
b. Le talus est en mouvement par rapport au wagon.

Dans le cas a, c'est le talus qui sert de corps de référence ; dans le cas b, c'est le wagon qui sert de corps de référence. Pour la simple détermination ou description du mouvement, il est en principe indifférent à quel corps de référence on le rapporte. Cela, comme nous l'avons déjà dit, s'entend de soi et ne doit pas être confondu avec l'énoncé plus vaste que nous avons appelé « principe de relativité » et mis à la base de nos recherches.

Le principe dont nous nous sommes servis n'affirme pas seulement qu'on peut, pour la description de tout événement, choisir comme corps de référence aussi bien le wagon que le talus (car ceci est aussi évident). Notre principe affirme plutôt ceci : Si l'on formule les lois générales de la nature, ainsi qu'elles résultent de l'expérience, en se servant:

a. soit du talus comme corps de référence,
b. soit du wagon comme corps de référence,

ces lois générales de la nature (par exemple les lois de la Mécanique ou la loi de la propagation de la lumière dans le vide) ont exactement la même forme dans les deux cas. Ceci peut aussi être exprimé de la manière suivante : Pour la description physique des événements de la nature, aucun des deux corps de référence K, K' ne se distingue de l'autre. Ce dernier énoncé ne doit pas nécessairement être vrai *a priori* comme le premier ; il n'est pas contenu dans les notions de « mouvement » et de « corps de référence » et ne peut pas en être dérivé; l'expérience seule peut décider s'il est correct ou incorrect.

Mais nous n'avons nullement affirmé jusqu'à présent l'équivalence de *tous* les corps de référence K relativement à la formulation des lois de la nature. Notre chemin était plutôt le suivant.

Nous partions en premier lieu de la supposition qu'il existe un corps de référence, dans un état de mouvement tel que, par rapport à lui, le principe de Galilée est valable : Un point matériel abandonné à lui-même et suffisamment éloigné de tous les autres points effectue un mouvement rectiligne et uniforme. Relativement à K (corps de référence de Galilée), les lois de la nature doivent être aussi simples que possible. Mais en outre de K tous les corps de référence K' doivent être privilégiés dans ce sens et être tout à fait équivalents à K pour la formulation des lois de la nature, s'ils effectuent, relativement à K, un *mouvement rectiligne, uniforme* et *exempt de rotation ;* tous ces corps de référence sont considérés comme des corps de référence galiléens. C'est seulement pour ces corps de référence que fut admise la validité du principe de relativité, mais non pas pour les autres (qui effectuent des mouvements différents). C'est dans ce sens que nous parlons du principe de relativité restreinte ou de la Théorie de la relativité restreinte.

En opposition avec ce qui précède nous entendrons par « principe de relativité générale » l'affirmation suivante. Tous les corps de référence, quel que soit leur état de mouvement, sont équivalents pour la description de la nature (formulation des lois générales de la nature). Mais il faut remarquer tout de suite que cette formulation devra être remplacée plus tard par une autre plus abstraite, pour des raisons qui n'apparaîtront que plus tard.

Après que l'introduction du principe de relativité restreinte s'est montrée justifiée, il doit paraître tentant à tout esprit porté à la généralisation de hasarder le pas vers le principe de relativité générale. Mais une considération en apparence très solide fait d'abord apparaître une telle tentative comme désespérée. Que le lecteur se transporte par la pensée dans le wagon si souvent considéré, qui effectue un mouvement uniforme. Tant que le wagon se déplace avec une vitesse uniforme, le voyageur ne remarque rien du mouvement de ce wagon. C'est pourquoi il peut sans aucune hésitation interpréter le fait en affirmant que le wagon est au repos et le talus en mouvement. D'ailleurs, conformément au principe de relativité, cette interprétation est aussi tout à fait justifiée au point de vue physique.

Mais si le mouvement du wagon devient non uniforme par suite d'un violent coup de frein, le voyageur éprouve un vif mouvement correspondant en avant. Le mouvement accéléré du wagon se manifeste par le comportement mécanique des corps relativement à lui ; ce comportement mécanique n'est pas le même que dans le cas précédemment considéré, et c'est pourquoi il paraît impossible que les mêmes lois mécaniques soient valables relativement au wagon animé d'un mouvement non uniforme et relativement au wagon au repos ou animé d'un mouvement uniforme. Il est en tout cas évident que, relativement au wagon animé d'un mouvement non uniforme, le principe fondamental de Galilée n'est pas valable. Nous nous sentons donc pour le moment forcés, en opposition avec le principe de relativité générale, d'attribuer au mouvement non uniforme une espèce de réalité physique absolue. Mais nous verrons bientôt dans ce qui suit que cette conclusion n'est pas valable.

19

Le champ de gravitation

Quand on pose la question : «Pourquoi une pierre lâchée, après avoir été soulevée, tombet-elle à terre ? », on reçoit d'habitude la réponse suivante : « Parce qu'elle est attirée par la terre ». La Physique moderne donne à la réponse une forme un peu différente pour la raison suivante. Par une étude plus précise des phénomènes électromagnétiques on est arrivé à la conception qu'il n'existe pas d'action directe à distance. Si un aimant attire un morceau de fer, on ne doit pas se contenter de la conception que l'aimant agit directement sur le fer à travers l'espace vide qui les sépare, mais il faut imaginer, d'après Faraday, que l'aimant produit toujours dans l'espace qui l'environne quelque chose de physiquement réel qu'on désigne sous le nom de « champ magnétique ». Ce champ magnétique agit à son tour sur le morceau de fer de telle sorte que celui-ci tend à se mouvoir vers l'aimant. Nous ne voulons pas discuter ici la justification de cette notion intermédiaire, qui est en elle-même arbitraire. Remarquons seulement qu'on peut, grâce à elle, expliquer théoriquement d'une façon plus satisfaisante que sans elle les phénomènes électromagnétiques et, spécialement, la propagation des ondes électromagnétiques. C'est d'une manière analogue qu'on conçoit les effets de la gravitation.

L'action de la terre sur la pierre a lieu d'une manière indirecte. La terre engendre dans son voisinage un champ de gravitation, qui agit sur la pierre et provoque son mouvement de chute. Nous savons par l'expérience que l'intensité de cette action diminue, suivant une loi parfaitement déterminée, au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la terre. D'après notre conception, cela signifie La loi qui régit les propriétés spatiales du champ de gravitation doit être parfaitement déterminée pour représenter avec exactitude la diminution de la force de gravitation avec la distance du corps agissant. Il faut se représenter à peu près que le corps (par exemple la terre) engendre directement le champ dans son voisinage immédiat; à une plus grande distance l'intensité et la direction du champ sont alors déterminées par la loi qui régit les propriétés spatiales des champs de gravitation eux-mêmes.

Le champ de gravitation présente, contrairement aux champs électriques et magnétiques, une propriété extrêmement remarquable qui est d'une importance fondamentale pour ce qui va suivre. Les corps qui se meuvent sous la seule influence du champ de gravitation subissent une accélération qui *ne dépend aucunement de la matière ni de l'état physique du corps.* Un morceau de plomb et un morceau de bois, par exemple, tombent également vite dans le champ de gravitation (le vide), si on les laisse tomber sans ou avec la même vitesse initiale. On peut encore formuler autrement cette loi rigoureusement valable en vertu de la considération suivante:

Conformément à la loi du mouvement de Newton, on a:

(Force) = (masse inerte) × (accélération),

où la « masse inerte » est une constante caractéristique du corps accéléré. Mais si la gravitation est la cause de l'accélération, on a d'autre part

(Force) = (masse pesante) × (intensité du champ de gravitation),

où la « masse pesante » est également une constante caractéristique du corps. Il suit de ces deux relations

(accélération)=(masse pesante) / (masse inerte) × (intensité du champ de gravitation)

Mais si, comme l'expérience le prouve, l'accélération pour un champ de gravitation donné est toujours la même et indépendante de la nature et de l'état du corps, il faut que le rapport de la masse pesante à la masse inerte soit également le même pour tous les corps. On peut donc, en choisissant convenablement les unités, rendre ce rapport égal à 1; on obtient alors l'énoncé suivant : La masse *pesante* d'un corps est égale à sa masse *inerte.*

Jusqu'à présent la Mécanique a, il est vrai, *enregistré* cet énoncé, mais elle ne l'a pas *interprété.* On ne peut arriver à une interprétation satisfaisante qu'en reconnaissant ce fait : La même qualité d'un corps se manifeste, suivant les circonstances, comme « inertie » ou comme « poids ». Nous montrerons dans le chapitre suivant jusqu'à quel point ceci est effectivement le cas et comment cette question se rattache au postulat de la relativité générale.

20

L'égalité de la masse inerte et de la masse pesante comme argument en faveur du postulat de la relativité générale

Imaginons une vaste portion d'espace si éloignée des étoiles et d'autres masses importantes que nous nous trouvions avec une très grande approximation dans le cas prévu par la loi fondamentale de Galilée. Il est alors possible de choisir pour cette partie du monde un corps de référence galiléen relativement auquel des points au repos restent au repos et des points en mouvement conservent d'une façon permanente leur mouvement rectiligne et uniforme. Imaginons comme corps de référence une immense boîte de la forme d'une chambre et qu'à son intérieur se trouve un observateur muni d'appareils. Pour cet observateur la pesanteur n'existe naturellement pas. Il doit se fixer au sol par des ficelles pour ne pas s'envoler lentement vers le plafond de la chambre au moindre choc contre le plancher.

Supposons qu'au milieu extérieur du toit de la boîte soit fixé un crochet auquel est attachée une corde qu'un être quelconque commence à tirer avec une force constante. La boîte et l'observateur commencent alors à s'envoler d'un mouvement uniformément accéléré vers le « haut ». Leur vitesse augmenterait au cours du temps d'une façon fantastique, si nous envisagions tout cela relativement à un autre corps de référence, qu'on ne tire pas avec une corde.

Mais comment l'homme dans la boîte juge-*t*-il l'événement?

L'accélération de la boîte lui est transmise par l'intermédiaire du plancher sous forme de contre-pression. Il doit donc absorber cette pression au moyen de ses jambes, s'il ne veut pas s'étaler sur le plancher de tout son long. Il est donc debout dans la boîte exactement comme un homme dans la chambre d'une maison sur notre terre. S'il laisse tomber un corps qu'il tenait à la main, l'accélération de la boîte n'est plus transmise à ce corps ; celui-ci se rapprochera donc du plancher de la boîte avec un mouvement relatif accéléré. L'observateur acquerra en outre la conviction que *l'accélération du corps vers le plancher est toujours la même, quel que soit le corps avec lequel il fasse l'expérience.*

S'appuyant donc sur ses connaissances du champ de gravitation, dont nous avons parlé dans le chapitre précédent, l'homme de la boîte arrivera à la conclusion qu'il se trouve, ainsi que la boîte, dans un champ de gravitation constant dans le temps. À un moment donné il sera certes étonné que la boîte ne tombe pas dans ce champ de gravitation. Mais en découvrant le crochet du milieu du toit et la corde tendue qui lui est attachée, il arrive logiquement à la conclusion que la boîte est suspendue et reste immobile dans le champ de gravitation.

Avons-nous le droit de sourire et de dire que la conclusion de cet homme est erronée ? Je ne le crois pas, si nous voulons rester conséquents avec nous-mêmes; mais nous devons reconnaître que sa façon de concevoir les choses ne pèche ni contre la raison ni contre les lois connues de la Mécanique. Nous pouvons considérer la boîte comme immobile, même si elle est accélérée relativement à «l'espace de Galilée», que nous avons d'abord considéré. Nous avons, par conséquent, de bonnes raisons d'étendre le principe de relativité à des corps de référence accélérés les uns par rapport aux autres, et nous obtenons ainsi un argument puissant en faveur d'un postulat de relativité générale.

Qu'on veuille bien remarquer que la possibilité de cette conception repose sur la propriété fondamentale du champ de gravitation de communiquer à tous les corps la même accélération ou, ce qui revient au même, sur la proposition de l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante. Si cette loi de la nature n'existait pas, l'homme dans la boîte accélérée ne pourrait pas expliquer le comportement des corps de son entourage par l'hypothèse d'un champ de gravitation, et aucune expérience ne lui permettrait de supposer que son corps de référence est « immobile ».

Supposons que l'homme dans la boîte fixe au plafond intérieur une corde et suspende un corps à son extrémité libre. Sous l'influence de ce dernier, la corde sera tendue « verticalement ». Si nous demandons quelle est la cause de la tension de la corde, l'homme de la boîte dira : « Le corps suspendu est soumis dans le champ de gravitation à une force qui est dirigée vers le bas et à laquelle la tension de la corde fait équilibre; la grandeur de la tension de la corde est déterminée par la *masse pesante* du corps suspendu ». D'autre part, un observateur qui flotte librement dans l'espace interprétera la situation de la façon suivante : « La corde est forcée de participer au mouvement accéléré de la boîte et transmet celui-ci au corps qui lui est attaché. La tension de la corde est juste assez grande pour produire l'accélération de ce dernier. La grandeur de la tension de la corde est déterminée par la *masse inerte* du corps ». Nous voyons par cet exemple que notre extension du principe de relativité fait apparaître la proposition de l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante comme *nécessaire.* Nous avons ainsi obtenu une interprétation physique de cette proposition.

Par la considération de la boîte accélérée, on voit qu'une Théorie de la relativité générale doit fournir des résultats importants au sujet des lois de la gravitation. En fait, le développement logique de l'idée de la relativité générale a fourni les lois que vérifie le champ de gravitation. Je dois cependant avertir dès maintenant le lecteur d'un malentendu que ces considérations pourraient faire naître. Pour l'homme dans la boîte il existe un champ de gravitation, bien qu'un tel champ n'ait pas existé pour le premier système de coordonnées choisi. On pourrait facilement croire que l'existence d'un champ de gravitation est toujours seulement *apparente.* On pourrait penser que, quel que soit le champ de gravitation donné, on puisse toujours choisir un autre corps de référence de façon telle que, par rapport à lui, il n'existe point de champ de gravitation. Ceci n'est nullement vrai pour tous les champs de gravitation, mais seulement pour ceux d'une structure toute particulière. Il est ainsi, par exemple, impossible de choisir un corps de référence tel que, par rapport à lui, le champ de gravitation de la Terre (dans toute son étendue) disparaisse.

Nous comprenons maintenant pourquoi l'argument mis en avant, à la fin du chapitre 18, contre le principe de relativité générale n'est pas probant.

Il est certes vrai que l’observateur dans le wagon dont on a serré les freins éprouve, par suite de ce serrage, une secousse en avant et qu’il s’aperçoit ainsi du mouvement non uniforme (de l’accélération) du wagon. Mais personne ne l’oblige d’attribuer cette secousse à une accélération « réelle » du wagon. Il pourrait aussi interpréter ce qu’il vient d’éprouver de la manière suivante : « Mon corps de référence (le wagon) est au repos d’une façon permanente. Mais pendant la période du serrage des freins il règne, par rapport à lui, un champ de gravitation dirigé en avant et variable avec le temps. Sous l’influence de ce dernier, le talus ainsi que la terre se déplacent d’un mouvement non uniforme de telle sorte que leur vitesse originelle, dirigée en arrière, décroît constamment. C’est aussi ce champ de gravitation qui est cause de la secousse de l’observateur.

21

En quoi les fondements de la Mécanique classique et de la Théorie de la relativité restreinte sont-ils insuffisants ?

Comme nous l'avons déjà signalé à plusieurs reprises, la Mécanique classique part de ce principe : Les points matériels suffisamment éloignés d'autres points matériels effectuent un mouvement rectiligne et uniforme ou restent au repos. Nous avons aussi plus d'une fois fait remarquer que cette loi fondamentale ne peut être valable que pour des corps de référence K qui sont dans des états de mouvement particuliers et qui effectuent, les uns par rapport aux autres, un mouvement de translation uniforme. Relativement à d'autres corps de référence K' la loi n'est pas valable. Aussi bien dans la Mécanique classique que dans la Théorie de la relativité restreinte on distingue, en conséquence, entre les corps de référence K relativement auxquels les lois de la nature sont valables, et les corps de référence K' relativement auxquels les lois de la nature ne sont pas valables.

Mais aucun homme qui pense logiquement ne peut se contenter de cet état de chose. Il se demande : « Comment est-il possible que certains corps de référence (ou leurs états de mouvement) se distinguent d'autres corps de référence (ou de leurs états de mouvement) ? *Quelle est la raison de cette préférence ?* » Pour montrer clairement ce que j'entends par cette question, je vais me servir d'une comparaison.

Je suppose que je me trouve devant un fourneau à gaz sur lequel se trouvent deux marmites qui se ressemblent tellement qu'on pourrait prendre l'une pour l'autre. Toutes les deux sont à moitié remplies d'eau.

Je remarque que de l'une de ces marmites s'échappe continuellement de la vapeur, mais non pas de l'autre. J'en suis étonné, même si je n'avais jamais vu un fourneau à gaz et une marmite. Mais si je remarque quelque chose de bleuâtre et de lumineux sous la première marmite et rien sous la seconde, mon étonnement disparaît, même si je n'avais jamais vu une flamme de gaz. Car je peux dire seulement que ce quelque chose de bleuâtre est la cause de l'échappement de la vapeur ou, du moins, en est *peut-être* la cause. Mais si je n'aperçois ce quelque chose de bleuâtre sous aucune des deux marmites et que je constate que l'une d'elles dégage de la vapeur sans cesse, mais non pas l'autre, je m'en étonne et suis peu satisfait tant que je n'ai pas aperçu quelque circonstance que je peux rendre responsable du comportement différent des deux marmites.

D'une manière analogue je cherche en vain dans la Mécanique classique (ou dans la Théorie de la relativité restreinte) ce quelque chose de réel auquel je puisse attribuer le comportement différent des corps par rapport aux systèmes de référence K et K'[1]». Newton avait déjà vu cette objection et il chercha en vain à l'affirmer. C'est E. Mach qui l'a reconnue le plus clairement et exigé, à cause d'elle, que la Mécanique soit établie sur une nouvelle base. Cette objection ne peut être évitée que par une Physique qui satisfait au principe de relativité générale. Car les équations d'une telle Physique sont valables pour tout corps de référence, quel que soit son état de mouvement.

1. L'objection est surtout importante quand l'état de mouvement du corps de référence est tel qu'il n'a besoin pour son maintien d'aucune action extérieure, par exemple dans le cas où le corps de référence effectue un mouvement de rotation uniforme.

22

Quelques conséquences du principe de relativité générale

Les réflexions du chapitre 20 montrent que le principe de relativité générale nous met en état de déduire, par un procédé purement théorique, des propriétés du champ de gravitation. En effet, supposons que l'on connaisse la marche, dans l'espace et le temps, d'un processus de la nature quelconque tel qu'il se déroule dans un domaine galiléen, relativement à un corps de référence galiléen K. On peut alors trouver par des opérations purement théoriques, c'està-dire simplement par le calcul, comment ce processus connu de la nature apparaît, quand on l'observe depuis le corps de référence K', qui est accéléré relativement à K. Mais comme il existe un champ de gravitation relativement à ce nouveau corps de référence K', notre considération nous apprend comment le champ de gravitation exerce son influence sur le processus étudié.

Nous apprenons, par exemple, qu'un corps qui effectue, par rapport à K, un mouvement rectiligne et uniforme (conformément à la loi de Galilée) effectue, par rapport au corps de référence accéléré K' (la boîte), un mouvement accéléré et généralement curviligne. Cette accélération ou courbure correspond à l'influence, sur le corps en mouvement, du champ de gravitation régnant relativement à K'. On sait que le champ de gravitation exerce de cette façon son influence sur le mouvement des corps, de sorte que notre considération n'apporte, en principe, rien de nouveau.

Mais on obtient un résultat nouveau d'une importance fondamentale, quand on applique une considération analogue à un rayon de lumière. Par rapport au corps de référence galiléen K, ce rayon se propage en ligne droite avec la vitesse *c*. Mais par rapport à la boîte accélérée (corps de référence K'), la trajectoire du même rayon de lumière, comme il est facile de le montrer, n'est plus une ligne droite. D'où il faut conclure que *dans les champs de gravitation les rayons lumineux se propagent généralement en décrivant des trajectoires curvilignes.* Ce résultat est d'une grande importance à un double point de vue.

Tout d'abord, il peut être comparé avec la réalité. Bien qu'un examen détaillé nous montre que la courbure des rayons lumineux est extrêmement petite pour les champs de gravitation que l'expérience met à notre disposition, elle doit atteindre 1,7 secondes d'arc pour les rayons lumineux qui rasent le bord du Soleil. C'est ainsi que les étoiles fixes qui sont placées près du Soleil et que nous pouvons observer quand celuici subit une éclipse totale devront paraître éloignées de lui de la distance indiquée plus haut par rapport à la position qu'elles occupent dans le ciel quand le Soleil se trouve dans un autre endroit de l'espace céleste. L'examen de l'exactitude ou de la non-exactitude de cette conséquence est une tâche de la plus haute importance, dont il est à espérer que les astronomes nous fourniront prochainement la solution[1].

En second lieu, cette conséquence montre que, conformément à la théorie de la relativité générale, la loi déjà souvent mentionnée de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide, qui est une des deux suppositions fondamentales de la Théorie de la relativité restreinte, ne peut pas prétendre à une validité illimitée. En effet, une courbure des rayons lumineux ne peut se produire que si la vitesse de propagation de la lumière varie avec le lieu.

---

1. L'existence de la déviation de la lumière exigée par la théorie fut constatée au moyen de photographies, lors de l'éclipse de Soleil du 29 mai 1919, par les deux expéditions organisées par la Société Royale sous la direction des astronomes Eddington et Crommelin.

On pourrait penser que cette conséquence renverse la Théorie de la relativité restreinte et avec elle la Théorie de la relativité en général. Mais en réalité il n'en est pas ainsi. On peut seulement en conclure que la Théorie de la relativité restreinte ne peut pas prétendre à un domaine de validité illimité ; ses résultats ne sont valables que dans la mesure où l'on peut négliger les influences que les champs de gravitation exercent sur les phénomènes (par exemple de la lumière).

Comme les adversaires de la Théorie de la relativité ont souvent affirmé que la Théorie de la relativité restreinte est renversée par la Théorie de la relativité générale, je vais faire mieux comprendre le véritable état des choses par une comparaison. Avant l'édification de l'électrodynamique, les lois de l'électrostatique étaient tout simplement considérées comme les lois de l'électricité. Nous savons aujourd'hui que l'électrostatique ne représente correctement les actions électriques que dans le cas où les masses électriques sont au repos par rapport au système d'inertie. L'électrostatique a-*t*-elle été pour cela renversée par les équations du champ de Maxwell dans l'électrodynamique? Point du tout. L'électrostatique est contenue dans l'électrodynamique comme un cas limite; les lois de cette dernière conduisent directement à celles de la première dans le cas où les champs sont invariables dans le temps. C'est le plus beau sort d'une théorie physique que d'ouvrir la voie à une théorie plus vaste dans laquelle elle continue à vivre comme cas particulier.

Dans l'exemple de la propagation de la lumière qui vient d'être traité, nous avons vu que le principe de relativité générale nous met en état de déduire, par un procédé théorique, l'influence qu'exerce le champ de gravitation sur le cours des phénomènes dont les lois sont déjà connues dans le cas où le champ de gravitation fait défaut. Mais le problème le plus captivant à la solution duquel le principe de relativité générale fournit la clef concerne la recherche des lois auxquelles satisfait le champ de gravitation lui-même. L'état des choses est ici le suivant.

Nous connaissons des domaines spatiotemporels qui, en choisissant convenablement le système de référence, se comportent (approximativement) d'une façon « galiléenne », c'està-dire des domaines où les champs de gravitation font défaut. Si nous rapportons un tel domaine à un corps de référence K' animé d'un mouvement quelconque, il existe relativement à

K’ un champ de gravitation qui varie dans le temps et l’espace[1]. L’état de ce champ dépend naturellement du mouvement choisi pour K’. La loi générale du champ de gravitation doit satisfaire, d’après la Théorie de la relativité générale, à tous les champs de gravitation ainsi obtenus. Même si l’on ne petit nullement engendrer de cette façon tous les champs de gravitation, on nourrit néanmoins l’espoir de pouvoir dériver de ces champs de gravitation d’un genre particulier la loi générale de la gravitation. Cet espoir s’est réalisé de la façon la plus éclatante. Mais entre la claire vision de ce but et sa parfaite réalisation il *y* avait encore une difficulté sérieuse à surmonter que je ne dois pas cacher au lecteur, car elle se trouve au fond du sujet. Il est nécessaire d’approfondir davantage les notions du continuum spatio-temporel.

1. Ceci résulte de la généralisation du raisonnement du chapitre 20.

23

Le comportement des horloges et des règles de mesure sur un corps de référence en rotation

C’est à dessein que je n’ai pas jusqu’à présent parlé de l’interprétation physique des indications d’espace et de temps dans le cas de la Théorie de la relativité générale. Je me suis ainsi rendu coupable d’une certaine négligence qui, comme nous le savons d’après la Théorie de la relativité restreinte, n’est nullement sans importance et pardonnable. Il est maintenant grand temps de combler cette lacune; mais je fais remarquer d’avance que cette matière suppose chez le lecteur une patience et un pouvoir d’abstraction peu ordinaires.

De nouveau nous partons de cas tout à fait spéciaux que nous avons souvent invoqués. Soit donné un domaine spatio-temporel dans lequel il n’existe pas de champ de gravitation relativement à un corps de référence K dont l’état de mouvement a été convenablement choisi ; par rapport au domaine considéré, K est alors un corps de référence galiléen, et les résultats de la Théorie de la relativité restreinte sont valables par rapport à K. Supposons que le même domaine soit rapporté à un second corps de référence K’ qui est animé d’un mouvement de rotation uniforme par rapport à K. Pour fixer les idées, supposons que K’ soit représenté par un disque circulaire plan qui effectue un mouvement de rotation uniforme dans son plan autour de son centre. Un observateur assis sur le pourtour du disque circulaire K’ est soumis à une force qui agit dans la direction radiale vers l’extérieur et qui est interprétée comme un effet de l’inertie (force centrifuge) par un observateur qui est au repos relativement au premier corps de référence K. Mais l’observateur assis sur le disque peut cependant considérer son disque comme corps de référence « immobile » ; il *y* est autorisé en vertu du principe de relativité générale. Il considère la force qui agit sur lui et généralement sur les corps qui sont immobiles relativement au disque comme l'effet d'un champ de gravitation. Certes, la distribution dans l'espace de ce champ de gravitation est telle que, d'après la théorie de la gravitation de Newton, elle ne serait pas possible[1]. Mais comme l'observateur croit à la relativité générale, il n'est pas troublé par ce fait ; il pense avec raison qu'on peut énoncer une loi générale de la gravitation qui non seulement explique correctement le mouvement des astres, mais aussi le champ de force observé par lui.

Cet observateur fait des expériences sur son disque avec des horloges et des règles de mesure dans le dessein d'obtenir, en se basant sur ses observations, des définitions exactes au sujet de la signification des indications de temps et d'espace par rapport au disque K'. Qu'apprendrat-il par ces expériences ?

L'observateur commence par placer une des deux horloges de même construction au centre du disque et l'autre sur la périphérie, de sorte qu'elles sont au repos par rapport au disque. Nous nous demandons d'abord si ces deux horloges ont la même vitesse au point de vue du corps de référence galiléen K, non animé d'un mouvement de rotation. Par rapport à celui-ci l'horloge placée au centre n'a pas de vitesse, tandis que l'horloge placée sur la périphérie est en mouvement par suite de la rotation relativement à K. D'après un résultat du chapitre 12, cette dernière horloge marche donc d'une façon permanente plus lentement, par rapport à K, que celle placée au centre du disque. La même chose devrait manifestement aussi constater l'homme sur le disque, que nous nous représentons assis à peu près au centre à côté de l'horloge qui s'y trouve. Sur notre disque et généralement dans tout champ de gravitation une horloge marchera, par conséquent, plus rapidement ou plus lentement suivant la position qu'elle occupe (au repos). Il n'est donc pas possible de donner une définition raisonnable du temps au moyen d'horloges qui sont au repos par rapport au corps de référence. On se heurte à une difficulté analogue quand on essaie d'appliquer ici notre définition précédente de la simultanéité, problème sur lequel je ne veux pas m'étendre davantage.

---

1. Le champ disparaît au centre du disque et croît proportionnellement à la distance dirigée du centre vers l'extérieur.

Mais la définition des coordonnées dans l'espace présente ici également des difficultés insurmontables. En effet, si l'observateur en mouvement avec le disque pose sa règle de mesure (qui est petite par rapport au rayon du disque) tangentiellement à la périphérie de ce dernier, sa longueur sera, par rapport au système de Galilée, inférieure à 1, puisque, d'après le chapitre 12, des corps en mouvement subissent un raccourcissement dans la direction de leur mouvement. Si, au contraire, il pose sa règle dans la direction du rayon du disque elle n'éprouve pas, par rapport à K, de raccourcissement. Donc, si l'observateur mesure d'abord la circonférence du disque, puis son diamètre avec la règle et divise ensuite les résultats de ses mesures l'un par l'autre, il ne trouve pas comme quotient le nombre connu $\pi = 3{,}14...$, mais un nombre supérieur[1], tandis que pour un disque immobile par rapport à K cette opération donnerait naturellement comme résultat exactement le nombre *r*. Par là il est prouvé que les propositions de la Géométrie euclidienne ne peuvent pas être rigoureusement vraies sur le disque en rotation et généralement dans un champ de gravitation, du moins lorsqu'on attribue à la règle la longueur 1 en tout lieu et dans toute orientation. La notion de ligne droite perd par là également sa signification. Nous ne sommes pas, par conséquent, en état de définir exactement, par rapport au disque, les coordonnées *x, y, z* d'après la méthode employée dans la Théorie de la relativité restreinte. Et tant que les coordonnées et les temps des événements ne sont pas définis, les lois de la nature dans lesquelles ils se rencontrent n'ont pas de sens précis.

Toutes les réflexions que nous avons faites jusqu'à présent sur la relativité générale semblent ainsi être révoquées en doute. Le fait est qu'un détour subtil est nécessaire pour appliquer d'une manière exacte le postulat de la relativité générale. Nous allons *y* préparer le lecteur par les considérations suivantes.

1. Dans tout ce raisonnement il faut employer comme système de coordonnées le système galiléen K (qui n'est pas en rotation), étant donné que les résultats de la Théorie de la relativité restreinte ne doivent être considérés comme valables que relativement à K (relativement à K' il règne un champ de gravitation).

24

Continuum euclidien et non euclidien

Je suppose que je me trouve devant la surface d’une table de marbre. Je puis arriver d’un quelconque de ses points à un autre point quelconque en me déplaçant continuellement un grand nombre de fois vers un point « voisin », en d’autres termes, en allant d’un point à un autre sans faire de « sauts ». Ce qu’il faut ici entendre par « voisin » et par « sauts », le lecteur (s’il n’est pas par trop exigeant) le comprend certainement avec une netteté suffisante. Nous exprimons cela en disant que la surface est un continuum.

Imaginons maintenant que nous disposions d’un grand nombre de bâtonnets qui sont de même longueur et petits en comparaison des dimensions de la surface de la table. Nous entendons par là qu’on peut faire coïncider les extrémités de ces bâtonnets deux à deux. Plaçons quatre de ces bâtonnets sur la surface de la table de telle sorte que leurs extrémités forment un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur (un carré). Pour obtenir l’égalité des diagonales, nous nous servons d’un bâtonnet d’essai. À côté de ce carré nous plaçons des carrés identiques, qui ont avec le premier un côté commun. Nous procédons avec chacun de ces nouveaux carrés de la même façon jusqu’à ce que toute la surface de la table soit couverte de carrés, de telle sorte que chaque côté d’un carré appartient à deux carrés et chaque sommet d’un carré à quatre carrés.

C’est une véritable merveille qu’on puisse faire cette opération sans rencontrer les plus grandes difficultés. Il suffit de se représenter le fait suivant. Si trois carrés ont un sommet commun, on a déjà placé deux côtés du quatrième. Par là est parfaitement déterminé le procédé pour placer ses deux autres côtés et je ne peux plus maintenant arranger convenablement le quadrilatère pour rendre ses diagonales égales. Si elles le sont d'elles-mêmes, j'y vois une faveur spéciale de la surface de la table et des bâtonnets, qui fait naître en moi un sentiment de surprise mêlée de reconnaissance. Nous aurons encore beaucoup de surprises analogues, si la construction réussit.

Si tout s'est réellement bien passé, je dis que les points de la surface de la table constituent un continuum euclidien relativement au bâtonnet utilisé comme distance. Si je choisis le sommet d'un carré comme « point origine », je peux caractériser tout autre sommet d'un carré, par rapport à cette origine, au moyen de deux nombres. Je n'ai qu'à indiquer combien de bâtonnets je dois parcourir « à droite » et ensuite « vers le haut » à partir du point origine pour atteindre le sommet du carré considéré. Ces deux nombres sont alors les « coordonnées cartésiennes » de ce sommet par rapport au « système de coordonnées cartésien » déterminé par les bâtonnets.

La modification suivante de notre expérience mentale nous montre qu'il peut aussi *y* avoir des cas où l'expérience ne réussit pas. Supposons que les bâtonnets se « dilatent » avec l'élévation de la température et que la surface de la table soit échauffée au milieu, mais non pas sur les bords; dans ce cas on peut toujours faire coïncider deux de nos bâtonnets en n'importe quel endroit de la table. Mais notre construction de carrés sera dérangée, étant donné que les bâtonnets du milieu de la table se dilatent, mais non pas ceux qui sont situés sur la partie extérieure.

Par rapport à nos bâtonnets (définis comme unités de longueur), la surface de la table n'est plus un continuum euclidien, et nous ne sommes plus en état de définir directement avec leur aide les coordonnées cartésiennes, puisque la construction de plus haut ne peut plus être exécutée. Mais comme il *y* a d'autres objets qui ne sont pas influencés de la même manière que les bâtonnets (ou point du tout) par la température de la table, on peut maintenir d'une façon naturelle la conception que la surface de la table est un « continuum euclidien » ; on réussit à le faire d'une manière satisfaisante au moyen d'une convention plus subtile concernant la mesure ou la comparaison des longueurs.

Mais si des bâtonnets de tous genres, c’està-dire de n’importe quelle substance, se comportaient, par rapport à la température, *de la même façon* sur la surface de la table différemment chauffée et si nous n’avions d’autre moyen de constater l’action de la température que le comportement géométrique des bâtonnets dans des expériences analogues à celle décrite plus haut, il pourrait paraître utile d’attribuer à deux points de la table la distance *unité,* si les extrémités d’un de nos bâtonnets coïncidaient avec eux ; car, comment pourrait-on définir autrement la distance, sans l’arbitraire le plus choquant ? Mais alors la méthode des coordonnées cartésiennes doit être abandonnée et remplacée par une autre, qui ne suppose pas la validité de la Géométrie euclidienne pour les corps rigides[1]. Le lecteur remarquera que la situation décrite ici correspond à celle qu’avait créée le postulat de la relativité générale (chap. 23).

1. Notre problème s’est posé aux mathématiciens sous la forme suivante. Si dans l’espace euclidien à trois dimensions une surface est donnée, par exemple un ellipsoïde, il existe sur cette surface une géométrie à deux dimensions comme sur le plan. Gauss s’est posé le problème de traiter en principe cette géométrie à deux dimensions sans mettre à profit le fait que la surface appartient à un continuum euclidien à trois dimensions. Si l’on imagine sur la surface des constructions effectuées au moyen de bâtonnets rigides (semblables à celles sur la surface de la table), d’autres lois que celles de la Géométrie euclidienne du plan sont valables pour ces constructions. Par rapport aux bâtonnets, la surface n’est pas un continuum euclidien, et l’on ne peut pas définir sur elle des coordonnées cartésiennes. Gauss a montré d’après quels principes on peut traiter les rapports géométriques sur la surface, et il a ainsi frayé la voie à la méthode de Rimant de traiter les continua non euclidiens à plusieurs dimensions. Les mathématiciens ont donc depuis longtemps déjà résolu les problèmes formels auxquels conduit le postulat de la relativité générale.

25

Les coordonnées de Gauss

Ce traitement analytique et géométrique du problème peut, d'après Gauss, être effectué de la manière suivante. Imaginons tracé sur la surface de la table un système de courbes quelconques *(fig.* 4), que nous appellerons courbes *u,*

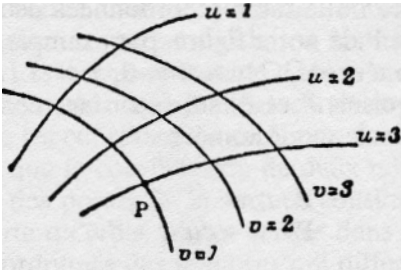


Fig. 4.

et dont chacune sera marquée par un nombre. Dans le dessin figurent les courbes $u = 1$, $u = 2$ et $u = 3$. Mais entre les courbes $u = 1$ et $u = 2$ il faut imaginer un nombre infini de courbes, qui correspondent à tous les nombres réels se trouvant entre 1 et 2. Nous avons alors un système de courbes u infiniment rapprochées qui couvrent toute la surface de la table. Aucune courbe u ne doit couper une autre, et par chaque point de la surface de la table ne doit passer qu'une seule et unique courbe. À chaque point de la surface de la table correspond alors une valeur parfaitement déterminée. Nous imaginions de même un système de courbes *v* tracées sur la surface, qui satisfont aux mêmes conditions, qui sont d'une manière correspondante pourvues de nombres et qui peuvent également être de forme quelconque. À chaque point de la surface de la table correspondent ainsi une valeur de u et une valeur de v, et nous appelons ces deux nombres les coordonnées de la surface de la table (coordonnées de Gauss). Le point P de notre figure, par exemple, a pour coordonnées de Gauss $u = 3$, $v = 1$. A deux points voisins P et P' sur la surface correspondent alors les coordonnées

$$\mathrm{P} : u, v$$
$$\mathrm{P'} : u + du, v + dv,$$

où du et dv sont des nombres très petits. Soit le très petit nombre ds la distance, mesurée avec un bâtonnet, des points P et P'. D'après Gauss on a alors

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}dudv + g_{22}dv^2,$$

où g_{11}, g_{12}, et g_{22} sont des grandeurs qui dépendent de u et de v d'une manière parfaitement déterminée. Les grandeurs g_{11}, g_{12}, et g_{22} déterminent le comportement des bâtonnets relativement aux courbes u et aux courbes v et, par conséquent, aussi relativement à la surface de la table. Dans le cas où les points de la surface considérée constituent, par rapport aux bâtonnets de mesure, un continuum euclidien, mais dans ce cas seulement, il est possible de tracer de telle sorte les courbes u et les courbes v et de les pourvoir de nombres que l'on ait simplement

$$ds^2 = du^2 + dv^2.$$

Alors les courbes u et les courbes v sont des lignes droites dans le sens de la Géométrie euclidienne et perpendiculaires les unes aux autres. Les coordonnées de Gauss sont alors simplement des coordonnées cartésiennes. On voit que les coordonnées de Gauss ne sont rien d'autre que la coordination de deux nombres à chacun des points de la surface considérée, de telle sorte qu'à des points voisins dans l'espace sont coordonnés des nombres qui diffèrent très peu entre eux.

Ces considérations s'appliquent d'abord à un continuum à deux dimensions. Mais la méthode peut aussi s'appliquer à un continuum de trois, quatre ou d'un nombre plus grand de dimensions. Si, par exemple, nous avons un continuum à quatre dimensions, nous pouvons le représenter de la façon suivante. A chaque point de continuum nous coordonnons arbitrairement quatre nombres $x_1, x_2, x_3, x_4,$ qu'on appelle «coordonnées ». À des points voisins correspondent, des valeurs voisines des coordonnées. Si maintenant on coordonne aux points voisins P et P' une distance *ds* déterminable par des mesures et physiquement bien définie, on a la formule

$$ds^2 = g_{11}dx_1^{\ 2} = 2g_{12}dx_1dx_2 + ... + g_{44}dx_4,$$

où les grandeurs g_{11}, ... ont des valeurs qui varient avec le lieu de continuum. Ce n'est que dans le cas où le continuum est euclidien qu'il est possible d'associer les coordonnées *xi, ..., x4* aux points du continuum, de sorte qu'on a simplement

$$ds^2 = dx_1^{\ 2} + dx_2^{\ 2} + dx_3^{\ 2} + dx_4^{\ 2}.$$

Alors des relations sont valables dans le continuum à quatre dimensions qui sont analogues à celles valables dans nos mesures dans le continuum à trois dimensions.

La représentation de Gauss pour ds^2 indiquée plus haut n'est d'ailleurs pas toujours possible; elle n'est possible que dans le cas où des domaines suffisamment petits du continuum considéré peuvent être regardés comme des continua euclidiens. Ceci est manifestement vrai dans le cas de la surface de la table où la température varie localement. Car pour une petite portion de cette surface la température est pratiquement constante, et le comportement géométrique des petits bâtonnets est, par conséquent, *presque* tel qu'il devrait être d'après les règles de la Géométrie euclidienne. Les discordances de la construction des carrés du paragraphe précédent ne deviennent manifestes que lorsque cette construction s'étend sur une portion considérable de la surface de la table.

En résumant nous pouvons donc dire : Gauss a inventé une méthode pour le traitement mathématique de continua quelconques, où les relations de mesure («distance » de points voisins) sont définies. À chaque point du continuum sont coordonnés autant de nombres (coordonnées de Gauss) que le continuum a de dimensions. Cette coordination doit être univoque et telle qu'à deux points voisins correspondent des nombres infiniment peu différents (coordonnées de Gauss) Le système de coordonnées de Gauss est une généralisation logique du système de coordonnées cartésien. Il est aussi applicable à des continua non euclidiens, mais, bien entendu, dans le cas seulement où de petites portions du continuum considéré se comportent d'une façon euclidienne, par rapport à la mesure définie (« distance »), avec une approximation d'autant plus grande que la portion envisagée du continuum est plus petite.

26

Le continuum d'espace-temps de la Théorie de la relativité restreinte considéré comme continuum euclidien

Nous sommes maintenant en état de formuler d'une manière plus précise l'idée de Minkowski que nous avons seulement indiquée au chapitre 17. Conformément à la Théorie de la relativité restreinte, certains systèmes de coordonnées, que nous avons appelés « systèmes de coordonnées galiléens », sont préférés pour la description du continuum d'espace-temps à quatre dimensions. Pour ces systèmes, les quatre coordonnées $x, y, z, t,$ qui déterminent un événement ou, en d'autres termes, un point du continuum à quatre dimensions, sont physiquement définies d'une façon simple, comme nous l'avons montré en détail dans la première partie de ce petit livre. Pour le passage d'un système de Galilée à un autre, qui effectue par rapport au premier un mouvement uniforme, les équations de la transformation de Lorentz sont valables. Ces équations qui forment la base pour la déduction des conséquences de la Théorie de la relativité restreinte, ne sont en elles-mêmes rien d'autre que l'expression de la validité universelle de la loi de la propagation de la lumière pour tous les systèmes de référence galiléens.

Minkowski a trouvé que les transformations de Lorentz satisfont aux conditions simples suivantes. Considérons deux événements voisins, dont la position relative soit donnée dans le continuum à quatre dimensions, par rapport au système de référence galiléen, par les différences des coordonnées spatiales *dx, dy, dz* et la différence de temps *dt.* Supposons que, par rapport à un second système de référence galiléen, les différences analogues pour ces deux événements soient *dx', dy', dz', dt'*. Ces différences satisfont alors toujours à la condition[1]

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2$$

Cette condition a pour conséquence la validité de la transformation de Lorentz. Nous pouvons l'exprimer de la façon suivante : La grandeur appartenant à deux points voisins du continuum d'espace-temps à quatre dimensions

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2\, dt^2$$

a pour tous les systèmes de référence privilégiés (systèmes galiléens) la même valeur. Si l'on remplace $x, y, z, \sqrt{-1}\,ct$ par $x_1, x_2, x_3, x_4,$ on obtient aussi comme résultat que

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

est indépendant du choix du corps de référence. Nous appelons la grandeur *ds* la « distance » des deux événements ou des deux points à quatre dimensions.

Si donc on choisit comme variable de temps la variable imaginaire $\sqrt{-1}\,ct$ au lieu de la variable réelle *t,* on peut, conformément à la Théorie de la relativité restreinte, considérer le continuum d'espace-temps comme un continuum « euclidien » à quatre dimensions, ce qui résulte des considérations du chapitre précédent.

---

1. *Cf.* Appendices. Les relations (11 a*)* et (12), qui *y* sont dérivées pour les coordonnées elles-mêmes, sont aussi valables pour des différences de coordonnées et, par conséquent, aussi pour des différentielles de coordonnées (différences infiniment petites).

27

Le continuum d'espace-temps de la Théorie de la relativité générale n'est pas un continuum euclidien

Dans la première partie de ce livre nous avons pu nous servir de coordonnées d'espace-temps qui sont susceptibles d'une interprétation physique simple et directe et qui, d'après le chapitre 26, peuvent être regardées comme des coordonnées cartésiennes à quatre dimensions. Ceci était possible en vertu de la loi de la constance de la vitesse de la lumière que, d'après le chapitre 21, la Théorie de la relativité générale ne pouvait pas maintenir; nous sommes, au contraire, arrivés au résultat que, d'après cette dernière, la vitesse de la lumière doit toujours dépendre des coordonnées, s'il existe un champ de gravitation. Nous avons, en autre, rencontré au chapitre 13 un cas spécial où la présence d'un champ de gravitation rendait impossible la définition des coordonnées et du temps qui nous avait conduit au but dans la Théorie de la relativité restreinte.

Étant donné ces résultats, nous en venons à la conviction que, conformément au principe de relativité générale, le continuum d'espace-temps ne peut pas être considéré comme un continuum euclidien, mais qu'ici se présente le cas général que nous avons rencontré dans le continuum à deux dimensions de la surface de la table à température localement variable. De même que là il était impossible de construire un système de coordonnées cartésien avec des bâtonnets de même longueur, de même il est impossible de construire ici un système (corps de référence) avec des corps rigides et des horloges, de telle sorte que les règles et les horloges, solidement agencées les unes par rapport aux autres, indiquent directement le lieu et le temps. C'est là le fond de la difficulté que nous avons rencontrée au chapitre 23.

Mais les explications des chapitres 25 et 26 montrent le chemin pour surmonter cette difficulté. Nous rapporterons d'une manière arbitraire le continuum d'espace-temps à des coordonnées de Gauss. À chaque point du continuum (événement) nous coordonnons quatre nombres x_1, x_2, x_3, x_4 (coordonnées), qui n'ont aucune signification physique immédiate, mais servent seulement à numéroter les points du continuum d'une façon déterminée mais arbitraire. Cette coordination ne doit même pas être telle qu'on soit obligé de considérer x_1, x_2, x_3 comme coordonnées « d'espace» et x_4 comme coordonnée de « temps ».

Le lecteur pourrait penser qu'une telle description du monde est tout à fait insuffisante. Quel sens ça a-*t*-il d'attribuer à un événement

les coordonnées définies x_1, x_2, x_3, x_4, si ces coordonnées n'ont en elles-mêmes aucune signification ? Mais une réflexion plus attentive montre que ce souci n'est pas fondé. Considérons, par exemple, un point matériel animé d'un mouvement quelconque. S'il ne jouissait que d'une existence momentanée sans durer, il serait décrit dans l'espace-temps par un seul système de valeurs x_1, x_2, x_3, x_4. Son existence durable est, par conséquent, caractérisée par un nombre infiniment grand de tels systèmes de valeurs, dont les coordonnées se rapprochent continuellement les unes des autres. Au point matériel correspond donc une ligne (à une dimension) dans le continuum à quatre dimensions; à plusieurs points en mouvement correspondent autant de lignes de ce genre dans notre continuum. Les seuls énoncés concernant ces points qui peuvent prétendre à une réalité physique sont en vérité les énoncés sur les rencontres de ces points. Une telle rencontre se manifeste dans notre représentation mathématique par ce fait que les deux lignes représentant les mouvements respectifs des points ont un certain système de valeurs des coordonnées x_1, x_2, x_3, x_4, en commun. Après mûre réflexion le lecteur reconnaîtra sans doute que de telles rencontres sont en fait les seuls constatations réelles d'un caractère spatio-temporel que nous rencontrions dans les énoncés physiques.

Quand nous décrivions précédemment le mouvement d'un point matériel par rapport à un corps de référence, nous n'indiquions pas autre chose que les rencontres de ce point avec des points déterminés du corps de référence. De même les indications correspondantes du temps peuvent se ramener à la constatation de rencontres du corps avec des horloges, jointe à la constatation de la rencontre des aiguilles de l'horloge avec des points déterminés du cadran. Il n'en est pas autrement dans le cas des mesures spatiales au moyen de règles de mesure, comme le montre un peu de réflexion.

Généralement on peut affirmer ceci : Toute description physique se décompose en un certain nombre de propositions dont chacune se rapporte à la coïncidence spatio-temporelle de deux événements A et B. Chacune de ces propositions se traduit en coordonnées de Gauss par la concordance des quatre coordonnées x_1, x_2, x_3, x_4. La description du continuum d'espace-temps au moyen des coordonnées de Gauss remplace ainsi complètement la description au moyen d'un corps de référence, sans présenter les défauts de cette dernière méthode de description; elle n'est pas liée au caractère euclidien du continuum à représenter.

28

Formulation exacte du principe de relativité générale

Nous sommes maintenant en état de remplacer la formulation provisoire du principe de relativité générale du chapitre 18 par une formulation exacte.

La forme alors adoptée : « Tous les corps de référence K, K', ... sont équivalents pour la description de la nature (formulation des lois générales de la nature), quel que soit leur état de mouvement », ne peut plus être maintenue, parce que l'emploi de corps de référence rigides n'est généralement pas possible pour la description spatio-temporelle dans le sens de la méthode suivie dans la Théorie de la relativité restreinte. Le corps de référence doit être remplacé par le système de coordonnées de Gauss. A l'idée fondamentale du principe de relativité générale correspond cet énoncé : *« Tous les systèmes de coordonnées de Gauss sont en principe équivalents pour la formulation des lois générales de la nature »*.

On peut aussi énoncer ce principe de relativité générale sous une autre forme, qui le fait encore mieux apparaître comme une extension du principe de relativité restreinte. D'après la Théorie de la relativité restreinte, les équations qui expriment les lois générales de la nature se transforment en équations de même forme, si l'on remplace, en utilisant la transformation de Lorentz, les variables spatio-temporelles x, y, z, t d'un corps de référence (galiléen) K par les variables x', y', z', t' d'un nouveau corps de référence K'. D'après la Théorie de la relativité générale, par contre, les équations doivent se transformer en équations de même forme quand on opère des *substitutions quelconques* des variables de Gauss x_1, x_2, x_3, x_4; car toute transformation (non seulement la transformation de Lorentz) correspond au passage d'un système de coordonnées de Gauss à un autre.

Si l'on ne veut pas renoncer à la manière de voir habituelle à trois dimensions, on peut caractériser le développement qu'a subi la Théorie de la relativité générale de la façon suivante : La Théorie de la relativité restreinte se rapporte à des domaines galiléens, c'est-à-dire à des domaines où il n'existe pas de champ de gravitation. Comme corps de référence on *y* utilise un corps de référence galiléen, c'est-à-dire un corps rigide de mouvement tel que, par rapport à lui, le principe de Galilée du mouvement rectiligne et uniforme de points matériels « isolés » reste valable.

Certaines considérations nous amènent à rapporter aussi ces mêmes domaines galiléens à des corps de référence non galiléens. Il existe alors, par rapport à ceux-ci, un champ de gravitation d'un genre particulier (chap. 20 et 23).

Mais dans les champs de gravitation il n'existe pas de corps rigides jouissant de propriétés euclidiennes; la fiction de corps de référence rigide est, par conséquent, inutile dans la Théorie de la relativité générale. La marche des horloges est également influencée par les champs de gravitation, de telle sorte qu'une définition physique directe du temps à l'aide d'horloges n'a pas du tout le même degré de précision que dans la Théorie de la relativité restreinte.

C'est pourquoi on utilise des corps de référence non rigides, qui non seulement se meuvent dans leur ensemble d'une façon quelconque, mais qui subissent aussi pendant leur mouvement des changements de forme quelconques. Pour la définition du temps on se sert d'horloges dont la marche est soumise à une loi quelconque, si irrégulière soit-elle, qu'on doit se représenter fixées chacune à un point du corps de référence non rigide et qui doivent satisfaire à la seule condition que les indications simultanément observables de deux horloges voisines dans l'espace diffèrent infiniment peu l'une de l'autre. Ce corps de référence non rigide, qu'on pourrait, non sans raison, désigner sous le nom de « mollusque de référence », est en substance équivalent à un système quelconque de coordonnées à quatre dimensions de Gauss. Ce qui donne au « mollusque » vis-à-vis du système de coordonnées de Gauss un certain caractère intuitif c'est la conservation formelle (à vrai dire non justifiée) de l'existence séparée des coordonnées d'espace vis-à-vis de la coordonnée de temps. Chaque point du mollusque est traité comme un point de l'espace, et chaque point matériel qui est immobile par rapport à lui est tout simplement traité comme immobile, tant que le mollusque est considéré comme corps de référence. Le principe de relativité générale exige que tous ces mollusques puissent être employés, avec un égal droit et un égal succès, comme corps de référence pour la formulation des lois générales de la nature ; les lois elles-mêmes doivent être tout à fait indépendantes du choix du mollusque.

C'est dans la grande limitation, imposée de cette manière aux lois de la nature, que réside la force singulière qui est inhérente au principe de relativité générale.

29

La solution du problème de la gravitation sur la base du principe de relativité générale

Si le lecteur a suivi toutes nos considérations précédentes, il n'éprouvera plus aucune difficulté à comprendre les méthodes qui conduisent à la solution du problème de la gravitation.

Nous commençons par considérer un domaine galiléen, c'est-à-dire un domaine dans lequel il n'existe pas de champ de gravitation relativement au corps de référence galiléen K. Le comportement des règles et des horloges par rapport à K nous est connu de la Théorie de la relativité restreinte, ainsi que le comportement de points matériels «isolés»; ceux-ci sont animés d'un mouvement rectiligne et uniforme.

Nous rapportons maintenant ce domaine à un système de coordonnées quelconque de Gauss ou à un « mollusque » comme corps de référence K'. Par rapport à K' il existe alors un champ de gravitation (d'un genre particulier). Par une simple transformation nous apprenons alors comment se comportent, par rapport à K', les règles et les horloges ainsi que les points matériels qui se meuvent librement. Ce comportement est interprété comme le comportement de règles, d'horloges et de points matériels sous l'influence du champ de gravitation G. On introduit ensuite l'hypothèse que l'influence du champ de gravitation sur des règles, des horloges et des points matériels se mouvant librement a lieu conformément aux mêmes lois, même dans le cas où le champ de gravitation dominant ne peut pas être dérivé, par une simple transformation de coordonnées, du cas particulier galiléen.

Après cela on examine le comportement spatiotemporel du champ de gravitation G, déduit par une simple transformation des coordonnées du cas particulier galiléen, et l'on formule ce comportement par une loi qui est toujours valable, de quelque façon qu'on choisisse le corps de référence (le mollusque) utilisé dans la description.

Cette loi n'est pas encore la loi générale du champ de gravitation, étant donné que le champ de gravitation G étudié est d'un genre particulier. Pour trouver la loi générale du champ de gravitation, il est encore nécessaire de généraliser la loi ainsi obtenue, ce qu'on peut faire sans arbitraire en tenant compte des exigences suivantes

a) La généralisation cherchée doit également satisfaire au postulat de la relativité générale;
b) Si dans le domaine considéré il se trouve de la matière, sa masse inerte seule et ainsi, conformément au chapitre 15, son énergie seule ont une importance dans son action de produire un champ ;
c) Le champ de la gravitation et la matière doivent ensemble satisfaire à la loi de la conservation de l'énergie (et de l'impulsion).

Finalement, le principe de relativité générale nous permet de déterminer l'influence du champ de gravitation sur le cours de tous les événements qui, dans le cas où le champ de gravitation fait défaut, se déroulent d'après des lois connues, c'est-à-dire qui rentrent déjà dans le cadre de la Théorie de la relativité restreinte. On procède, en principe, d'après la méthode, qui a déjà été exposée pour les règles, les horloges et les points matériels se mouvant librement.

La théorie de la gravitation ainsi déduite du postulat de la relativité générale n'est pas seulement remarquable par sa beauté; elle ne supprime pas seulement le défaut, signalé au chapitre 21, qui est inhérent à la Mécanique classique; elle n'explique pas seulement la loi expérimentale de l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante, mais elle a de plus expliqué deux résultats de l'observation astronomique, en face desquels la Mécanique classique s'est montrée impuissante. Le second de ces faits, c'est-à-dire la courbure des rayons lumineux par le champ de gravitation du Soleil, a déjà été mentionné; le premier concerne l'orbite de la planète Mercure.

Si on limite les équations de la Théorie de la relativité générale au cas où les champs de gravitation doivent être considérés comme faibles et où toutes les masses se déplacent, par rapport au système de coordonnées, avec des vitesses qui sont petites comparées à celle de la lumière, on obtient tout d'abord la théorie de Newton comme première approximation. Cette théorie est ainsi obtenue ici sans faire de supposition particulière, tandis que Newton était obligé d'introduire l'hypothèse que la force d'attraction entre des points matériels agissant l'un sur l'autre est inversement proportionnelle au carré de leur distance. Si l'on accroît la précision du calcul, on constate des écarts de la théorie de Newton, qui certes échappent encore presque tous à l'observation à cause de leur petitesse.

Nous devons ici fixer notre attention sur un de ces écarts. D'après la théorie de Newton, une planète décrit une ellipse qui conserverait, par rapport aux étoiles fixes, éternellement la même position, si nous pouvions négliger l'influence des autres planètes sur la planète considérée et le mouvement propre des étoiles fixes. Abstraction faite de ces deux influences, l'orbite de la planète devrait être une ellipse invariable par rapport aux étoiles fixes, si la théorie de Newton est rigoureusement exacte. Cette conséquence, qui peut être examinée avec une très grande exactitude, a été confirmée pour toutes les planètes, à l'exception de la planète Mercure qui est la plus proche du Soleil, avec la précision que l'observation permet d'atteindre aujourd'hui. Mais en ce qui concerne la planète Mercure, nous savons depuis Leverrier que l'ellipse qui représente son orbite corrigée en tenant compte des influences mentionnées plus haut n'est pas immobile, par rapport aux étoiles fixes, mais est animée d'un mouvement de rotation extrêmement lent dans le plan de l'orbite et dans le sens du mouvement de révolution. On trouve pour ce mouvement de rotation de l'ellipse la valeur de 43 secondes d'arc par siècle, une valeur bien établie à quelques secondes d'arc près. La Mécanique classique ne réussit à expliquer ce phénomène qu'en prenant pour base des hypothèses peu vraisemblables et imaginées uniquement à cet effet.

Il résulte de la Théorie de la relativité générale que chaque ellipse planétaire doit nécessairement tourner autour du Soleil de la manière indiquée plus haut; que cette rotation est pour toutes les planètes, à l'exception de Mercure, trop faible pour pouvoir être constatée avec la précision que l'observation permet d'atteindre aujourd'hui, mais qu'elle s'élève pour Mercure à 43 secondes d'arc par siècle, exactement comme l'observation l'a établi.

On a en outre pu déduire de la théorie une conséquence qui est susceptible d'être vérifiée par l'expérience, à savoir le déplacement du spectre de la lumière qui nous est envoyée des grosses étoiles par rapport à celui que donne sur la terre la lumière produite d'une manière analogue (c'est-à-dire par le même genre de molécule). Je ne doute pas que cette conséquence de la théorie ne soit également bientôt confirmée.

TROISIÈME PARTIE

Réflexions sur l'univers considéré comme un tout

30

Difficultés cosmologiques de la théorie de Newton

En outre de la difficulté exposée dans le chapitre 21, une seconde difficulté de principe est encore inhérente à la Mécanique céleste classique que l'astronome Seeliger a, autant que je sache, discutée en détail pour la première fois. Si l'on pose la question : comment l'univers peut être considéré comme un tout, la première réponse qui se présente est celle-ci : Le monde est infini sous le rapport de l'espace (et du temps). Partout il *y* a des étoiles, de sorte que la densité de la matière est certes différente en détail, mais en moyenne elle est partout la même. En d'autres termes : Si loin qu'on voyage à travers l'espace de l'univers, il se trouve partout une multitude éparse d'étoiles fixes à peu près du même genre et de la même densité.

Cette conception est incompatible avec la théorie de Newton. Celle-ci exige plutôt que l'univers ait une sorte de centre, où la densité des étoiles est maximum, et que cette densité diminue à mesure qu'on avance du centre vers l'extérieur, pour faire place, à une distance lointaine, à un vide infini. Le monde des étoiles constituerait une île finie dans l'océan infini de l'espace [1].

---

1. Preuve. - D'après la théorie de Newton, il aboutit à une masse m un certain nombre de « lignes de force » qui viennent de l'infini et dont le nombre est proportionnel à la masse m. Si la densité ρ_0 de la masse dans le monde est en moyenne constante, une sphère de volume V enferme en moyenne la masse $\rho_0 V$. Le nombre de lignes de force qui pénètrent par la surface F de la sphère dans son intérieur est ainsi proportionnel à $\rho_0 V$. Le nombre de lignes de force qui pénètrent par unité de surface de la sphère est donc proportionnel à $\rho_0 V/$ Fou à $\rho_0 R$. L'intensité du champ à la surface croîtrait donc indéfiniment avec le rayon R de la sphère, ce qui est impossible.

Cette conception est en elle-même peu satisfaisante. Elle l'est d'autant moins qu'elle conduit à la conséquence que la lumière émise par les étoiles, ainsi que les étoiles individuelles du système stellaire, s'éloignent continuellement vers l'infini sans jamais revenir et sans jamais entrer en action réciproque avec d'autres objets de la nature. Le monde de la matière agglomérée dans un espace fini s'appauvrirait systématiquement peu à peu.

Pour échapper à ces conséquences, Seeliger a modifié la loi de Newton en supposant que, pour de grandes distances, l'attraction de deux masses décroît plus vite que suivant la loi de l'inverse carré de la distance. On obtient ainsi le résultat que la densité moyenne de la matière peut être constante partout jusqu'à l'infini, sans qu'il en résulte des champs de gravitation infiniment grands ; on se débarrasse également de la conception peu sympathique que le monde matériel doit avoir une espèce de centre. Certes, on n'arrive à se libérer des difficultés de principe décrites qu'au prix d'une modification et d'une complication de la loi de Newton, qui ne sont fondées ni sur l'expérience ni sur la théorie. On peut imaginer un grand nombre de lois qui donnent le même résultat, sans qu'on puisse indiquer une raison pour préférer l'une d'elles aux autres; car une quelconque de ces lois est aussi peu fondée sur des principes théoriques généraux que la loi de Newton.

31

La possibilité d’un monde fini et cependant non limité

Les spéculations sur la structure du monde se portèrent aussi dans une tout autre direction. Le développement de la Géométrie non euclidienne conduisit à la notion qu’on peut douter de *l’infinité* de notre espace, sans entrer en conflit avec l’expérience (Riemann, Helmholtz). Ces sujets ont déjà été traités en détail et avec une limpidité incomparable par Helmholtz et Poincaré, tandis que je ne puis ici que les esquisser brièvement.

Nous imaginons d’abord un genre d’existence à deux dimensions. Supposons ensuite qu’il *y* ait des êtres plats avec des instruments plats et, en particulier, des règles rigides plates librement mobiles dans un plan. En dehors de ce plan il n’existe rien pour ces êtres, et tout ce qui arrive dans leur plan, ce qu’ils observent en eux-mêmes et dans leurs objets plats constituent un système causal fermé. Les constructions, en particulier, de la Géométrie plane euclidienne sont réalisables au moyen de bâtonnets, par exemple la construction du réseau sur la surface de la table considérée au chapitre 24. Le monde de ces êtres est, contrairement au nôtre, à deux dimensions, mais, comme le nôtre, infiniment étendu. Il s’y trouve un nombre infini de carrés identiques formés de bâtonnets, c’est-à-dire son volume (surface) est infini. Si ces êtres affirment que leur monde est « plan », cela a un sens, à savoir que les constructions de la Géométrie plane euclidienne peuvent être exécutées au moyen de leurs bâtonnets, chaque bâtonnet représentant toujours la même longueur indépendamment de sa position.

Imaginons maintenant un autre genre d'existence à deux dimensions, non plus sur un plan, mais sur une surface sphérique. Les êtres plats avec leurs règles de mesure et leurs objets sont exactement adaptés à cette surface et ne peuvent la quitter; tout leur monde d'observation s'étend au contraire exclusivement sur la surface de la sphère. Ces êtres, peuvent-ils considérer la géométrie de leur monde comme une géométrie à deux dimensions et, en outre, leurs bâtonnets comme la réalisation de la « droite » ? Ils ne le peuvent pas. Car en essayant de réaliser une droite, ils obtiendront une courbe que nous, « êtres à trois dimensions », désignons par le plus grand cercle, c'est-à-dire une courbe fermée d'une longueur déterminée finie, qui peut être mesurée au moyen d'une règle. Ce monde a de même une surface finie qui peut être comparée à celle d'un carré formé de bâtonnets. Le grand charme de cette réflexion réside dans la connais sance suivante : *Le monde de ces êtres est fini et cependant sans bornes.*

Mais les êtres de la surface sphérique n'ont pas besoin de faire un voyage cosmique pour constater qu'ils ne vivent pas dans un monde euclidien. Ils peuvent s'en persuader sur chaque partie de leur monde qui n'est pas trop petite. Ils tracent à partir d'un point, dans toutes les directions, des « lignes droites » (des arcs de cercle en géométrie à trois dimensions) de même longueur. La ligne joignant les extrémités libres de ces lignes sera appelée par eux « cercle ». Le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre, tous les deux étant mesurés avec la même règle, est, d'après la Géométrie plane euclidienne, égal à une constante n qui est indépendante du diamètre du cercle. Nos êtres trouveraient sur leur surface sphérique ce rapport égal à

$$\pi \frac{\sin\left(\frac{r}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)},$$

c'est-à-dire une valeur inférieure à n et différant d'autant plus de π que le rayon du cercle est plus grand par rapport au rayon R du « monde sphérique ». Cette relation permet aux êtres de la sphère de déterminer le rayon R de leur monde, même s'ils ne disposent que d'une partie relativement petite de leur monde sphérique pour leurs mesures. Mais si cette partie est par trop petite, ils ne peuvent plus constater qu'ils se trouvent sur un monde sphérique et non pas sur un monde euclidien; une petite partie d'une surface sphérique se distingue peu d'une partie équivalente d'un plan.

Si, par conséquent, les êtres de la sphère vivent sur une planète dont le système solaire n'occupe qu'une partie infiniment petite du monde sphérique, ils n'ont pas la possibilité de décider s'ils vivent dans un monde fini ou infini, car la partie du monde qui est accessible à leur expérience est dans les deux cas pratiquement plane ou euclidienne. Cette manière de voir montre immédiatement que pour nos êtres de la sphère la circonférence du cercle croît d'abord avec le rayon jusqu'à la «périphérie du monde» pour ensuite décroître peu à peu jusqu'à zéro, tandis que le rayon continue toujours à croître. La surface du cercle croît de plus en plus jusqu'à ce qu'elle devienne finalement égale à la surface totale de tout le monde sphérique.

Le lecteur serait peut-être étonné que nous ayons placé nos êtres sur une sphère et non pas sur une autre surface fermée. Mais ceci a sa justification dans le fait que la sphère se distingue de toutes les autres surfaces fermées par la propriété que tous ses points sont équivalents. Le rapport c de la circonférence d'un cercle à son rayon r dépend certes de r, mais pour une valeur donnée de r il est le même pour tous les points du monde sphérique; le monde sphérique est une « surface de courbure constante ».

De ce monde sphérique à deux dimensions il existe l'analogue à trois dimensions, c'est l'espace sphérique à trois dimensions découvert par Riemann. Ses points sont également tous équivalents. Il possède un volume fini, qui est déterminé par son « rayon » ($2\pi^2R^2$). Peut-on se représenter un espace sphérique? Se représenter un espace, cela ne veut pas dire autre chose que se représenter un ensemble d'expériences dans « l'espace », c'est-à-dire d'expériences qu'on peut réaliser par le mouvement de corps « rigides ». Dans ce sens on peut se représenter un espace sphérique.

Traçons d'un point des lignes droites (ou tendons des cordes) dans toutes les directions et portons sur chacune d'elles la longueur r avec la règle de mesure. Toutes les extrémités libres de ces longueurs se trouvent sur une surface sphérique. Nous pouvons en particulier mesurer la superficie (S) de cette dernière avec un carré formé de règles. Si le monde est euclidien, $S = \pi r^2$; s'il est sphérique, S est toujours inférieur à πr^2. S croît quand r croît de zéro jusqu'à un maximum déterminé par le « rayon du monde » pour décroître ensuite peu à peu jusqu'à zéro, tandis que le rayon r de la sphère continue à croître. Les lignes droites radiales issues du point origine s’écartent tout d’abord les unes des autres, se rapprochent ensuite de nouveau et se rencontrent finalement au « point opposé » au point de départ ; elles ont alors mesuré tout l’espace sphérique. On se convainc facilement que l’espace sphérique à trois dimensions est tout à fait analogue à celui à deux dimensions (surface sphérique). Il est fini (c’est-à-dire de volume fini) sans avoir de bornes.

Remarquons qu’il existe encore une variété d’espace sphérique, « l’espace elliptique ». Il peut être considéré comme un espace sphérique où les « points opposés » sont identiques (ne peuvent pas être distingués). Un monde elliptique peut, par conséquent, être considéré en quelque sorte comme un monde sphérique possédant une symétrie centrale.

Il résulte de ce que nous venons de dire que des espaces fermés sans bornes sont possibles. Parmi ceux-ci l’espace sphérique (ou elliptique) se distingue par sa simplicité, attendu que tous ses points sont équivalents. Après cette discussion, il se pose pour les astronomes et les physiciens la question extrêmement intéressante de savoir si le monde dans lequel nous vivons est infini ou fini, à la façon du monde sphérique. Notre expérience est bien loin d’être suffisante pour répondre à cette question. Mais la Théorie de la relativité générale permet d’y répondre avec une certaine certitude ; elle donne aussi la solution de la difficulté signalée au chapitre 30.

32

La structure de l’espace d’après la Théorie de la relativité générale

Conformément à la Théorie de la relativité générale, les propriétés géométriques de l’espace ne sont pas indépendantes, elles sont conditionnées par la matière. On ne peut donc affirmer quelque chose sur la structure géométrique du monde que si l’on suppose connu l’état de la matière. Nous savons par l’expérience que pour un système de coordonnées convenablement choisi les vitesses des étoiles sont petites par rapport à la vitesse de propagation de la lumière. Nous pouvons, par conséquent, connaître dans une première approximation la constitution du monde en gros, en considérant la matière comme immobile.

Nous savons déjà d’après nos réflexions antérieures que le comportement des règles et des horloges est influencé par les champs de gravitation, c’est-à-dire par la distribution de la matière. D’où il suit qu’il ne peut pas être question, dans notre monde, d’une validité exacte de la Géométrie euclidienne. Mais il est en soi possible que notre monde diffère peu d’un monde euclidien, et cette conception est d’autant plus probable que le calcul montre que même des masses de la grosseur de notre Soleil n’exercent qu’une influence très réduite sur la métrique de l’espace environnant. On pourrait se représenter notre monde se comportant, au point de vue géométrique, comme une surface irrégulièrement courbe dans le détail, mais qui ne s’écarte nulle part d’une manière appréciable d’un plan, comme, par exemple, la surface d'un lac ondulée par de petites vagues. Nous pourrions convenablement appeler un tel monde quasi euclidien. Son espace serait infini. Mais le calcul montre que dans un monde quasi euclidien la densité moyenne de la matière serait nulle. Un tel monde ne pourrait donc être peuplé partout avec de la matière ; il présenterait le tableau peu satisfaisant que nous avons esquissé au chapitre 30.

Mais si dans le monde la densité moyenne de la matière s'écarte tant soit peu de zéro, alors le monde n'est pas quasi euclidien. Le calcul montre au contraire que si la matière était uniformément distribuée, le monde devrait nécessairement être sphérique (ou elliptique). Mais comme en réalité la matière est dans le détail irrégulièrement distribuée, le monde réel s'écartera dans le détail de la forme sphérique, il sera quasi sphérique. Mais il devra être nécessairement fini. La théorie fournit même une relation simple[1] entre l'étendue spatiale du monde et la densité moyenne de la matière.

1. Pour le « rayon » R du monde on obtient l'équation $R^2 = 2/(\chi\rho)$

En employant le système C. G. S., $2/\chi = 1{,}08 . 10^{27}$; ρ représente la densité moyenne de la matière.

APPENDICES

I

Dérivation simple de la transformation de Lorentz

(Complément du Chapitre 11)

Dans l'orientation relative des systèmes de coordonnées indiquée par la figure 2 (p. 49), les axes des *x* des deux systèmes coïncident d'une manière permanente. Nous pouvons ici diviser le problème en ne considérant tout d'abord que des événements localisés sur l'axe des *x*. Un tel événement est représenté, relativement au système de coordonnées K, par l'abscisse *x* et le temps *t,* et, relativement au système de coordonnées K', par l'abscisse *x'* et le temps *t'*. Il s'agit de trouver *x'* et *t'* quand *x* et *t* sont donnés.

Un signal lumineux qui avance le long de l'axe positif des *x* se propage d'après l'équation

$$x = ct,$$

ou

(1) $$x - ct = 0.$$

Puisque le même signal lumineux se propage aussi relativement à K' avec la vitesse *c*, la propagation relativement à K'sera représenté par la formule analogue

(2) $$x' - ct' = 0.$$

Les points spatio-temporels (événements) qui satisfont l'équation (1) doivent aussi satisfaire l'équation (2). Ceci sera manifestement le cas si la relation

(3) $$(x' - ct') = \lambda\,(x - ct)$$

est généralement satisfaite, où k désigne une constante ; car, d'après (3), la disparition de $(x - ct)$ entraîne la disparition de $(x' - ct')$.

Une considération tout à fait analogue appliquée à des rayons lumineux se propageant le long de l'axe des x négatifs fournit la condition

(4) $$x' + ct' = \mu\,(x + ct).$$

Par l'addition ou la soustraction des équa- tions (3) et (4), où pour des raisons de commodité on introduit, au lieu des constantes k et μ, les constantes

$$a = \frac{\lambda + \mu}{2},$$

$$b = \frac{\lambda - \mu}{2},$$

on obtient

(5) $$\begin{cases} x' = ax - bct, \\ ct' = act - bx. \end{cases}$$

Notre problème serait ainsi résolu, si les constantes a et b étaient connues ; elles résultent des considérations suivantes.

Pour l'origine de K' on a d'une manière permanente $x' = 0$ et par conséquent, d'après la première des équations (5),

$$x = \frac{bc}{a}\,t.$$

En désignant par v la vitesse avec laquelle l'origine de K' se meut relativement à K, on a

$$v = \frac{bc}{a}.$$

On obtient la même valeur v de l'équation (5) quand on calcule la vitesse, par rapport à K, d'un autre point de K' ou bien la vitesse (dirigée suivant l'axe négatif des x) d'un point de K par rapport à K'. Bref, on peut considérer v comme représentant la vitesse relative des deux systèmes.

Il est en outre clair, d'après le principe de relativité, que la longueur, dans le système K, d'une règle de mesure unité, qui est au repos relativement à K', doit être exactement la même que celle, dans le système K', d'une règle de mesure unité qui est au repos relativement à K. Pour voir comment se présentent, dans le système K, les points de l'axe des *x'*, nous n'avons qu'à prendre un « instantané » de K' et de K; cela signifie que nous devons introduire pour *t* (temps de K) une valeur déterminée, par exemple *t* = 0. De la première des équations (5) on obtient pour cette valeur

$$x' = ax.$$

Deux points de l'axe des *x'*, qui sont séparés par la distance *x'* - 1, mesurée en K, sont séparés sur notre instantané par la distance

(7) $$\Delta x' = \frac{1}{a}.$$

Mais si l'on prend l'instantané dans K' (*t'* = 0), on obtient de (5), en éliminant *t* et en tenant compte de (6),

$$x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)x.$$

On en conclut que deux points de l'axe des *x*, séparés (relativement à K) par la distance 1, ont sur notre instantané la distance

$$\Delta x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$$

Comme, d'après ce qui vient d'être dit, les deux instantanés doivent être identiques, Δ*x* dans (7) doit être égal Δ*x*' dans (7 a), de sorte qu'on a

(7 b) $$a^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Les équations (6) et (7*b)* déterminent les constantes *a* et *b.* En portant les valeurs de ces constantes dans (5), on obtient la première et la quatrième des équations indiquées au chapitre 11.

(8)
$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}. \end{cases}$$

Nous avons ainsi obtenu la transformation de Lorentz pour des événements sur l'axe des x. Elle satisfait à la condition

(8 a)
$$x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2.$$

L'extension de ce résultat à des événements qui ont lieu en dehors de l'axe des x est obtenue en conservant les équations (8) et en ajoutant les relations

(9)
$$\begin{cases} y' = y \\ z' = z. \end{cases}$$

Que le postulat de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide, pour des rayons lumineux de direction quelconque, satisfait aussi bien au système K qu'au système K', on peut s'en convaincre de la façon suivante.

Supposons qu'on envoie de l'origine de K un rayon lumineux au temps $t = 0$. Sa propagation a lieu conformément à l'équation

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct,$$

ou, en élevant cette équation au carré, conformément à l'équation

(10)
$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

La loi de la propagation de la lumière en union avec le postulat de la relativité exige que la propagation du même signal - envisagée de K' - ait lieu suivant la formule correspondante

$$r' - ct'$$

ou

(10 a) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

Pour que l'équation (10 a) soit une conséquence de l'équation (10), il faut qu'on ait

(11) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = \sigma(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2).$$

Comme l'équation (8 a) doit être valable pour les points sur l'axe des x, o doit être égal à 1. On reconnaît facilement que la transformation de Lorentz satisfait réellement à l'équation (11) pour σ=1; en effet, (11) est une conséquence de (8 a) et (9), par conséquent aussi de (8) et (9). C'est ainsi qu'est dérivée la transformation de Lorentz.

Cette transformation représentée par (8) et (9) doit encore être généralisée. Il importe manifestement peu que les axes de K' soient choisis parallèles à ceux de K. Il importe également peu que la vitesse de translation de K' par rapport à K soit dirigée suivant l'axe des x. On peut composer la transformation de Lorentz dans ce sens général – comme le montre une considération simple – de deux sortes de transformations, c'est-à-dire de transformations dans le sens particulier et de transformations purement spatiales, ce qui correspond au remplacement du système de coordonnées rectangulaire par un nouveau système dont les axes sont autrement orientés. Au point de vue mathématique la transformation généralisée de Lorentz peut être caractérisée de la manière suivante

Elle exprime x', y', z', t' par les fonctions linéaires homogènes de x, y, z, t d'un genre tel que la relation

(11 a) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2.$$

est identiquement satisfaite. Ceci signifie : Si l'on remplace dans le premier membre x', y', z', t' par leurs expressions en x, y, z, t, alors le premier membre de (11 a) devient identique au second.

II

Le monde à quatre dimensions de Minkowski

(Complément du Chapitre 17)

La transformation généralisée de Lorentz peut encore être caractérisée d'une manière plus simple, si l'on introduit, à la place de t, la quantité imaginaire $\sqrt{-1}$ comme variable de temps. En posant donc

$$\begin{aligned} x_1 &= x, \\ x_2 &= y, \\ x_3 &= z, \\ x_4 &= \sqrt{-1}ct \end{aligned}$$

et d'une manière analogue pour le système accentué K', la condition qui est identiquement satisfaite par la transformation s'exprime ainsi:

$$x'^2_1 + x'^2_2 + x'^2_3 + x'^2_4 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \tag{12}$$

C'est en effet en cette équation que se transforme (11 a) quand on choisit les «coordonnées » indiquées.

On voit d'après (12) que la coordonnée de temps imaginaire x_4 entre dans la condition de transformation exactement de la même manière que les coordonnées d'espace x_1, x_2, x_3. C'est pourquoi d'après la Théorie de la relativité, le « temps » x_4 entre dans les lois de la nature de la même façon que les coordonnées d'espace x_1, x_2, x_3.

Le continuum à quatre dimensions, décrit par les « coordonnées » x_1, x_2, x_3, x_4, a été appelé par Minkowski « monde » et le point-événement « point du monde ». D'un *devenir* dans l'espace à trois dimensions, la Physique devient en quelque sorte *l'être* dans le « monde » à quatre dimensions.

Ce « monde » à quatre dimensions a une profonde ressemblance avec « l'espace » à trois dimensions de la Géométrie analytique (euclidienne). En effet, si l'on introduit dans cette dernière un nouveau système de coordonnées cartésien (x'_1, x'_2, x'_3) ayant même origine, alors x'_1, x'_2, x'_3 sont des fonctions linéaires homogènes de x_1, x_2, x_3, qui satisfont identiquement à l'équation

$$x'^2_1 + x'^2_2 + x'^2_3 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

L'analogie avec (12) est complète. On peut regarder le monde de Minkowski, au point de vue formel, comme un espace euclidien à quatre dimensions (avec une coordonnée de temps imaginaire) ; la transformation de Lorentz correspond à une « rotation » du système de coordonnées dans le monde à quatre dimensions.

III

La confirmation de la Théorie de la relativité générale par l'expérience

On se représente le processus de l'évolution d'une science, au point de vue épistémologique, comme un processus continu d'induction. Les théories apparaissent comme des résumés d'un grand nombre d'expériences isolées en des lois expérimentales, d'où sont déduites par comparaison les lois générales. L'évolution de la Science ressemble, à ce point de vue, au classement d'un catalogue, à un travail purement empirique.

Mais cette conception ne représente pas tout le processus réel. Elle passe sous silence le rôle important que l'intuition et la pensée déductive jouent dans l'évolution de la science exacte. Aussitôt qu'une science a franchi le stade le plus primitif, les progrès théoriques ne sont plus réalisés simplement par un travail de classement. Le chercheur, poussé par les faits de l'expérience, développe plutôt un système de pensées qui, le plus souvent, est logiquement construit sur un petit nombre de suppositions fondamentales, les soi-disant axiomes. Nous appelons un tel système de pensées une théorie. La théorie tire sa raison d'être du fait qu'elle relie un grand nombre d'expériences isolées; là réside sa « vérité ».

Pour le même complexe de faits expérimentaux il peut *y* avoir des théories différentes, qui se distinguent considérablement les unes des autres. La concordance des théories dans les conséquences accessibles à l'expérience peut être si grande qu'il est difficile de trouver des conséquences accessibles à l'expérience relativement auxquelles les deux théories se distinguent l'une de l’autre. Un tel cas d’un intérêt général présente, par exemple, dans le domaine de la Biologie, la théorie de Darwin de l’évolution des espèces par la sélection dans la lutte pour l’existence, et la théorie de l’évolution basée sur l’hypothèse de la transmission des caractères acquis.

Un autre cas de très grande concordance des conséquences de deux théories est présenté, d’une part, par la Mécanique de Newton et, d’autre part, par la Théorie de la relativité générale. Cette concordance va si loin qu’on n’a pu trouver jusqu’à présent que peu de conséquences de la Théorie de la relativité générale accessibles à l’expérience auxquelles ne conduit pas la Physique prérelativiste, malgré la différence profonde des suppositions fondamentales des théories. Nous allons considérer encore une fois ces conséquences importantes et exposer brièvement les expériences rassemblées jusqu’à présent.

Le mouvement du périhélie de mercure

D’après la Mécanique de Newton et sa loi de la gravitation, une planète isolée tournant autour d’un soleil décrirait une ellipse autour de celuici (ou plus exactement autour du centre de gravité commun du soleil et de la planète). Le soleil (ou le centre de gravité commun) se trouve à l’un des foyers de l’orbite elliptique, de telle sorte que la distance soleil-planète croît, au cours d’une année planétaire, d’un minimum à un maximum, et puis décroît jusqu’au minimum. Si l’on remplace dans le calcul la loi d’attraction de Newton par une autre un peu différente, on trouve que le mouvement qui obéit à cette loi devrait encore être tel que la distance soleil-planète oscille périodiquement; mais l’angle décrit pendant une telle période (d’un périhélie au périhélie suivant) par la ligne joignant le soleil à la planète serait différent de 360°. L’orbite ne serait pas fermée, mais couvrirait au cours du temps une portion annulaire du plan orbital (entre le cercle de la plus petite et le cercle de la plus grande distance de la planète au soleil).

D’après la Théorie de la relativité générale, qui s’écarte un peu de celle de Newton, il doit *y* avoir aussi un petit écart de la loi du mouvement orbital de Kepler-Newton, de telle sorte que l’angle décrit par le rayon soleil-planète entre un périhélie et le suivant diffère d’un angle de révolution complète (c’est-à-dire de l’angle 2π dans la mesure absolue d’angles employée en

Physique) de la quantité

$$\frac{24\,\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}$$

Dans cette expression *a* représente la moitié du grand axe de l'ellipse, *e* son excentricité, *c* la vitesse de la lumière, T la durée d'une révolution. Ce résultat peut aussi être exprimé de la façon suivante : D'après la Théorie de la relativité générale, le grand axe de l'ellipse tourne autour du soleil dans le sens du mouvement orbital de la planète. Cette rotation doit atteindre, d'après la théorie, pour la planète Mercure 43 secondes d'arc par siècle, mais pour les autres planètes de notre système solaire elle est si petite qu'elle ne peut pas être constatée.

En fait, les astronomes ont trouvé que la théorie de Newton ne suffit pas pour calculer le mouvement observé de Mercure avec l'exactitude actuellement accessible à l'observation. Après avoir tenu compte de toutes les influences perturbatrices que les autres planètes exercent sur Mercure, on reconnut (Leverrier en 1859 et Newcomb en 1895) qu'il restait encore à expliquer un mouvement du périhélie de Mercure, qui ne diffère pas sensiblement des +43 secondes d'arc par siècle dont nous venons de parler. Ce résultat empirique concorde avec la conclusion de la Théorie de la relativité générale à quelques secondes près.

La déviation de la lumière par le champ de gravitation

Nous avons déjà exposé au chapitre 22 que, d'après la Théorie de la relativité générale, un rayon lumineux doit subir dans un champ de gravitation une courbure analogue à celle que doit subir la trajectoire d'un corps lancé à travers un champ de gravitation. Un rayon lumineux rasant un corps céleste est, d'après la théorie, dévié vers ce dernier; l'angle de déviation a pour un rayon lumineux qui passe a une distance du soleil égale à A rayons de celui-ci est

$$\alpha = \frac{1{,}7 \text{ secondes d'arc}}{\Delta}.$$

Il faut ajouter que, d'après la théorie, cette déviation est due pour une moitié au champ d'attraction (newtonien) du soleil et pour une moitié à la modification géométrique de l'espace (« courbure ») produite par le soleil.

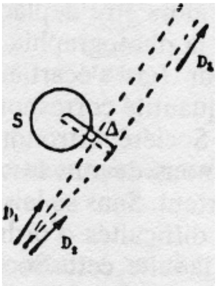


Fig. 5.

Ce résultat peut être vérifié expérimentalement en prenant des photographies des étoiles pendant une éclipse totale du soleil. Il faut attendre cette dernière, parce qu'à tout autre moment l'atmosphère est si fortement éclairée par la lumière du soleil que les étoiles avoisinantes sont invisibles. La figure 5 montre clairement quel sera l'effet attendu. Si le soleil S était absent, on verrait une étoile se trouvant pratiquement à une distance infinie, dans la direction D_1. Mais par suite de la déviation par le soleil, on la voit dans la direction D_2, c'est-à-dire à une distance un peu plus grande du centre du soleil qu'elle n'est en réalité.

En pratique la vérification se fait de la façon suivante. On photographie les étoiles dans le voisinage du soleil au moment où il subit une éclipse totale. On prend ensuite une seconde photographie des mêmes étoiles quand le soleil occupe une autre position dans le ciel (c'est-à-dire quelques mois plus tard ou plus tôt). Les images des étoiles prises pendant l'éclipse du soleil doivent alors être déplacées radialement, par rapport à la photographie de comparaison, vers l'extérieur (en s'écartant du centre du soleil) d'une quantité correspondant à l'angle α.

C'est à la Société astronomique royale de Londres que nous devons la vérification de ce résultat important. Sans se laisser arrêter par la guerre et les difficultés d'ordre psychologique qui en étaient la suite, cette Société a envoyé plusieurs de ses astronomes les plus remarquables

(Eddington, Crommelin, Davidson) et équipé deux expéditions pour prendre des photographies, pendant l'éclipse totale du soleil du 29 mai 1919, à Sobral (Brésil) et dans l'île Principe (Afrique occidentale). Les écarts relatifs auxquels il fallait s'attendre entre les photographies prises pendant l'éclipse du soleil et les photographies de comparaison s'élevaient seulement à quelques centièmes de millimètre. La précision des photographies et celle de leurs mesures étaient donc peu ordinaires.

Le résultat de la mesure confirma la théorie d'une façon tout à fait satisfaisante. Les composantes rectangulaires des écarts observés et calculés des étoiles (en secondes d'arc) sont contenues dans le tableau suivant

	Première coordonnée		Seconde coordonnée	
Numéro de l'étoile	observée.	calculée.	observée,	calculée.
11...	-0,19	-0,22	+ 0,16	+ 0,02
5...	-0,29	-0,31	-0,46	- 0,43
4...	-0,11	-0,10	+0,83	+ 0,74
3...	-0,20	-0,12	+1,00	+0,87
6...	-0,10	-0,04	+0,57	+0,40
10...	-0,08	+0,09	+0,35	+0,32
2...	+0,95	+0,85	-0,27	-0,09

Le déplacement des raies spectrales vers le rouge

Nous avons montré au chapitre 23 que dans un système K', animé d'un mouvement de rotation par rapport à un système galiléen K, la marche d'horloges identiques immobiles dépend de la position qu'elles occupent. Nous allons évaluer cette dépendance quantitativement. Une horloge, placée à une distance r du centre du disque, a par rapport à K la vitesse

$$v = wr,$$

en désignant par w la vitesse de rotation du disque (K') par rapport à K. Si nous désignons par v_0. le nombre de battements de l'horloge par unité de temps (vitesse de la marche) relativement à K, dans le cas où l'horloge est immobile, alors la vitesse v de la marche de l'horloge, animée d'une vitesse v par rapport à K et au repos par rapport au disque, est, conformément au chapitre 12, égale à ou, avec une approximation suffisante, égale à

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

ou, avec une approximation suffisante, égale à

$$v = v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

ou encore à

$$v = v_0 \left(1 - \frac{w^2 r^2}{2\, c^2}\right).$$

Si l'on désigne par +Φ la différence de potentiel de la force centrifuge entre le lieu occupé par l'horloge et le centre du disque, c'est-à-dire le travail compté négativement qu'on doit fournir à l'unité de masse contre la force centrifuge, pour la transporter du lieu occupé par l'horloge sur le disque en rotation au centre de celui-ci, on a

$$\Phi = - \frac{w^2 r^2}{2},$$

de sorte qu'on

$$v = v_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right).$$

On voit ainsi tout d'abord que deux horloges de même construction, placées à des distances différentes du centre du disque, marchent inégalement vite, résultat qui est aussi vrai pour un observateur tournant avec le disque.

Comme il existe un champ de gravitation (considéré par rapport au disque) dont le potentiel est 1, le résultat obtenu sera aussi valable pour des champs de gravitation en général. Comme nous pouvons de plus regarder un atome émettant des raies spectrales comme une horloge, nous avons la proposition suivante:

Un atome absorbe ou émet de la lumière d'une fréquence qui dépend du potentiel du champ de gravitation dans lequel il se trouve.

La fréquence d'un atome, qui se trouve à la surface d'un corps céleste, est un peu plus petite que la fréquence d'un atome du même élément qui se trouve dans l'espace libre (ou à la surface d'un corps céleste plus petit). Comme

$$\Phi = - K \frac{M}{r},$$

où K représente la constante de gravitation de Newton, M la masse, *r* le rayon du corps céleste, on devrait constater un déplacement vers le rouge des raies spectrales produites à la surface des étoiles, par rapport à celles produites à la surface de la Terre, d'une valeur

$$\frac{v - v_0}{v_0} = -\frac{K}{c^2}\frac{M}{r}.$$

Pour le Soleil, le déplacement vers le rouge auquel on doit s'attendre s'élève environ à deux millionièmes de longueur d'onde. Pour les étoiles fixes, il n'est pas possible de faire un calcul sûr, parce qu'on n'en connaît généralement ni la masse M ni le rayon *r*.

On ne sait si cet effet existe réellement ; la question reste ouverte, et les astronomes travaillent actuellement avec beaucoup d'ardeur pour fournir une réponse. Pour le Soleil, il est difficile de mettre en évidence l'existence de l'effet, à cause de sa petitesse. Tandis que Grebe et Bachem (Bonn), se basant sur leurs propres mesures et sur celles de Evershed et Schwarzschild, ainsi que Pérot à la suite de ses observations considèrent son existence comme certaine pour la raie de cyanogène, d'autres chercheurs, particulièrement St-John, sont d'après leurs mesures d'un avis contraire.

Les recherches statistiques sur les étoiles fixes ont montré que les déplacements moyens des raies vers le rouge existent certainement. Mais l'examen des données fait jusqu'à présent ne permet pas d'affirmer avec certitude, si ces déplacements sont réellement dus à l'influence de la gravitation. On trouvera dans le Mémoire de E. Freundlich, intitulé *Examen de la Théorie de la relativité générale,* rassemblés et discutés à fond, au point de vue de la question qui nous intéresse ici, les résultats de l'observation *(Die Naturwissenschaften, 1919,* fasc. 35, p. 520, Springer, Berlin).

En tout cas, les années prochaines apporteront une décision certaine. Si le déplacement des raies du spectre vers le rouge par le potentiel de gravitation n'existait pas, la Théorie de la relativité générale deviendrait insoutenable. D'autre part, l'étude du déplacement des raies, quand elle aura établi d'une façon certaine qu'il a sa cause dans le potentiel de gravitation, fournira des renseignements importants sur les masses des corps célestes.

QUATRIÈME PARTIE

La relativité et le problème de l'espace[1]

Ce qui caractérise la Physique newtonienne c'est qu'elle est obligée d'attribuer, à côté de la matière, à l'espace et au temps une existence réelle indépendante. Car dans la loi du mouvement de Newton figure la notion d'accélération. Mais l'accélération dans cette théorie ne peut signifier que «l'accélération par rapport à l'espace». L'espace newtonien doit, par conséquent, être considéré comme étant « au repos » ou, du moins, comme « non accéléré », si l'accélération doit être regardée comme une grandeur qui a un sens. Il en est de même du temps, qui est également contenu dans la notion de l'accélération. Newton lui-même et ses contemporains doués du sens critique se sentaient gênés d'attribuer aussi bien à l'espace même qu'à son état de mouvement une réalité physique, mais il n'y avait pas en ce temps d'autre issue, si l'on voulait donner à la Mécanique un sens clair.

C'est déjà une prétention étrange d'attribuer à l'espace en général une réalité physique, et tout particulièrement à l'espace vide. Depuis les temps les plus anciens les philosophes se sont toujours dressés contre une telle prétention. Descartes raisonnait à peu près de la façon suivante : l'espace est identique à l'étendue, mais l'étendue est liée au corps, par conséquent, pas d'espace sans corps, c'est-à-dire pas d'espace vide. La faiblesse de cette

1. La traduction de cette étude est faite sur le manuscrit que M. Einstein nous a envoyé au mois d'avril 1953. (Nd.T.)

argumentation réside, principalement en ceci : Il est certes vrai que la notion d'étendue doit sa naissance aux expériences que nous avons faites à propos de la position (contact) des corps solides. Mais de là on ne peut pas conclure que la notion d'étendue ne soit pas justifiée dans les cas qui n'ont pas donné lieu à sa formation Une telle extension de notions peut aussi indirectement se justifier par la valeur qu'elle présente pour la compréhension des données empiriques. L'affirmation que l'étendue est liée aux corps est ainsi en soi mal fondée. Mais nous verrons plus tard que la Théorie de la relativité générale confirme, par une voie détournée, la conception de Descartes. Ce qui l'a conduit à sa conception si curieuse était certainement le sentiment qu'on ne doit pas attribuer une réalité à une chose qui n'est pas « directement accessible » [1] à l'expérience, comme c'est le cas de l'espace, sans nécessité impérieuse.

L'origine psychologique de la notion d'espace, ou sa nécessité, n'est pas si manifeste qu'elle pourrait nous paraître en raison de nos habitudes de penser. Les anciens géomètres traitent d'objets conçus par l'esprit (point, droite, plan), mais non pas de l'espace comme tel, comme l'a fait plus tard la Géométrie analytique. Mais la notion d'espace s'impose à nous par certaines expériences primitives. Soit donnée une boîte; on peut *y* introduire des objets en les rangeant dans un certain ordre, de sorte qu'elle devient pleine. La possibilité de tels arrangements est une propriété de l'objet corporel appelé boîte, quelque, chose qui est donné avec elle, « l'espace renfermé » par elle. C'est quelque chose qui est différent pour des boîtes différentes, qui est tout naturellement considéré comme indépendant du fait que des objets se trouvent ou ne se trouvent pas dans la boîte. Quand celle-ci ne contient pas d'objets, son espace paraît «vide».

Jusqu'à présent notre notion d'espace est liée à la boîte. Mais il se trouve que les possibilités de position qui constituent l'espace de la boîte sont indépendantes de l'épaisseur de ses parois. Mais ne peut-on pas réduire cette épaisseur à zéro sans que l'espace disparaisse ? Qu'un tel passage à la limite soit naturel, cela est évident, et maintenant l'espace existe pour notre pensée, sans boîte, comme objet indépendant, qui cependant paraît

1. Cette expression doit être prise *cum grano salis.*

être si irréel quand on oublie, l'origine de cette notion. On comprend que Descartes ait éprouvé de la répugnance à regarder l'espace comme un objet indépendant desobjets corporels et pouvant exister sans la matière[1]. (Ceci ne l'empêcha pas d'ailleurs de traiter l'espace comme notion fondamentale dans sa Géométrie analytique.) Un regard jeté sur l'espace vide d'un baromètre à mercure a probablement désarmé les derniers cartésiens. Mais on ne peut pas nier que déjà à ce stade primitif il paraît peu satisfaisant de considérer la notion d'espace ou l'espace comme un objet réel indépendant.

Les manières dont les corps peuvent être placés dans l'espace (boîte) sont l'objet de la Géométrie euclidienne à trois dimensions, dont la structure axiomatique nous fait facilement perdre de vue qu'elle se rapporte à des situations empiriques.

Si de la façon esquissée plus haut, en liaison avec les expériences sur le « remplissage » de la boîte, la notion d'espace est formée, celui-ci est de prime abord *limité.* Mais cette limitation paraît accessoire, parce qu'on peut apparemment toujours introduire une boîte plus grande qui enferme la plus petite. L'espace apparaît ainsi comme quelque chose d'illimité.

Je ne veux pas montrer ici que les conceptions selon lesquelles l'espace a trois dimensions et un « caractère euclidien » remontent à desexpériences (relativement primitives), mais examiner tout d'abord, sous d'autres points de vue, le rôle qu'a joué la notion d'espace dans l'évolution de la pensée physique.

Quand une boîte plus petite *b* est au repos relatif à l'intérieur d'une boîte vide plus grande B, l'espace vide de *b* est une partie de l'espace vide de B, et aux deux boîtes appartient le même « espace » qui les contient toutes les deux. Mais la conception est moins simple, si *b* est en mouvement par rapport à B. Alors on est porté à penser que *b* enferme toujours le même espace, mais une partie variable de l'espace B. On est ainsi forcé de coordonner à chaque boîte un espace particulier (qu'on ne conçoit pas comme limité) et de supposer que tes deux espaces sont en mouvement l'un

1. La tentative de Kant de supprimer le malaise en niant l'objectivité de l'espace peut à peine être prise au sérieux. Les possibilités de position, personnifiées par l'intérieur d'une boîte, sont dans le même sens objectives que la boîte elle-même et les objets qui peuvent *y* être placés.

par rapport à l'autre.

Avant que l'attention soit attirée sur cette complication, l'espace apparaît comme un milieu non limité (réceptacle) dans lequel les objets corporels se déplacent. Or, il faut penser qu'il *y* a un nombre infini d'espaces qui sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. La conception que l'espace jouit d'une existence objective indépendante des objets appartient déjà à la pensée préscientifique, mais non pas l'idée de l'existence d'un nombre infini d'espaces en mouvement l'un par rapport à l'autre. Cette dernière idée est certes logiquement inévitable, mais pendant longtemps elle n'a pas joué un rôle important, même dans la pensée scientifique.

Maintenant, qu'en est-il de l'origine psychologique de la notion de temps? Cette notion est indubitablement liée au « souvenir », ainsi qu'à la distinction entre les expériences sensibles et le souvenir de celles-ci. En soi, il est douteux que la distinction entre expérience sensible et souvenir (ou simple représentation) soit pour nous une donnée psychologique immédiate. A chacun de nous il est arrivé d'être dans le doute s'il a fait l'expérience sensible d'une chose ou s'il l'a seulement rêvée. Il est probable que cette distinction ne soit qu'un produit de l'esprit ordonnateur.

Au « souvenir » est coordonnée une expérience qui est considérée comme « antérieure » en comparaison avec « les expériences présentes » ; c'est là un principe d'ordre conceptuel pour des expériences (imaginées), dont la possibilité de réalisation donne lieu à la notion de temps subjectif, c'est-à-dire à cette notion de temps qui se rapporte à l'ordre des expériences faites par l'individu.

L'objectivation de la notion de temps

La personne A («je »), par exemple, fait l'expérience qu'« il tonne ». Elle fait aussi l'expérience d'un comportement tel de la personne B que ce comportement a un rapport avec sa propre expérience « il tonne ». Il arrive ainsi que A coordonne à B l'expérience « il tonne ». En lapersonne A naît la conception qu'à l'expérience « il tonne » d'autres personnes participent également. Le fait « il tonne » n'est plus conçu comme une expérience exclusivement personnelle, mais comme une expérience (ou seulement comme une « expérience possible ») d'autres personnes. La conception naît ainsi que le fait « il tonne », qui primitivement faisait son entrée dans la conscience comme « expérience personnelle », est maintenant également conçu comme « événement » (objectif). Et c'est à la totalité des événements que nous pensons quand nous parlons du « monde extérieur réel ».

Nous avons vu que nous nous trouvons forcés à attribuer aux expériences un ordre temporel de ce genre : Si β est postérieur à α et γ postérieur à β, γ est aussi postérieur à α (ordre des expériences). Maintenant, qu'en est-il à cet égard des événements que nous avons coordonnés aux expériences? La première chose à faire serait de supposer qu'il existe un ordre temporel des événements qui concorde avec l'ordre temporel des expériences. C'est ce qu'on a généralement fait d'une manière inconsciente jusqu'au moment où des doutes sceptiques se sont fait valoir[1]. Pour arriver à une objectivation du monde, il faut encore une idée constructive supplémentaire : l'événement est aussi localisé dans l'espace et non pas seulement dans le temps.

Dans ce qui précède nous avons essayé de décrire comment les notions d'espace, de temps et d'événement peuvent être mises en rapport psychologique avec les expériences personnelles. Au point de vue logique, ce sont des créations libres de l'intelligence humaine, des instruments de la pensée, qui doivent servir à établir un lien entre les expériences, de façon à pouvoir mieux les embrasser. La tentative de nous rendre pleinement compte de l'origine empirique de ces notions fondamentales montrera jusqu'à quel point nous sommes effectivement liés à ces notions. Nous prenons ainsi conscience de notre liberté, dont c'est toujours une affaire difficile de faire un usage raisonnable en cas de nécessité.

À cette esquisse concernant l'origine psychologique des notions espace-temps-événement (nous voulons les appeler brièvement notions de « nature spatiale », en opposition avec les notions de la sphère psychologique) nous devons encore ajouter quelque chose d'essentiel. Pour étudier la notion d'espace nous sommes partis d'expériences faites avec des boîtes et de la disposition d'objets corporels dans ces dernières. La formation de cette

1. L'ordre temporel des expériences obtenu, par exemple, par la voie acoustique peut différer de l'ordre temporel obtenu par la voie visuelle, de sorte que l'ordre temporel des événements ne peut pas être simplement identifié avec l'ordre temporel des expériences personnelles.

notion suppose, par conséquent, la notion d'objets corporels (par exemple, de « boîtes »). De même les personnes qu'on a été obligé d'introduire pour former la notion de temps objectif jouent dans cette connexion le rôle d'objets corporels. Il me paraît donc que nos notions d'espace et de temps doivent être précédées de la formation de la notion d'objet corporel.

Ces notions de nature spatiale appartiennent toutes déjà à la pensée préscientifique, à côté des notions de la sphère psychologique, telles que la douleur, le but, le dessein, etc. Pour la pensée physique, comme pour la pensée scientifique en général, il est caractéristique qu'elle s'efforce, en principe, de se tirer d'affaire *uniquement* avec les notions de « nature spatiale » et d'expliquer à leur aide tous les rapports ayant le caractère de loi. Le physicien cherche à réduire les couleurs et les sons à des vibrations, et le physiologiste la pensée et la douleur à des processus nerveux, de telle sorte que le psychique comme tel est éliminé de l'enchaînement causal de l'être et ne se manifeste, par conséquent, nulle part comme lien indépendant dans les liaisons causales. Cette attitude, qui considère en principe comme possible de saisir tous les rapports en employant exclusivement des notions de « nature spatiale » est bien ce qu'on entend actuellement par « matérialisme » (après que la « matière » eut perdu son rôle de notion fondamentale).

Pourquoi est-il nécessaire de faire descendre des régions olympiennes de Platon les notions fondamentales de la pensée scientifique et d'essayer de mettre à découvert leur origine terrestre ? C'est, répondrons-nous, pour les libérer du tabou qui leur est attaché et obtenir par là une plus grande liberté pour la formation des concepts. C'est en première ligne le mérite impérissable de Hume et de Mach d'avoir introduit cette réflexion critique.

La Science a reçu les notions d'espace, de temps et d'objet corporel (ainsi que la notion spéciale de « corps solide ») de la pensée préscientifique, et elle les a précisées et modifiées. Son premier accomplissement important était le développement de la Géométrie euclidienne, dont la formulation axiomatique ne doit pas nous faire perdre de vue son origine empirique (possibilité de position de corps solides). D'origine empirique sont en particulier les trois dimensions de l'espace ainsi que son caractère euclidien (il peut être rempli sans lacune par des « cubes » de même nature).

La subtilité de la notion d'espace fut accrue par la découverte qu'il n'y a pas de corps absolument rigides. Tous les corps sont élastiques et déformables et changent de volume avec le changement de température. Les figures dont les possibilités de position doivent être décrites par la Géométrie euclidienne ne peuvent, à cause de cela, être déterminées en les séparant du contenu de la Physique. Mais comme celle-ci, dans la fixation de ses notions, est déjà obligée de faire usage de la Géométrie, on ne peut déterminer et examiner le contenu empirique de la Géométrie que dans le cadre de la Physique tout entière.

Dans cette connexion il faut encore penser à l'atomistique et à sa conception de la divisibilité finie. Car des espaces d'une étendue subatomique ne peuvent pas être mesurés. L'atomistique nous oblige aussi à abandonner, en principe, l'idée de surfaces de corps solides définies d'une façon rigoureuse et statique. Alors il n'y a plus, rigoureusement parlant, de lois indépendantes pour les possibilités de position de corps solides, pas même dans le domaine macroscopique.

Malgré cela, personne ne songea à abandonner la notion d'espace, car elle paraissait indispensable dans l'ensemble du système scientifique, qui se vérifie d'une excellente façon. Mach était le seul au XIXe siècle qui pensa sérieusement à éliminer la notion d'espace, en essayant de la remplacer par la notion de l'ensemble des distances présentes de tous les points matériels. (Il a fait cette tentative pour arriver à une conception satisfaisante de l'inertie).

Le champ

Dans la mécanique de Newton, l'espace et le temps jouent un rôle double. Tout d'abord celui de support ou de cadre du processus physique, par rapport auquel les événements sont décrits par les coordonnées d'espace et le temps. La matière est, en principe, considérée comme formée de « points matériels », dont les mouvements constituent le processus physique. Si la matière est considérée comme continue, on le fait en quelque sorte provisoirement, dans les cas notamment où l'on ne veut pas ou l'on ne peut pas décrire sa nature discrète. Dans de tels cas, de petites parties de la matière (éléments de volume) sont traitées comme des points matériels, du moins quand il s'agit seulement de mouvements et non pas de processus dont la réduction à des mouvements n'est pas pour le moment possible ou opportune (par exemple, changements de température, processus chimiques). Le second rôle joué par l'espace et le temps était celui de «système d'inertie». Les systèmes d'inertie étaient considérés comme préférables à tous les systèmes de référence imaginables, parce que par rapport à eux la loi de l'inertie se montrait valable.

L'essentiel est que la «réalité physique», regardée comme indépendante des sujets pensants, était conçue comme étant formée, d'une part, d'espace et de temps et, d'autre part, de points matériels durables, qui sont en mouvement par rapport à eux - du moins en principe. L'idée de l'existence indépendante de l'espace et du temps peut être exprimée de cette façon frappante : Si la matière disparaissait, seuls l'espace et le temps resteraient (comme une espèce de scène pour les processus physiques).

Ce point de vue a été dépassé grâce à une évolution qui, de prime abord, ne paraissait avoir rien de commun avec le problème de l'espace et du temps : c'est l'apparition de la *notion de champ* et sa tendance finale à remplacer, en principe, la notion de particule (point matériel). Dans le cadre de la Physique classique la notion de champ se présentait comme notion auxiliaire, dans le cas notamment où la matière était traitée comme un continuum. En étudiant, par exemple, la conductibilité calorifique d'un corps solide, son état est décrit en indiquant sa température en chacun de ses points pour chaque moment déterminé. Au point de vue mathématique, cela signifie que la température T est représentée comme expression mathématique (fonction) des coordonnées d'espace et du temps t (champ de température). La loi de la conductibilité calorifique est représentée comme un rapport local (équation différentielle), qui embrasse tous les cas particuliers de la conductibilité calorifique. La température est ici un exemple simple de la notion de champ. C'est une grandeur (ou un complexe de grandeurs) qui est fonction des coordonnées d'espace et du temps. Un autre exemple est la description du mouvement d'un liquide. En chaque point il existe à chaque instant une vitesse qui est décrite quantitativement par ses trois « composantes » relativement aux axes d'un système de coordonnées (vecteur). Les composantes de la vitesse en un point (composantes du champ) sont ici également des fonctions des coordonnées (x, y, z) et du temps (t).

Il est caractéristique des champs dont on vient de parler qu'ils ne se présentent qu'à l'intérieur d'une masse pondérable, ils doivent seulement décrire un état de la matière. Là où il n'y avait pas de matière, le champ – conformément à l'histoire de l'origine de la notion de champ – ne pouvait pas non plus exister. Or, il arriva dans le premier quart du XIXe siècle que les phénomènes d'interférence et de mouvement de la lumière s'expliquaient avec une étonnante précision, si l'on concevait la lumière comme un champ ondulatoire, qui est tout à fait analogue au champ vibratoire mécanique dans un corps solide élastique. On était ainsi forcé d'introduire un champ qui pouvait aussi existes en l'absence de la matière pondérable dans l'espace vide.

Cet état de choses créa une situation paradoxale, parce que la notion de champ, conformément à son origine, paraissait réduite à décrire des états à l'intérieur d'un corps pondérable. Ceci semblait d'autant plus certain qu'on était persuadé qu'il fallait concevoir tout champ comme un état qui devait être interprété mécaniquement, ce qui supposait la présence de la matière. On se sentait ainsi forcé d'admettre aussi dans l'espace, considéré jusqu'à présent comme vide, l'existence en tout lieu d'une matière qu'on appela « éther ».

L'émancipation de la notion de champ de la supposition de l'existence d'un support matériel appartient aux événements les plus intéressants, au point de vue psychologique, de l'évolution de la pensée physique. Dans la seconde moitié du XIXe siècle, il était devenu, en connexion avec les recherches de Faraday et de Maxwell, de plus en plus clair que la description, au moyen du champ, des faits électromagnétiques était de beaucoup supérieure au procédé s'appuyant sur les notions de points mécaniques. Par l'introduction de la notion de champ dans l'Électrodynamique, Maxwell réussit à prédire l'existence d'ondes électromagnétiques dont l'identité fondamentale avec les ondes de la lumière était déjà indubitable à cause de l'égalité de la vitesse de propagation. Par là l'Optique fut, en principe, absorbée par l'Électrodynamique. L'effet psychologique de ce succès considérable était que la notion de champ acquit, vis-à-vis du cadre mécaniste de la Physique classique, une indépendance, de plus en plus grande.

Mais on admettait néanmoins tout d'abord, comme chose qui va de soi, que les champs électromagnétiques doivent être interprétés comme des états de l'éther, et l'on déploya beaucoup de zèle pour expliquer ces états mécaniquement. C'est seulement après avoir constamment échoué dans ces tentatives qu'on s'habitua lentement à renoncer à de telles interprétations mécaniques. Toujours cependant la conviction persistait que les champs électromagnétiques étaient des états de l'éther; tel était l'état du problème au commencement de ce siècle.

La théorie de l'éther fit naître la question suivante : Comment se comporte l'éther, sous le rapport mécanique, vis-à-vis des corps pondérables? Prend-il part aux mouvements de ces derniers, ou bien ses parties sont-elles en repos les unes par rapport aux autres? Beaucoup d'expériences ingénieuses furent faites pour trancher cette question. Dans cette connexion entrent aussi en ligne de compte comme faits importants l'aberration des étoiles fixes par suite du mouvement annuel de la Terre, ainsi que «l'effet Doppler» (influence du mouvement relatif des étoiles fixes sur la fréquence de la lumière qui nous arrive d'une émission de fréquence connue). Les résultats de tous ces faits et de toutes ces expériences (à l'exception d'une seule, celle de Michelson-Morley) furent expliqués par H. A. Lorentz, en supposant que l'éther ne prend point part aux mouvements des corps pondérables et que ses parties n'exécutent nullement des mouvements relatifs les unes par rapport aux autres. L'éther apparaissait ainsi comme la personnification en quelque sorte d'un espace au repos absolu. Mais la recherche de Lorentz réalisa encore quelque chose de plus. Elle expliqua les processus, alors connus, électromagnétiques et optiques à l'intérieur des corps pondérables, en supposant que l'influence de la matière pondérable sur le champ électrique (et inversement) doit être attribuée au fait que les particules de la matière portent des charges électriques qui participent à leurs mouvements. En ce qui concerne l'expérience de Michelson et Morley, Lorentz montra que son résultat n'est pas du moins en contradiction avec la théorie de l'éther au repos.

Malgré tous ces beaux succès, la théorie n'était pourtant pas tout à fait satisfaisante, et pour la raison suivante. La Mécanique classique, dont on ne peut pas douter qu'elle soit valable avec une grande approximation, affirme l'équivalence de tous les systèmes d'inertie (ou espaces d'inertie) pour la formulation des lois de la nature. (Invariance des lois de la nature en passant d'un système d'inertie à un autre.)

Les *expériences* électromagnétiques et optiques affirmèrent la même chose avec une précision remarquable. Mais le fondement de la *théorie* électromagnétique donnait la préférence à un système d'inertie particulier, c'est-à-dire à l'éther lumineux au repos. Cette conception du fondement théorique était par trop insatisfaisante. N'y avait-il pas moyen de modifier ce fondement de façon à reconnaître - comme l'a fait la Mécanique classique - l'équivalence de tous les systèmes d'inertie (principe de relativité restreinte)?

La réponse à cette question est la Théorie de la relativité restreinte. Elle accepte de la théorie de Maxwell-Lorentz la supposition de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide. Pour mettre d'accord cette supposition avec l'équivalence des systèmes d'inertie (principe de relativité restreinte), il faut abandonner le caractère absolu de la simultanéité. En outre, les transformations de Lorentz pour le temps et les coordonnées de l'espace sont valables pour le passage d'un système d'inertie à un autre. Tout le contenu de la Théorie de la relativité restreinte est enfermé dans ce postulat : Les lois de la nature sont invariantes relativement aux transformations de Lorentz. L'importance de ce postulat consiste en ceci qu'il limite d'une certaine manière les lois possibles de la nature.

Quelle est l'attitude de la Théorie de la relativité restreinte vis-à-vis du problème de l'espace ? Il faut en premier lieu se garder de croire que le caractère quadridimensionnel de la réalité a été introduit seulement par cette théorie. Dans la Mécanique classique également tout événement est localisé par quatre nombres, c'est-à-dire par trois coordonnées d'espace et une coordonnée de temps. L'ensemble des « événements » physiques est ainsi considéré comme étant plongé dans une multiplicité continue à quatre dimensions. Mais conformément à la Mécanique classique ce continuum quadridimensionnel se divise objectivement en le temps unidimensionnel et les coupes spatiales tridimensionnelles, lesquelles ne contiennent que des événements simultanés. Cette division est la même pour tous les systèmes d'inertie. La simultanéité de deux événements déterminés par rapport à un système d'inertie implique la simultanéité de ces événements par rapport à tous les systèmes d'inertie. C'est cela que signifie l'affirmation que le temps de la Mécanique classique est absolu. Mais d'après la Théorie de la relativité restreinte il en est autrement. L'ensemble vies événements, qui sont simultanés à un événement envisagé, existe certes relativement à un système d'inertie déterminé, mais non pas indépendamment du choix d’un tel système. Le continuum à quatre dimensions ne se divise plus objectivement en coupes qui contiennent tous les événements simultanés ; le « maintenant » perd pour le monde qui s’étend dans l’espace sa signification objective. De là vient qu’on est obligé de concevoir objectivement l’espace et le temps comme un continuum à quatre dimensions indissolubles, si l’on veut exprimer le contenu des relations objectives sans avoir recours à des procédés arbitraires et conventionnels superflus.

Quand la Théorie de la relativité restreinte eut mis en évidence l’équivalence physique de tous les systèmes d’inertie, l’hypothèse de l’éther au repos devint insoutenable. On fut ainsi obligé de renoncer à l’idée que le champ électromagnétique doit être conçu comme état d’un support matériel. Par là le champ devient un élément irréductible de la description physique, irréductible dans le même sens que la notion de la matière dans la théorie de Newton.

Jusqu’à présent nous nous sommes attachés à montrer dans quelle mesure les notions d’espace et de temps furent modifiées par la Théorie de la relativité restreinte. Maintenant nous voulons fixer notre attention sur les éléments que cette théorie a reçus de la Mécanique classique. Ici également les lois de la nature ne sont valables que si un système d’inertie est pris pour base de la description spatio-temporelle. Car c’est seulement par rapport à un *système d’inertie* que le principe de l’inertie et le principe de la constance de la vitesse de la lumière sont valables. De même les lois du champ n’ont de sens et de validité que par rapport à des systèmes d’inertie. Comme dans la Mécanique classique, l’espace est ici également une composante indépendante dans la description de la réalité physique. L’espace (d’inertie), ou plus exactement cet espace ensemble avec le temps lui appartenant, restent quand on fait disparaître par la pensée la matière et le champ. Cette structure à quatre dimensions (espace de Minkowski) est considérée comme support de la matière et du champ. Les espaces d’inertie et les temps qui leur appartiennent ne sont que des systèmes de coordonnées à quatre dimensions privilégiés, qui sont liés les uns aux autres par les transformations linéaires de Lorentz. Et comme il n’y a plus dans cette structure à quatre dimensions de coupes qui représentent objectivement le «maintenant», la notion du devenir ne disparaît certes pas complètement, mais devient cependant compliquée. Il paraît, par conséquent, plus naturel de se représenter la réalité physique comme un être à quatre dimensions au lieu de se la représenter, comme on l'a fait jusqu'à présent, comme le *devenir* d'un être à trois dimensions.

Cet espace quadridimensionnel rigide de la Théorie de la relativité restreinte est en quelque sorte l'analogue quadridimensionnel de l'éther tridimensionnel rigide de H. A. Lorentz. Pour cette théorie également est valable cette affirmation : La description des états physiques suppose de prime abord l'espace comme donné et existant d'une manière indépendante. Cette théorie aussi ne supprime pas le malaise de Descartes concernant l'existence indépendante et même *a priori* de « l'espace vide ». Dans quelle mesure cette difficulté est surmontée par la Théorie de la relativité générale, les réflexions élémentaires qui vont suivre ont justement pour but de le montrer.

La notion d'espace dans la Théorie de la relativité générale

Cette théorie doit en première ligne sa naissance à l'effort de comprendre l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante. On part d'un système d'inertie Si dont l'espace est physiquement vide. Cela signifie que dans la partie de l'espace considérée il n'existe ni matière (dans le sens usuel), ni un champ (dans le sens de la Théorie de la relativité restreinte). Supposons que, par rapport à S1, un second système de référence S_2 exécute un mouvement uniformément accéléré. S_2 n'est pas, par conséquent, un système d'inertie. Par rapport à S_2, toute masse d'épreuve exécuterait un mouvement accéléré et, à vrai dire, indépendamment de sa nature physique et chimique. Par rapport à S_2, il existe, par conséquent, un état qu'on ne peut pas distinguer, au moins en première approximation, d'un champ de gravitation. Avec le fait observable est donc compatible cette conception : S_2 aussi est équivalent à un «système d'inertie»; mais il existe relativement à S_2 un champ de gravitation (homogène) pour l'origine duquel il ne faut pas se soucier dans cette connexion. Si donc on fait entrer le champ de gravitation dans le cadre de la réflexion, le système d'inertie perd sa signification objective, supposé que ce « principe d'équivalence » puisse être étendu à des mouvements relatifs quelconques des systèmes de référence. S'il est possible d'ériger sur ces idées fondamentales une théorie consistante, elle satisfait tout naturellement au fait, solidement établi par l'expérience, de l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante.

Du point de vue quadridimensionnel, il correspond au passage de S_1 à S_2 une transformation non linéaire des quatre coordonnées. Il se pose maintenant la question suivante : Quel genre de transformations non linéaires faut-il admettre, ou bien comment faut-il généraliser la transformation de Lorentz? Pour répondre à cette question, la réflexion suivante est décisive.

Au système d'inertie des théories précédentes est attribuée la propriété suivante : Les différences de coordonnées sont mesurées par des règles « rigides » (au repos) et les différences de temps par des horloges (au repos). La première supposition est complétée par une autre, selon laquelle les propositions sur les « droites » de la Géométrie euclidienne sont valables pour les possibilités de position relative de règles au repos. Des résultats de la Théorie de la relativité restreinte on conclut alors, par des réflexions élémentaires, que cette interprétation physique directe des coordonnées disparaît pour des systèmes de référence S_2 accélérés relativement aux systèmes d'inertie Si. Mais s'il en est ainsi, les coordonnées n'expriment plus que l'ordre de la «juxtaposition» (et par là aussi le degré de dimension de l'espace) et nullement les propriétés métriques de l'espace. On arrive ainsi à étendre les transformations à des transformations continues[1] quelconques. Ceci implique le principe de relativité générale : Les lois de la nature doivent être covariantes relativement à des transformations continues quelconques des coordonnées. Ce postulat (conjointement avec le postulat de la simplicité logique aussi grande que possible des lois) limite les lois de la nature en question d'une manière incomparablement plus forte que le principe de relativité restreinte.

Cette suite d'idées est essentiellement basée sur le champ conçu comme notion indépendante. Car les circonstances se rapportant à S_2 sont interprétées comme champ de gravitation, sans que la question se pose de l'existence de masses qui engendrent ce champ. Cette suite d'idées fait aussi comprendre pourquoi les lois du champ de gravitation pur sont liées d'une façon plus directe à l'idée de la relativité générale que, les lois des champs d'un caractère général (quand, par exemple, il existe,

1. Cette expression peu exacte doit suffire ici.

un champ électromagnétique). C'est que nous avons de bonnes raisons de supposer que l'espace de Minkowski «libre de champ» représente un cas particulier normal possible, et certes un cas particulier le plus simple qu'on puisse imaginer. Un tel espace est, en ce qui concerne sa propriété métrique, caractérisé par le fait que $dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2$ est le carré de la distance spatiale, mesurée avec une règle, de deux points infiniment voisins d'une section transversale tridimensionnelle d'un caractère spatial (théorème de Pythagore), tandis que dx_4 est l'intervalle temporel, mesuré avec une mesure du temps appropriée, de deux événements ayant (x_1, x_2, x_3) en commun. Tout cela revient à ceci – comme il est possible de le montrer à l'aide de la transformation de Lorentz – que la grandeur

(1) $$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

a une signification métrique objective. Au point de vue mathématique il correspond à ce fait la circonstance que, relativement à la transformation de Lorentz, ds^2 est invariant.

En soumettant maintenant cet espace, dans le sens du principe de relativité générale, à une transformation continue arbitraire quelconque des coordonnées, la grandeur significative objective est exprimée dans le nouveau système de coordonnées par la relation

(1 a) $$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k,$$

où il faut sommer par rapport aux indices i et k et par rapport à toutes les combinaisons 11, 12, ..., jusqu'à 44. Les g_{ik} ne sont pas maintenant des constantes, mais des fonctions des coordonnées, qui sont déterminées par la transformation arbitrairement choisie. Malgré cela, les g_{ik} ne sont pas des fonctions arbitraires des nouvelles coordonnées, mais précisément des fonctions telles que la forme (1 a) peut, par une transformation continue des quatre coordonnées, de nouveau être transformée en la forme (1). Pour que cela soit possible, les fonctions g_{ik} doivent satisfaire à certaines équations conditionnelles générales covariantes, que B. Riemann a déduites plus d'un demi-siècle avant l'édification de la Théorie de la relativité générale (« condition de Riemann »). D'après le principe d'équivalence, (1 a) décrit sous une forme générale covariante un champ de gravitation d'un genre particulier, si les *gik* satisfont à la condition de Riemann.

La loi du champ de gravitation pur d'un caractère général doit, par conséquent, satisfaire aux conditions suivantes. Elle doit être satisfaite, si la condition de Riemann est satisfaite; mais elle doit être plus faible, par conséquent moins restrictive que la condition de Riemann. Par là, la loi du champ de gravitation pur est pratiquement tout à fait déterminée, ce que nous ne voulons pas prouver ici d'une façon détaillée.

Maintenant nous sommes préparés à voir dans quelle mesure le passage à la Théorie de la relativité générale modifie la notion d'espace. D'après la Mécanique classique et d'après la Théorie de la relativité restreinte, l'espace (l'espace-temps) jouit d'une existence indépendante vis-à-vis de la matière ou du champ. Pour pouvoir généralement décrire ce qui remplit l'espace et dépend des coordonnées, il faut supposer tout d'abord l'existence de l'espace-temps ou du système d'inertie avec ses propriétés métriques, car autrement la description de « ce qui remplit l'espace » n'aurait pas de sens[1]. Selon la Théorie de la relativité générale, par contre, l'espace ne jouit pas d'une existence indépendante vis-à-vis de « ce qui remplit l'espace » et dépend des coordonnées. Soit donné, par exemple, un champ de gravitation pur décrit par les g_{ik}; (comme fonctions de coordonnées) en résolvant les équations de la gravitation. Si l'on suppose le champ de gravitation, c'est-à-dire les g_{ik}, éliminé, il ne reste pas un espace du type (1), mais absolument *rien,* pas même un « espace topologique ». Car les fonctions g_{ik} ne décrivent pas seulement le champ, mais aussi simultanément les propriétés de structure, topologiques et métriques, de la multiplicité. Un espace du type (1) n'est pas, dans le sens de la Théorie de la relativité générale, un espace sans champ, mais un cas particulier du champ g_{ik} pour lequel les g_{ik} (pour le système de coordonnées employé, qui n'a en soi aucune signification objective) ont des valeurs qui ne dépendent pas des coordonnées; un espace vide, c'est-à-dire un espace sans champ n'existe pas.

Descartes n'avait donc pas tellement tort quand il se croyait obligé de

1. En supposant que ce qui remplit l'espace (par exemple le champ) est éliminé, il reste toujours, conformément à (1), l'espace métrique, qui serait aussi déterminant pour le comportement, quant à l'inertie, d'un corps d'épreuves introduit en lui.

nier l'existence d'un espace vide. Cette opinion paraît absurde tant que les corps pondérables seuls sont considérés comme réalité physique. C'est seulement l'idée du champ comme représentant de la réalité, conjointement avec le principe de relativité générale, qui révèle le sens véritable de l'idée de Descartes : un espace «libre de champ» n'existe pas.

Théorie de la gravitation généralisée

La théorie du champ de gravitation pur, basée sur la Théorie de la relativité générale, nous est facilement accessible, parce que nous pouvons avoir l'assurance que l'espace de Minkowski « libre de champ » avec la métrique conforme à (1) doit correspondre aux lois générales du champ. De ce cas particulier suit la loi de la gravitation par une généralisation où il n'y a pour ainsi dire rien d'arbitraire. Le développement ultérieur de la théorie n'est pas déterminé d'une manière aussi nette par le principe de relativité générale ; il a été poursuivi dans ces dernières décades dans des directions diverses. Toutes ces tentatives ont ceci de commun qu'elles conçoivent la réalité physique comme champ, qui est une généralisation du champ de gravitation, et la loi du champ une généralisation de la loi du champ de gravitation pur. Je crois avoir trouvé, après beaucoup de tâtonnements, la forme naturelle pour cette généralisation[1], mais je n'étais pas jusqu'à présent en état de démêler si cette loi généralisée tient ferme en face des faits expérimentaux.

Pour la précédente réflexion générale, la question de la loi particulière du champ est secondaire. La question principale pour le présent est de savoir, si une théorie du champ comme celle que nous avons envisagée ici peut généralement conduire au but. J'entends par là une théorie qui décrit la réalité physique (*y* compris l'espace à quatre dimensions) d'une manière complète

1. On peut caractériser la généralisation de la façon suivante. Le champ de gravitation pur des g_{ik} a, conformément à sa dérivation de l'espace vide de Minkowski, la propriété de symétrie $g_{ik} = g_{ik}$ ($g_{12} = g_{21}$, ...). Le champ généralisé est du même genre, mais sans la propriété de symétrie mentionnée. La dérivation de la loi du champ est tout à fait analogue à celle du cas particulier de la gravitation pure.

par un champ. La génération actuelle des physiciens est portée à répondre par la négative ; elle croit, en connexion avec la forme actuelle de la théorie des quanta, que l'état d'un système ne petit pas être caractérisé d'une façon directe, mais d'une façon indirecte, en indiquant la statistique des résultats qu'on peut obtenir des mesures du système. La conviction prédomine que la nature double (structure corpusculaire et structure ondulatoire), solidement prouvée par l'expérience, ne peut être obtenue que par un tel affaiblissement de la notion de réalité. Je suis d'avis qu'une renonciation théorique qui va si loin ne repose pas, pour le moment, sur notre connaissance réelle et qu'il ne faut pas se laisser empêcher de suivre le chemin de la théorie du champ relativiste jusqu'au bout.

TABLE

Troisième partie — Réflexions sur l'univers considéré comme un tout

Appendices

Quatrième partie — La relativité et le problème de l'espace